应用光学

袁旭沧 主编

国防工业出版社

ISBN 7-118-00079-6/TH4
定 价 3.25 元

应用光学

袁旭沧 主编

国防工业出版社

内容简介

本书内容可分为几何光学和光学仪器两部分。几何光学除了一般内容外，增加了基本定理的向量形式、非均匀介质中的光线光学、矩阵方法在近轴光学中的应用和光学传递函数等内容。光学仪器除了望远镜、显微镜、照相机和投影仪外，增加了光纤光学仪器、激光束光学和光谱仪器，注意了光学仪器的新发展。

本书是应用光学和光学仪器专业的教材，也可以作为光学仪器工程技术人员的参考书。

应用光学

[illegible] 主编

责任编辑 沈[illegible]

*

国防工业出版社出版

（北京市丰台区西路老虎庙七号）

新华书店北京发行所发行　各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印刷

*

787×1092 1/16 印张 $21\frac{1}{2}$　499千字

1988年7月第二版　1988年7月第一次印刷　印数：0,001—4,000册

ISBN 7-118-00079-5/TH4　定价：3.25元

前　言

本书是1979年国防工业出版社出版的"应用光学"一书的修订本。这次修订，根据新的教学大纲的要求，以及学科本身的发展，在内容上有较大变化。

本书内容可分为几何光学和光学仪器两大部分。原书中还包括常用的光学测量仪器和测量方法，本书中删去了这部分内容，因为它和光学测量教材内容重复。

本书几何光学部分基本上保持了原书的内容和特点。但加强了基础理论，增加了基本定理的向量形式和非均匀介质中的光线光学等内容。近轴光学部分增加了矩阵方法在近轴光学中的应用一章。在光学系统的像质评价方面增加了光学传递函数。

在光学仪器部分，除了原有的望远镜之外，增加了显微镜、照相机和投影仪、光纤光学仪器、激光束光学、光谱仪器五章。全书由原来的九章增加为十五章。一方面是为了扩大专业范围，拓宽知识面；另一方面也使学生能了解光学仪器的新发展。

原书由北京工业学院编写。在这次修订中，华东工学院也参加了这项工作。具体分工是北京工业学院：袁旭沧负责第一、二、九、十三、十五章，周文秀负责第三、五、六章，李士贤负责第七、八、十、十二章，安连生负责第十四章；华东工学院：迟泽英负责第四、十一章。北京工业学院郑乐年校阅了全稿，全书由袁旭沧主编。本书编写中曾得到不少同志的帮助，谨致谢意。

编　者　1987年4月于北京

目　录

第五章 眼睛和目视光学系统

第六章 平面镜棱镜系统

第七章 光学系统中的成像光束和光阑

第八章 辐射度学和光度学基础

第九章 光学系统成像质量评价

第十章 望 远 镜

第十一章 显 微 镜

第十二章 照相机和投影仪

第十三章 光纤光学仪器

第十四章 激光束光学

第十五章 光 谱 仪 器

第一章　几何光学基本原理

§1-1　光波和光线

光和人类的生产和生活有着十分密切的关系，例如植物的生长需要光，人的视觉要依靠光，人类一切活动几乎都离不开光。人类通过实践很早就积累了有关光的丰富的感性认识，很早就开始研究光。

人类对光的研究，可以分为两个方面：一方面是研究光的本性，并根据光的本性来研究各种光学现象，称为"物理光学"；另一方面是研究光的传播规律和传播现象，称为"几何光学"。

对于光的本性的研究，虽然很早就已开始，但进展较慢。对光的本性的科学假说，最初是牛顿在1666年提出的，他认为光是一种弹性粒子，称为"微粒说"。1678年惠更斯认为光是在"以太"中传播的弹性波，提出了"波动说"。1873年麦克斯韦根据电磁波的性质证明，光实际上是电磁波，从此人类对光的本性才有了比较正确的认识。1905年爱因斯坦为了解释光电效应，提出了"光子"的假说，后来由于康普顿效应的发现而得到证实，这样使人类对光的认识更为全面。目前认为，光既具有"波动性"又具有"粒子性"。只是在一定条件下，某一种性质显得更为突出。一般来说，除了研究光和物质作用的情况下必须考虑光的粒子性而外，可以把光作为电磁波看待，称为"光波"。

光波和一般无线电波不同处，只是光波的波长比无线电波短，图1-1中表示了电磁

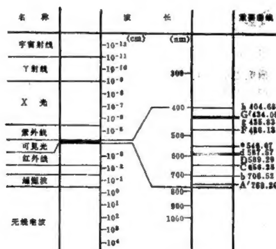


图　1-1

波按波长分类的情况，波长在400～760 nm（1 nm＝10^{-6}mm＝10Å）的电磁波能够为人眼所感觉，称为"可见光"，超出这个范围人眼就感觉不到。不同波长的光产生不同

的颜色感觉。同一波长的光，具有相同的颜色，称为“单色光”。由不同波长的光波混合而成的光称为“复色光”，不同颜色的光对应的波长范围如图 1-2 所示。白光是由各种波长光混合而成的一种复色光。

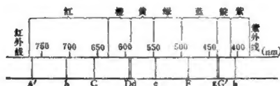


图 1-2

不同波长的电磁波，在真空中具有完全相同的传播速度，$c \approx 3 \times 10^{10}$cm/s。因此不同波长的电磁波的频率不同，因为频率和光速、波长之间存在以下关系：

$$\nu = \frac{c}{\lambda}$$

在透明介质中，如水、玻璃等，光的波长和光速同时改变，但频率不变。

某一瞬间波动传播所到达的曲面称为“波面”。在均匀介质中，波动在各方向的传播速度相同，因此一个位于均匀介质中的点光源所发出的电磁波的波面，应该是以光源为中心的同心球面，如图 1-3 所示。

图 1-3

图 1-4

光既是电磁波，研究光的传播问题，应该是一个波动传播问题。但是，几何光学中研究光的传播，并不把光看作是电磁波，而把光看作是“能够传输能量的几何线”。这样的几何线叫做“光线”。光源发光就是向四周发出无数条几何线。沿着每一条几何线向外发散能量，如图 1-4 所示。

“光线”这一概念是人们直接从无数客观光学现象中抽象出来的。利用光线的概念可以说明自然界中许多光的传播现象，例如我们常见的影的形成、日蚀、月蚀、小孔成像等等。这些现象都可以用把光看作“光线”的概念来解释。目前使用的光学仪器，绝大多数是应用几何光学原理——把光看作“光线”——设计出来的。

几何光学研究光的传播，也就是研究这些光线的传播。研究的方法是，首先找出光线的传播规律——几何光学的基本定律，然后根据这些基本定律研究光的传播现象。在研究过程中，光线和几何线具有完全相同的性质，所不同的只是光线具有方向——即能量传播的方向。因此，就光线的几何性质来说，光线就是“具有方向的几何线”。这样，几何光学中研究光的传播问题，就变成了一个几何问题，这就是所以称为“几何光学”的理由。

如前所述，位于均匀介质中的点光源所发射的光波的波面，是以发光点为球心的球面，同时按照几何光学的观点，点光源发光就是由发光点A向四周发出无数条几何线，如图1-5所示，显然光线垂直于波面，换句话说，"光线就是波面的法线"。反之，"波面就是所有光线的垂直曲面"，这就是波面和光线之间的对应关系。相交于同一点或者由同一点发出的一束光线称为"同心光束"，对应的波面形状为球面，如图1-6(*a*)所示。不聚交于一点的光束称为"像散光束"，对应的波面为非球曲面，如图1-6（*b*）所示。平行光束对应的波面为平面，如图1-6(*c*)所示。

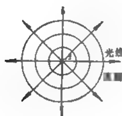


图 1-5

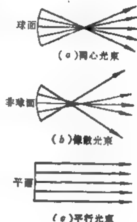


图 1-6

本书就是按照几何光学的原理来研究光的各种传播现象，并应用这些规律和现象来设计和制造光学仪器。对于某些不能利用几何光学研究的光学现象，我们可以根据光线的位置，按上述波面和光线的对应关系，找出相应的波面，然后再用把光看作波动的物理光学方法进行研究。

§1-2 光线的传播规律——几何光学的基本定律

几何光学把光看作是具有方向的几何线——"光线"，从而进行光的传播问题的研究。因此，我们必须首先找出这些光线的传播规律。自然界中光的传播现象虽说是千变万化，但是，如果用几何光学的观点仔细分析，实际上可以归纳为以下两种情况：

1．光线在均匀透明介质中传播的规律——直线传播定律：光线在均匀透明介质中按直线传播；

2．光线在两种均匀介质分界面上的传播规律——反射定律和折射定律。

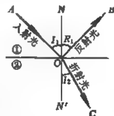


图 1-7

若一束光线投射在两种介质的分界面上，如图1-7所示，其中一部分光线在分界面上反射到原来的介质，称为"反射光线"；另一部分光线透过分界面进入第二种介质，并改变原来方向，称为"折射光线"。反射和折射光线的传播规律，就是反射和折射定律。为了便于表述这些定律，我们首先引入以下几个名词。

入射光线AO和介质分界面的法线ON间的夹角$\angle AON=I_1$，称为"入射角"；反射

光线OB和法线ON间的夹角$\angle BON=R$，称为“反射角”；折射光线OC和法线之间的夹角$\angle CON'=I_2$，称为“折射角”；入射光线和法线构成的平面称为“入射面”。

反射和折射定律可分别表述如下：

反射定律：

1．反射光线位于入射面内；

2．反射角等于入射角；

$$I_1=R_1 \tag{1-1}$$

折射定律：

1．折射光线位于入射面内；

2．入射角和折射角正弦之比，对两种一定的介质来说，是一个和入射角无关的常数：

$$\frac{\sin I_1}{\sin I_2}=n_{1,2} \tag{1-2}$$

$n_{1,2}$称为第二种介质对第一种介质的折射率

至于光在不均匀介质中传播的规律，我们可以把不均匀介质看作是由无限多的均匀介质组合而成的。光线在不均匀介质中的传播，可以看作是一个连续的折射。随着介质性质不同，光线传播曲线的形状各异。它的传播规律，同样可以用折射定律来说明。由此可见，直线传播定律、反射定律和折射定律，能够说明自然界中光线的各种传播现象。它们是几何光学中仅有的物理定律。因此，称为几何光学的基本定律。几何光学的全部内容，就是在这三个定律的基础上用数学方法研究光的传播问题。

§1-3　折射率和光速的关系

假定一束平行光线投射在两介质的分界面P上，如图1-8所示。所有的光线具有相同的入射角I_1，通过平面P折射后，按折射定律，所有折射光线显然具有相同的折射角I_2。因此，仍为一平行光束。和平行光束相垂直的入射波面和折射波面，应该是两个平面。

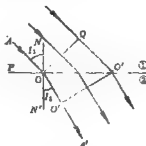


图 1-8

假定某一瞬间波面的位置为OQ，经过时间t以后，光波传播所到达的波面位置为$O'Q'$。设光在两介质内的传播速度分别为v_1和v_2，由图可得

$$QQ'=v_1\cdot t,\quad OO'=v_2\cdot t$$

由于波面OQ垂直于光线AO，分界面P垂直于法线ON。因此，$\angle QOQ'=\angle AON=I_1$。同理$\angle O'Q'O=\angle A'ON'=I_2$，根据$\triangle OQQ'$和$\triangle OQ'O'$得

$$\sin I_1 = \frac{QQ'}{OQ'}\ ,\ \sin I_2 = \frac{OO'}{OQ'}$$

由以上二式相除消去OQ'得

$$\frac{\sin I_1}{\sin I_2} = \frac{QQ'}{OO'} = n_{1,2}$$

将前面$QQ' = v_1 \cdot t$；$OO' = v_2 \cdot t$的关系代入上式，并消去t，得到

$$\frac{\sin I_1}{\sin I_2} = \frac{v_1}{v_2} = n_{1,2} \tag{1-3}$$

由此可知，第二种介质对第一种介质的折射率$n_{1,2}$等于第一种介质的光速v_1和第二种介质的光速v_2之比。这也就是折射率和光速之间的关系。对于一定的介质，光速显然不变。因此，两种一定的介质对应的折射率应为不变的常数。实际上也就证明了折射定律的成立。

通常我们把一种介质对另一种介质的折射率称为“相对折射率”，而把介质对真空的折射率称为“绝对折射率”。由于光在空气中的传播速度和真空中的传播速度相差极小，通常把空气的绝对折射率取作1，而把介质对空气的折射率作为“绝对折射率”。

光在真空中的速度为c。根据上面得到的公式（1-3），第一种和第二种介质的绝对折射率n_1和n_2用以下公式表示：

$$n_1 = \frac{c}{v_1}\ ;\ n_2 = \frac{c}{v_2}$$

二式相除得：

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\frac{c}{v_2}}{\frac{c}{v_1}} = \frac{v_1}{v_2}$$

根据前面相对折射率的公式（1-3）$n_{1,2} = \frac{v_1}{v_2}$，得：

$$n_{1,2} = \frac{n_2}{n_1} \tag{1-4}$$

上式表明，第二种介质对于第一种介质的相对折射率等于第二种介质的绝对折射率和第一种介质的绝对折射率之比。

将以上关系代入折射定律：

$$\frac{\sin I_1}{\sin I_2} = n_{1,2} = \frac{n_2}{n_1}$$

上式可改写作：

$$n_1 \sin I_1 = n_2 \sin I_2 \tag{1-5}$$

以上公式是用绝对折射率表示的折射定律。由于公式两边的形式对第一种和第二种介质来说完全相同。因此，我们既可以把I_1看作入射角，把I_2看作折射角；也可以反过来把I_2看作入射角，把I_1看作折射角。在这样两种不同的情况下，公式形式完全相同。因此，上式既可以用于光线由第一种介质进入第二种介质，也可以用于光线由第二种介质进入第一种介质。这样比起前面用相对折射率表示的折射定律就要方便得多。因此，今后我们都是应用绝对折射率表示的折射定律。

§1-4 光程的定义和计算

在上一节推导折射率和光速的关系中，曾经得出在两个波面之间的两条光线的几何路程和光速之间有以下的关系，如图 1-8 所示：

$$QQ' = v_1 \cdot t\ ;\ OO' = v_2 \cdot t$$

将以上二式相除，并利用公式（1-3）和（1-4），得

$$\frac{QQ'}{OO'} = \frac{v_1}{v_2} = n_{1,2} = \frac{n_2}{n_1}$$

或者 $$n_1 \cdot QQ' = n_2 \cdot OO'$$

图 1-9

由以上关系可以看到，在两个波面之间的两条光线，虽然它们各自走过的几何路程不同，但是它们的几何路程和所在介质的折射率的乘积是相等的。我们把几何路程和折射率的乘积称为"光程"：

$$\mathscr{L} = n \cdot s \tag{1-6}$$

上式中 s 为几何路程，n 为折射率，$\mathscr{L}$ 为光程。

根据折射率和光速的关系：

$$\mathscr{L} = n \cdot s = \frac{c}{v} \cdot s$$

几何路程 s 和该介质中的光速 v 之比即为光的传播时间 t，因此，有

$$\mathscr{L} = t \cdot c \tag{1-7}$$

由上式可知，光在介质中传播的"光程"等于相同时间内，光在真空中传播的几何路程。

公式（1-6）为均匀介质中光程的计算公式。在折射率不等于常数的非均匀介质中，应有：

$$d\mathscr{L} = n\ ds \tag{1-8}$$

上式中 n 为位置坐标的函数，如果在非均匀介质中，沿某一曲线，由 A 到 B 计算光程，如图 1-9 所示，则应对公式（1-8）作定积分，得到：

$$\mathscr{L} = \int_A^B n \cdot ds \tag{1-9}$$

上式为不均匀介质中计算光程的公式。n 可以看作是 s 的函数，当计算光程的路线以及折射率函数 $n(s)$ 确定以后，就可以计算上述定积分。

前面讲过，光线是具有方向的几何线，为了显示计算光程的方向和光线进行方向之间的关系。我们给光程规定以下的符号规则：

如果计算光程的方向和实际光线进行的方向相同，则光程为正，方向相反则光程为负。

例如：如果实际光线是由 A 传播到 B，则由 A 到 B 计算的光程为正值，而由 B 到 A 计算的光程，则为负值，二者数值相等。

§1-5 马吕斯定律

前面我们分别用直线传播定律、反射定律和折射定律，描述光线在不同情况下的传播规律，马吕斯定律则是用另一种形式来表述光线的传播规律。马吕斯定律的内容如下：

假定一束光线为某一曲面的法线汇。这些光线经过任意次折射、反射后，该光束的全部光线仍与另一曲面垂直，构成一个新的法线汇，而且位在这两个曲面之间的所有光线的光程相等。

上述定律首先肯定了和光束垂直的曲面永远连续存在，而且这些曲面按照等光程的规律传播。

根据光的波动性质，上述定律的成立，显然不成问题。因为光既是电磁波，波面当然是连续存在的，而光线就是波面的法线。按照波面的定义，任意两个波面之间，所有光线的传播时间相同，因此，它们的光程也就相等。

马吕斯定律用波面的传播规律代替光线的传播规律。由于光线是波面的法线，有了波面，也就能确定对应的光线位置。例如一束光线 A_1I_1，A_2I_2，……，A_KI_K，垂直于某一波面W，如图 1-10 所示。为了找出这些光线通过介质分界面P后的折射光线位置，可首先利用马吕斯定律找出折射以后的波面，有了新的波面，就可确定折射光线的位置。假定折射面P两边

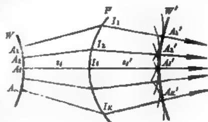


图 1-10

介质的折射率分别为 n 和 n'。设光束中任意一条光线 A_lI_l 由 W 到 P 的距离为 s_l，则光程为 ns_l。假定由折射点 I_l 到新的波面的距离为 s'_l，则光程等于 $n's'_l$。两波面之间的光程为$\mathscr{L}$，则以下关系成立。

$$\mathscr{L}=ns_l+n's'_l$$

上式中 $\mathscr{L}$、n、n'、s_l 均为已知，因此，可以求得 s'_l。以 s'_l 为半径，以 I_l 为圆心作圆弧。对每一条光线重复以上步骤，即可作出一系列圆弧。然后作所有圆弧的包络线 W'。它显然符合等光程条件。根据马吕斯定律，它就是我们要找的新的波面。作各折射点 I_l 和相应的圆弧和包络面的切点 A'_l 的连线$I_lA'_l$。$I_lA'_l$ 显然垂直于波面W'。所以，它就是我们要找的折射光线。

今后研究光的传播问题时，我们既可以根据光线的折射和反射定律来研究，也可以根据马吕斯定律研究波面的传播，二者的结论应该是完全相同的，但有时按光线进行研究比较方便，有时则按波面进行研究比较方便。这要根据具体情况而定。

§1-6　费尔马原理

费尔马原理是光线传播规律的另一种表述形式。该原理为：

实际光线沿着光程为极值（或稳定值）的路线传播。

为了清楚了解这一原理的意义，下面对费尔马原理作进一步的说明。假定A、B两点分别位在两种不同的介质中，它们为曲面P所分开，如图 1-11 所示。由A到

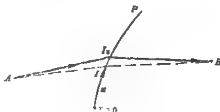


图 1-11

马计算光程，则不同路线对应的光程不同。我们用弧长 x 作为曲面 P 上投射点 I 的位置坐标。不同路线对应不同的 x 值，因此，光程 $\mathscr{L}$ 为弧长 x 的函数：

$$\mathscr{L} = f(x)$$

假定其中某一条路线 AIB，对应的光程为极值，根据费尔马原理，实际光线就是沿着这一条路线，由 A 传播到 B。其他光程不是极值的路线，就不是实际光线的经行路线。

由于实际光线的光程为极值，因此，和实际光线间隔为一阶微量的其他路线对应的光程，与实际光线光程之差为二阶或高阶微量。实际光线的这一性质，今后经常用到。

为了证明费尔马原理的正确，下面我们由费尔马原理导出前述的几何光学的基本定律。

一　直线传播定律

在均匀介质中计算光程的公式为

$$\mathscr{L} = n \cdot s$$

折射率 n 为常数，要求光程 $\mathscr{L}$ 为极值，也就要求几何路程 s 为极值。两点之间直线最短，对应的光程为极小值，所以均匀介质中光线按直线传播。这样，我们由费尔马原理导出了直线传播定律。

二　折射定律和反射定律

假定 A、B 两点分别位在折射率为 n 和 n' 的两种介质内，此二介质的分界面为平面 P。如图 1-12 所示。光线由 A 点发出，经过平面 P 折射传播到 B。下面根据费尔马原理确定实际光线的传播路线。

为了表示实际光线的位置，需要建立一定的坐标系。为了推导简单，我们选取以下的直角坐标系。

过 A、B 两点作分界面 P 的垂直面，作为 yz 坐标面，以它和平面 P 的交线为 y 轴。从点 A 作平面 P 的垂线 AO 为 z 轴。xy 坐标面位在分界面 P 上。由 B 点作平面 P 的垂线 BC。并设 $\overline{AO} = a$，$\overline{BC} = b$，$\overline{OC} = c$。A、B 两点的坐标分别标注在图上。

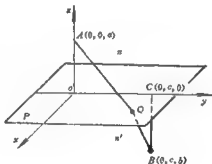


图 1-12

计算由 A 点经过平面 P 上任意一点 $Q(x, y, 0)$ 到达 B 点的光程，得到：

$$\mathscr{L} = n \cdot \overline{AQ} + n' \cdot \overline{QB} = n \cdot \sqrt{x^2 + y^2 + a^2} + n' \cdot \sqrt{x^2 + (c - y)^2 + b^2}$$

Q 点位置不同，光程 $\mathscr{L}$ 改变，因此，$\mathscr{L}$ 是 Q 点坐标 x、y 的函数，根据费尔马原理，实际光线是沿着光程为极值的路线传播。欲使 $\mathscr{L}$ 为极值，必须使它对 x，y 的一阶偏导数同时为零，这样得到：

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x}=0, \quad \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y}=0$$

根据以上两个条件即可确定实际光线的位置。

根据第一个条件，由$\mathscr{L}$对x求偏导数得：

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x}=\frac{nx}{\sqrt{x^2+y^2+a^2}}+\frac{n'x}{\sqrt{x^2+(c-y)^2+b^2}}=0$$

由上式求解得：$x=0$。

即Q点必须位在y轴上，这就是说$\overline{AQ}$和$\overline{QB}$都位在yz坐标面内，Q点的法线，显然也位在该平面内，由此得出折射定律的第一个内容：入射光线、折射光线和法线位在同一平面内。

根据第二个条件，由$\mathscr{L}$对y求偏导数得：

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y}=\frac{ny}{\sqrt{x^2+y^2+a^2}}-\frac{n'(c-y)}{\sqrt{x^2+(c-y)^2+b^2}}=0$$

由第一个条件得到$x=0$，实际光线位在yz坐标面内，因此下面的讨论限制在yz坐标面内。单独作出yz坐标面，如图 1-13 所示。同时在上式中把$x=0$代入得：

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y}=\frac{ny}{\sqrt{y^2+a^2}}-\frac{n'(c-y)}{\sqrt{(c-y)^2+b^2}}=0$$

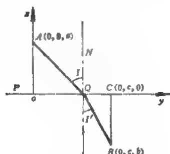


图 1-13

设$\overline{AQ}$和法线$\overline{QN}$之间的夹角为I，$\overline{QB}$和$\overline{QN}$之间的夹角为I'，由图得到：

$$\sin I=\frac{y}{\sqrt{y^2+a^2}}, \quad \sin I'=\frac{c-y}{\sqrt{(c-y)^2+b^2}}$$

将以上关系代入$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y}=0$公式得：

$$n\sin I-n'\sin I'=0 \quad 或 \quad n\sin I=n'\sin I'$$

这样根据光程为极值的第二个条件，又导出了折射定律的第二个内容。

上面是折射的情形，对于反射的情形，A点和B点位于同一种介质内，相当于上面折射的公式中$n'=n$，同时B点位在平面P的上方。但光程$\mathscr{L}$的公式不变，同理可以

得到光程为极值的第一个条件为：

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x}=\frac{nx}{\sqrt{x^2+y^2+a^2}}+\frac{nx}{\sqrt{x^2+(c-y)^2+b^2}}=0$$

上式的解同样为 $x=0$，由此得出反射定律的第一个内容：入射光线、反射光线和法线位在同一平面内。

根据第二个条件：

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y}=\frac{ny}{\sqrt{y^2+a^2}}-\frac{n(c-y)}{\sqrt{(c-y)^2+b^2}}=0$$

设 $\overline{AQ}$ 和 $\overline{QN}$ 之间的夹角为 I，$\overline{QB}$ 和 $\overline{QN}$ 之间的夹角为 R，如图 1-14 所示。由图得到：

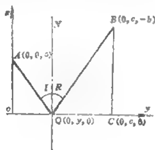


图 1-14

$$\sin I=\frac{y}{\sqrt{y^2+a^2}}, \quad \sin R=\frac{c-y}{\sqrt{(c-y)^2+b^2}}$$

将以上关系代入 $\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y}=0$ 的公式得到：

$$n\sin I-n\sin R=0 \quad 或者 \quad I=R$$

由此得到了反射定律的第二个内容：入射角等于反射角。

上面我们由费尔马原理分别导出了直线传播定律、折射定律和反射定律，这就充分说明了费尔马原理能够代表光线在不同情况下的传播规律。

几何光学的基本定律、马吕斯定律和费尔马原理，都能说明光线传播的基本规律，都可以作为几何光学的基础，假定三者中任意一个成立，即可导出其余的两个。几何光学的基本定律是按不同的具体情况分别说明光线的传播规律，而马吕斯定律和费尔马原理则是用统一的方式加以说明，因而更具有概括性。所以前者适用于研究各种具体的光的传播现象，而后者则适用于证明一些几何光学的普遍定理。

§1-7　光路可逆定理

上面介绍了光线传播的基本定律，下面我们应用这些定律来研究两种重要的光的传播现象——光路可逆和全反射。这一节首先研究光路可逆现象。

假定某一条光线，沿着一定的路线，由 A 传播到 B。如果我们在 B 点沿着出射光线，

按照相反的方向投射一条光线，则此反向光线，仍沿着此同一条路线，由 B 传播到 A。光线传播的这种性质，叫做“光路可逆定理”。根据该定理，当研究光线传播时，我们可以按实际光线进行的方向来研究它的传播路线；也可以按与实际光线相反的方向进行研究，二者的结果是完全相同的。

下面我们利用基本定律，证明上述定理。

根据直线传播定律，在均匀介质中光线按直线传播。两点间只能作一条直线，不论由 A 到 B，或者由 B 到 A，光线必然沿着此同一直线传播，光路可逆定理显然成立。

至于反射和折射的情形，根据反射定律和折射定律的公式（1-1）和（1-5）：

$$I_1=R_1\,,\quad n_1\sin I_1=n_2\sin I_2$$

在以上二式中，左右两边分别表示入射光线和反射光线，以及入射光线和折射光线几何位置之间的关系，并且等式两边形式完全对称。交换等式两边，得

$$R_1=I_1\,,\quad n_2\sin I_2=n_1\sin I_1$$

如果把 R_1 看作入射角，I_1 便成了反射角；I_2 作为入射角，I_1 便成了折射角。这就相当于把原来的反射光线和折射光线的位置作为入射光线的位置。根据以上公式，新的反射光线和折射光线的位置就是原来的入射光线的位置，如图 1-15 所示。

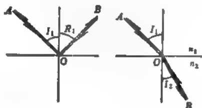


图 1-15

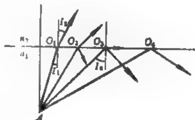


图 1-16

无论光线在均匀介质中传播，或者在两介质分界面上进行反射和折射，光路可逆定理都成立。因此，无论光线经过任意次反射、折射，也不管它通过什么样的介质，上述定理永远普遍成立。

§1-8 全反射现象及其应用

这一节我们研究另一种光的传播现象——全反射现象。

在一般情况下，投射在二介质分界面上的每一条光线，都分成两条，一条光线从分界面反射回到原来的介质，另一条光线经分界面折射进入另一种介质，随着光线入射角的增大，反射光线的强度逐渐增强，而折射光线的强度则逐渐减弱。

设介质 n_1 内的发光点 A 向各方向发出光线，投射在介质 n_1 和 n_2 的分界面上，如图1-16所示，每条光线都分成一条折射光线和一条反射光线。假定：

$$n_1>n_2$$

根据折射定律：$n_1\sin I_1=n_2\sin I_2$，得到

$$I_2>I_1$$

当入射角I_1增大时，相应的折射角I_2也增大。同时反射光线的强度随之加大，而折射光线的强度则逐渐减小。当入射角增大到I_0时，折射角$I_2=90°$，这时折射光线掠过介质的分界面，并且强度趋近于零。当入射角$I_1>I_0$时，折射光线不再存在，入射光线全部反射。这样的现象称为"全反射"。折射角$I_2=90°$对应的入射角I_0称为"临界角"，或"全反射角"。按照折射定律：

$$n_1\sin I_0=n_2\sin 90°=n_2$$

得到

$$\sin I_0=\frac{n_2}{n_1} \tag{1-10}$$

只有当光线由折射率高的介质射向折射率低的介质时，才有可能产生全反射，例如由玻璃到空气，或者由水到空气。由折射率低的介质射向折射率高的介质时，折射角小于入射角，显然不会有全反射产生。

全反射现象广泛地应用于光学仪器中。利用全反射原理构成的反射棱镜如图1-17（a）所示。用它来代替镀反光膜的反射镜，能够减少光能损失。因为一般镀反光膜的反射镜不能使光线全部反射，大约有百分之十的光线将被吸收，而且反光膜容易变质和损伤。利用棱镜全反射必须满足以下条件，即全部光线在反射面上的入射角都必须大于临界角I_0。如果有的光线入射角小于临界角，则反射面上仍需要镀反光膜。

玻璃的折射率不同，由玻璃到空气对应的临界角也不同。不同折射率对应的临界角数值如表 1-1 所示。

表 1-1

n	1.5	1.52	1.54	1.56	1.58	1.60	1.62	1.64	1.66
I_0	41°48′	41°8′	40°30′	39°52′	39°16′	38°41′	38°7′	37°34′	37°3′

全反射现象的另一个重要应用是利用它测量介质的折射率。如图1-17（b）所示，图中A是用一种折射率已知的介质做成的，设其折射率为n_A，B乃是需要测量折射率的介

图 1-17

质，其折射率用n_B表示。假定$n_A>n_B$，从各方向射来的光线a、b、c、……经过二介质的分界面折射后，对应的最大折射角显然和掠过分界面的a光线的折射角相同，其值等于全反射角I_0。全部折射光线的折射角均小于I_0，超出I_0便没有折射光线存在。因此，可以找到一个亮暗的分界线。利用测角装置，测出I_0角的大小，根据公式（1-10）

$$\sin I = \frac{n_B}{n_A}$$

或

$$n_B = n_A \sin I_0$$

将已知的 n_A 值和测得的 I_0 角代入上式，即可求得 n_B。

常用的阿贝折射计和普氏折射计就是利用测量临界角 I_0 的原理构成的。

§1-9 基本定律的向量形式

在前面§1-2中，折射定律和反射定律的内容都包含两个部分。第一部分说明，入射光线、法线、折射光线和反射光线位在同一平面内。第二部分说明：入射角、折射角和反射角之间的数量关系。这种形式的基本定律，对今后研究一些复杂的光的传播问题，使用很不方便。由于光线是具有方向的几何线，可以用向量来表示，因此基本定律的两部分内容，就可以用一个向量公式全部表示出来。

如图1-18所示，入射光线的方向用单位向量 $\boldsymbol{Q}$ 表示，折射光线的方向用单位向量 $\boldsymbol{Q'}$ 表示，法线方向用单位向量 $\boldsymbol{N}$ 表示，则折射定律可以用下列向量公式表示：

$$n\boldsymbol{Q}\times\boldsymbol{N} = n'\boldsymbol{Q'}\times\boldsymbol{N}$$

或者

$$(n\boldsymbol{Q} - n'\boldsymbol{Q'})\times\boldsymbol{N} = 0 \qquad (1\text{-}11)$$

由于 $|\boldsymbol{Q}\times\boldsymbol{N}| = \sin I$，$|\boldsymbol{Q'}\times\boldsymbol{N}| = \sin I'$，因此，上述向量公式既代表了入射角 I 和折射角 I' 之间的数量关系 $n\sin I = n'\sin I'$，同时也表示 $\boldsymbol{Q}$、$\boldsymbol{Q'}$、$\boldsymbol{N}$ 三个向量共面。

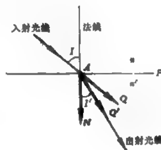


图 1-18

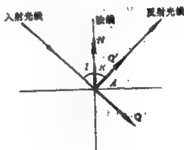


图 1-19

对均匀介质的情形，相当于 $n' = n$，代入公式（1-11）得：

$$\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{Q'}$$

这就是均匀介质中的直线传播定律。

对于反射的情形，如果我们用 $\boldsymbol{Q}$、$-\boldsymbol{Q'}$、$\boldsymbol{N}$ 这三个向量分别代表入射光线、反射光线和法线方向的单位向量，如图1-19所示。根据反射定律，它们之间应满足下列关系：

$$\boldsymbol{Q}\times\boldsymbol{N} = -\boldsymbol{Q'}\times\boldsymbol{N} \qquad (1\text{-}12)$$

这就是反射定律的向量公式。如果把 $n' = -n$ 代入公式（1-11），就可以得到公式（1-12）。因此，我们可以把公式（1-11）看作是基本定律的普遍形式，把直线传播定律和反射定律看作 $n' = n$ 和 $n' = -n$ 的特例，不过折射光线与 $\boldsymbol{Q'}$ 同向，反射光线与 $\boldsymbol{Q'}$ 反向。

§1-10 非均匀介质中光线的微分方程式

前面讨论的是光线在均匀介质中传播，或者在两种均匀介质的分界面上进行折射或反射。这一节讨论非均匀介质中光线的传播。

设非均匀介质中，折射率分布由函数 $n(x, y, z)$ 表示，曲面 P 为非均匀介质中的一个等折射率面，如图1-20所示。我们可以把它看作是折射率为 n 和 $n+dn$ 两种均匀介

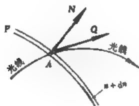


图 1-20

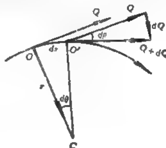


图 1-21

质的分界面。等折射率曲面 P 的法线，显然和折射率梯度方向一致，因此，有

$$N=\frac{\text{grad}\,n}{|\text{grad}\,n|}$$

N 为曲面 P 的法线方向的单位向量。任意光线 Q 在等折射率面 P 上的折射，应满足折射定律。根据折射定律的向量公式：

$$(n'Q'-nQ)\times N=0$$

令 $n'=n+dn$，$Q'=Q+dQ$ 代入上式，展开以后略去二阶小量 $dndQ$，得：

$$(dnQ+ndQ)\times N=0$$

上式可改写为：

$$d(nQ)\times N=0$$

如果我们把 n 和 Q 看作是光线弧长 s 的函数，则有：

$$\frac{d}{ds}(nQ)\times N=0$$

将以上展开得：

$$\left(\frac{dn}{ds}\cdot Q+n\frac{dQ}{ds}\right)\times N=0$$

上式中两个向量的矢积为零，则此二向量必然平行，因此，有：

$$\frac{dn}{ds}\cdot Q+n\frac{dQ}{ds}=f\cdot N$$

上式中 f 为某一常数。考虑到 $N=\text{grad}\,n/|\text{grad}\,n|$，上式可改写成：

$$\frac{dn}{ds}Q+n\frac{dQ}{ds}=g\ \text{grad}\,n \tag{1-13}$$

公式中的 g 也是一常数，下面就来确定 g 值。

首先对公式中的 dQ/ds 进行变换，它是光线方向的单位向量 Q 对光线弧长 s 的微商。如图1-21所示，O 和 O' 为光线上相距为 ds 的两个点，Q 和 $Q+dQ$ 为它们对应的单位向

量。由于Q和$Q+dQ$均为单位向量，因此，可以近似认为dQ垂直Q，并和光线曲率半径方向的单位向量r平行。设O、O'两点对应的辐角为$d\theta$。由图中可以看到：

$$dQ=d\theta\cdot r$$

由此得到：

$$\frac{dQ}{ds}=\frac{d\theta}{ds}\ r=c\cdot r$$

上式中c为光线的曲率。代入前面的公式得：

$$\frac{dn}{ds}\cdot Q+nc\cdot r=g\cdot \mathrm{grad}\,n$$

将上式两边点积Q，并考虑到$Q\cdot Q=1$，$r\cdot Q=0$，则有：

$$\frac{dn}{ds}=g\cdot \mathrm{grad}\,n\cdot Q$$

将上式右边$\mathrm{grad}\,n\cdot Q$展开得到：

$$\mathrm{grad}\,n\cdot Q=\frac{\partial n}{\partial x}\cdot\frac{dx}{ds}+\frac{\partial n}{\partial y}\cdot\frac{dy}{ds}+\frac{\partial n}{\partial z}\cdot\frac{dz}{ds}=\frac{dn}{ds}$$

代入上式得：

$$g=1$$

代入前面的公式（1-13）得：

$$\frac{dn}{ds}Q+n\frac{dQ}{ds}=\mathrm{grad}\,n \qquad (1\text{-}14)$$

或者：

$$\frac{d}{ds}(nQ)=\mathrm{grad}\,n \qquad (1\text{-}15)$$

上式即为非均匀介质中光线的微分方程式。如果用直角坐标系中分量的形式表示则为：

$$\left.\begin{aligned}\frac{d}{ds}\left(n\frac{dx}{ds}\right)&=\frac{\partial n}{\partial x}\\ \frac{d}{ds}\left(n\frac{dy}{ds}\right)&=\frac{\partial n}{\partial y}\\ \frac{d}{ds}\left(n\frac{dz}{ds}\right)&=\frac{\partial n}{\partial z}\end{aligned}\right\} \qquad (1\text{-}16)$$

§1-11　几何光学的误差和应用范围的讨论

几何光学的一切结论，都是建立在把光看作光线这一基本假设基础上的，而光实际上是电磁波，因此，由几何光学导出的结论，都有一定误差。在大多数情况下，这种误差都很小，因此，可以足够准确地说明光的传播现象，但是，在某些特殊情况下，误差可能较大，因而几何光学不能说明实际光学现象。在这种情况下，必须采用物理光学的方法进行研究。因此，建立几何光学误差和应用范围的概念具有重要的实际意义，它使我们能初步定性地预计到几何光学的研究结果和实际光学现象之间差别的大小，避免导致错误的结论。

位于均匀介质中的发光点A，向周围空间辐射电磁波，假定各方向的辐射强度相等。

由于介质是均匀的，波面是一系列以A为球心的同心球面。根据基本物理定律——能量守恒定律，单位时间通过每个波面的总能量显然相等。而球面面积和半径平方成正比，因此，能量密度——单位面积通过的能量——应该和半径的平方成反比。假定O点的能量密度为E_0，P点的能量密度为E_P，如图1-22所示，则有：

$$E_P=E_0\frac{r_0^2}{r_P^2}$$

以上结果由基本物理定律导出，它显然应和客观光学现象符合。

下面根据几何光学原理进行讨论，发光点A向各方向发射一定数量的光线，每条光线传输一定能量，因此，能量密度可用光线密度代表，光线的总数不变，因此在球面O和球面P上的密度，应与球面面积成反比，也就是说和球面半径平方成反比，因此，能量密度同样符合上面的关系式。由此得出结论：在上述各方向不受限制地均匀发光的情形，几何光学准确地说明了光的传播现象。

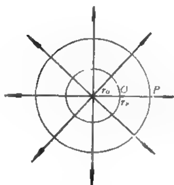


图 1-22

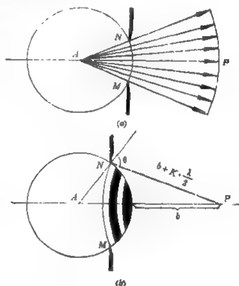


图 1-23

如果我们用一个带孔的屏MN，将光束限制在一定范围内，如图1-23(*a*)所示，按照几何光学的光线概念，P点的光线密度显然不会受到影响，因此P点的能量密度，并不会由于限制了光束而发生改变。但是，如果我们把光看作电磁波仔细地进行分析，就会看到，实际上P点的能量密度是要发生变化的。因此在这种情形下，几何光学就不再完全正确了，而有一定误差。下面我们就来讨论这个问题。

根据惠更斯-菲涅尔原理，波面上每个微小波面元，都可以看作新的波源，向各方向辐射子波。子波的辐射随着衍射角θ（波面的法线$\overline{AN}$和衍射方向$\overline{NP}$之间的夹角称为衍射角，如图1-23(*b*)所示）的增加而减小，当$\theta\geqslant\pi/2$时，子波振幅为零。任意一点P的振幅可以看作由波面上各波面元所发出的子波，在P点相互干涉的结果。

为了计算图1-23(*b*)中P点的振幅，我们以P点为圆心，分别以$b+\frac{\lambda}{2}$、$b+$

$2\cdot\frac{\lambda}{2}$、$b+3\frac{\lambda}{2}$、……$b+K\cdot\frac{\lambda}{2}$，在波面上作圆，划分 MN 波面成 K 个圆环，这样的圆环称为"菲涅尔半波带"。设每个半波带的全部子波在 P 点所引起的总振幅分别为 u_1、u_2、……u_K，所有次波源均位在同一波面上，因此，具有相同的初位相，而每个半波带到 P 点的距离依次增加半个波长，因此到达 P 点的子波，相应地将产生半周期的位相差 π，使相邻的两个半波带对 P 点的振动起着相互抵消的作用。P 点的总振幅 u 和各半波带振幅 u_1、u_2、……u_K 之间有以下关系：

$$u=u_1-u_2+u_3-u_4+\cdots\cdots\pm u_K$$

式中 u_K 前符号，当 K 为奇数时取正，偶数时取负。上式可以改写成如下的形式：

当 K 为奇数时：

$$u=\frac{u_1}{2}+\left(\frac{u_1}{2}-u_2+\frac{u_3}{2}\right)+\cdots\cdots+\left(\frac{u_{K-2}}{2}-u_{K-1}+\frac{u_K}{2}\right)+\frac{u_K}{2}$$

当 K 为偶数时：

$$u=\frac{u_1}{2}+\left(\frac{u_1}{2}-u_2+\frac{u_3}{2}\right)+\cdots\cdots+\left(\frac{u_{K-3}}{2}-u_{K-2}+\frac{u_{K-1}}{2}\right)+\frac{u_{K-1}}{2}-u_K$$

由于波面是连续和平滑的曲面，同时光的波长 λ 很小。每个半波带对应的面积很小，所以，它们的面积和衍射角的变化应该是均匀的。每个半波带对 P 点所引起的振幅与半波带面积和衍射角的余弦成正比，所以 u_1、u_2、……、u_K 等的变化，也必然是均匀的。因此，下列关系显然存在：

$$\frac{u_{j-1}}{2}-u_j+\frac{u_{j+1}}{2}=0$$

因此，前面振幅公式中所有括弧内的值都等于零，由此得到：

K 为奇数时：

$$u=\frac{u_1}{2}+\frac{u_K}{2}$$

K 为偶数时：

$$u=\frac{u_1}{2}+\frac{u_{K-1}}{2}-u_K$$

由于 u_{K-1} 和 u_K 相差极小，因此可近似写作

$$u=\frac{u_1}{2}-\frac{u_K}{2}$$

由此得到当光束被限制在 K 个半波带内时，P 点的振幅公式为：

$$u=\frac{u_1}{2}\pm\frac{u_K}{2} \tag{1-17}$$

当 K 为奇数时取加号，偶数时取减号。

在各方面不受限制，均匀发光时，边缘最后一个半波带对应的衍射角 $\theta=\pi/2$，根据菲涅尔的假定，此时 $u_K=0$，则有：

$$u=\frac{u_1}{2}$$

如前所述，在这种情况下，几何光学能确切地说明光的传播现象，因此，应和几何

光学得到的结果相同。对光束进行限制以后，按照几何光学的观点，P点的强度不会改变，振幅也就不会改变。而实际上P点的振幅变为：

$$u = \frac{u_1}{2} \pm \frac{u_K}{2}$$

因此，在这种情况下，几何光学的结果具有$u_K/2$的误差。不难看出最后一个半波带产生的振幅u_K越小，则几何光学的误差越小。根据上面的研究，我们能对几何光学的误差和应用范围，作出如下结论：

第一，从上面的分析可以看到，要使几何光学的误差减小，则限制光束的光阑口径应足够大。因为，如果光阑口径很小，就不能在波面上作出足够数量的半波带，使u_K变得很小。如果光阑口径很小，几何光学的误差就很大。例如光的小孔衍射现象，几何光学完全无法说明。

实际光学仪器中，光阑的口径都比较大，所以几何光学能够作为设计光学仪器的基础。

第二，对聚交于一点或近似聚交于一点的光束，它对应的波面为一个球面或近似为一个球面。光束的聚交点就是球面的球心，如图1-24所示。对这样的光束，在光束聚交点A'的附近，即使光阑的口径很大，也分不出足够数量的半波带，而且对应的衍射角也很小，u_K不可能变得很小，几何光学的误差很大，不能应用，必须采用物理光学的方法。

如果波面的形状为与球面偏离很大的非球曲面，则分出的半波带的数量增加，几何光学的误差减小。

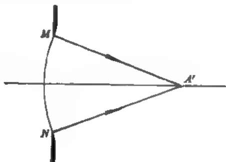


图 1-24

第三，在一定口径范围内，波长越小，可以分出的半波带越多，几何光学的误差越小。实际上当波长趋近于零时，即可由物理光学导出几何光学的基本定律。

总之，通过上面的分析，我们今后研究各种光的传播现象时，可以用划分半波带的方法来近似地估计几何光学的误差，以便在不能使用几何光学的场合，及时改用物理光学的方法。

习　题

1　当射击水底目标时，是否可以和射击地面目标一样的进行瞄准？

2　弯曲的光学纤维可以将光线由一端传至另一端，这是否和光在均匀介质中直线传播定律相违背？

3 汽车前面和马路拐弯处的反光镜为什么做成凸面，而不做成平面？

4. 为了从坦克内部观察外界目标，需要在坦克壁上开一个孔。假定坦克壁厚200mm，孔宽120mm，在孔内安装一块折射率 $n=1.5163$ 的玻璃，厚度与装甲厚度相同，问能看到外界多大角度范围？

5 证明光线通过二表面平行的玻璃板时，出射光线和入射光线的方向永远平行。

6 一个等边三角棱镜，假定入射光线和出射光线对棱镜对称，出射光线对入射光线的偏转角为40°，求棱镜的折射率。

7 一等腰直角反射棱镜，设其折射率 $n=1.5163$，求能够在斜面上发生全反射的最大入射光锥角。

第二章　理想像和理想光学系统

§2-1　光学系统及其类别

人们在研究光的各种传播现象的基础上，设计和制造了各种各样的光学仪器，为生产和生活服务。例如利用显微镜帮助我们观察细小的物体，利用望远镜观察远距离的物体等。在所有光学仪器中，都是应用不同形状的曲面和不同的介质（玻璃、晶体等）做成各种光学零件——反射镜、透镜和棱镜，如图2-1所示。把它们按一定方式组合起来，使由物体发出的光线，经过这些光学零件的折射、反射以后，按照我们的需要改变光线的传播方向，随后射出光学系统，从而满足一定的使用要求。这样的光学零件的组合我们称为"光学系统"。图2-2是一个军用观察望远镜的光学系统图，它是由两个透镜组（物镜和目镜）和两个棱镜构成的。

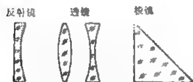


图　2-1

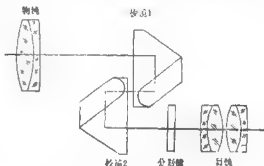


图　2-2

绝大部分透镜系统都有一条对称轴线，这样的系统称为"共轴系统"，例如图2-2中的物镜组、目镜组都属于共轴系统。系统的对称轴称为"光轴"。没有对称轴的光学系统称为"非共轴系统"。

在各种不同形式的曲面中，目前能够比较方便地进行大量生产的只限于球面和平面（平面可以看作是半径为无限大的球面）。因此，绝大多数光学系统中的光学零件均由球面构成。这样的光学系统称为"球面系统"。如果光学系统中包含有非球面，则称为"非球面系统"。在球面系统中，如果所有球心均位于同一直线上，由于球面对于通过球心的任意一条直线都对称，因此该直线就是整个系统的对称轴线，也就是系统的光轴。这样的系统称为"共轴球面系统"。目前被广泛采用的光学系统，大多数由共轴球面系统和平面镜、棱镜系统组合而成。图2-2中军用观察望远镜的光学系统就是由两个属于共轴球面系统的透镜组（物镜组和目镜组）和两个全反射棱镜组成的。今后我们主要研究的也就是共轴球面系统和平面镜、棱镜系统。

§2-2　透镜和成像的基本概念

实际上共轴球面光学系统都是由不同形状的透镜构成的。因此，单个透镜是共轴球面系统的基础。例如图2-2中望远镜的物镜组和目镜组就是分别由两片透镜和四片透镜组成的。

透镜根据形状不同可以分成两大类：第一类称为会聚透镜或正透镜。它的特点是中心厚边缘薄。这类透镜又有各种不同的形状，如图2-3(*a*)所示；第二类称为发散透镜或负透镜。这类透镜的特点是中心薄边缘厚。它也有各种不同的形状，如图2-3(*b*)所示。

下面我们根据光线和波面的传播规律，来研究光束通过透镜的传播情况。

图 2-3

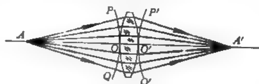


图 2-4

首先看会聚透镜。如图2-4，由A点发出的同心光束，它的波面PQ是以A为球心的球面。当光束通过透镜时，由于玻璃的折射率比空气大，根据折射率和光速的关系，光在玻璃中的传播速度比空气中的速度小，而会聚透镜中心的厚度比边缘大，因此光束的中心部分传播得慢，而边缘部分传播得快。图2-4的情形，中心的光线由O传播到O'时，边缘的光线已经由P、Q分别传播到P'、Q'，出射波面便由左向右弯曲，整个光束便折向光轴，称为"会聚"。如果透镜表面选用恰当的曲面形状，则出射波面有可能仍为一球面。对应的出射光线都相交于一点A'，该相交点显然就是出射球面波的球心。我们称A'为A点通过透镜所成的"像点"，而把A称为"物点"。图中A'为实际光线的相交点，如果我们在A'处放一屏幕，则可以在屏幕上看到一个亮点，这样的像点称为"实像点"。

一般用球面做成的单透镜，入射球面波通过透镜以后，出射波面就不再是严格的球面，而成一非球曲面。对应的光束，也就不再完全相交于一点，而成为一像散光束。但是，一般它们仍然近似聚交于一点A'，我们仍把A'称为A点通过透镜所成的像。

下面再来看发散透镜。由于发散透镜边缘比中心厚，所以和会聚透镜相反，光束中心部分走得快，边缘走得慢，如图2-5所示。光束通过透镜以后，波面向左弯曲，对应的出射光线就向外偏折，称为"发散"。如果出射波面为球面，则所有光线的延长线都通过球面波的球心A'。当我们在透镜后面进行观察时，所看到的和光线从A'发出的完全一样，但不能用一个屏幕显示出来。这样的像点称为"虚像点"。

上面两种情形，物点A都是实际光线的出发点，称为"实物点"。如果物点A不是实际的发光点，而是另一光学系统的像点，在光线没有到达A点以前，就遇到了后面光学系统的第一个表面开始改变自己的传播方向，如图2-6中A所示。此时实际光线并不

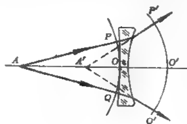


图 2-5

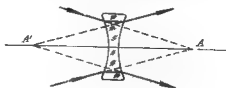


图 2-6

通过A点，而是它们的延长线相交于A点，则称A为"虚物点"。

任何具有一定面积或体积的物体，都可把它们看作是由无数发光点集合而成。如果每一点都按照上述定义成一像点，物体上各点所对应的像点的总体就叫做该物体通过光学系统所成的像。物所在的空间称为"物空间"，像所在的空间称为"像空间"。

根据前面的定义，光学系统第一个曲面以前的空间为"实物空间"，而第一个曲面以后的空间为"虚物空间"；系统最后一个曲面以后的空间称为"实像空间"，而最后一个曲面以前的空间称为"虚像空间"。整个物空间（包括实物空间和虚物空间）是可以无限扩展的，整个像空间（包括实像空间和虚像空间）也是可以无限扩展的，因此不能按空间位置来划分物空间或像空间。例如不能把光学系统前方的空间称为物空间，而把光学系统后方的空间称为像空间。

但是物空间介质的折射率，均须按实际入射光线所在的系统前方空间介质的折射率来计算；像空间介质的折射率则均须按实际出射光线所在的系统后方空间介质的折射率来计算，而不管它们是实物点还是虚物点，是实像点还是虚像点。例如图2-6中的虚物点A，尽管从位置来说，位在系统后方，但是物空间介质的折射率仍按指向A点的实际入射光线所在空间（即透镜前方空间）介质的折射率计算。同理虚像点A'对应的像空间介质的折射率，则按实际出射光线所在空间（即透镜后方空间）介质的折射率计算。

根据光路可逆定理，如果我们把像点A'看作物点，则由A'点发出的光线必相交于A点，A点就成了A'通过光学系统所成的像。A点和A'点间的这种对应关系叫做"共轭"。

§2-3 理想像和理想光学系统

上节介绍了透镜成像的基本概念。绝大部分光学系统都是用来使一定的物体成像。例如显微镜是使近距离的细小物体成像，而望远镜则是使远距离的目标成像。"应用光学"的主要内容就是研究光学系统的成像性质。在开始研究时，首先明确对光学系统所成的像有些什么要求，或者说什么样的像才能算一个理想的像。这对于研究光学系统的成像性质有重要的意义，因为明确了对光学系统成像的要求以后，就可以使我们在整个研究中具有明确的目标和方向。

对光学系统成像的最普遍的要求就是成像应清晰。为了保证成像的绝对清晰，就必须由同一物点发出的全部光线，通过光学系统以后仍然相交于一点。也就是说"每一个物点都对应唯一的像点"。如果光学系统物空间和像空间均为均匀透明介质，根据光线的直线传播定律，符合点对应点的像同时具有以下性质：

直线成像为直线：假定物空间的A、B、C三点位在一直线上，如图2-7所示。由于光线在均匀透明介质中按直线传播，所以可以把ABC直线看作一条光线。可以把它看作是由A点发出，也可看作是由B点或C点发出。根据点对应点的性质，通过A、B、C三点的入射光线，射出光学系统之后，必然通过像点A'、B'、C'。因此，这些点必然位于同一直线上。可知点对应点的像也符合直线对应直线的关系。

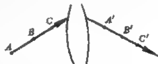


图 2-7

平面成像为平面：假定物空间两条相交的直线AB和AC确定了一个平面P，如图2-8

所示。根据前面点对应点，直线对应直线的关系，它们的像$A'B'$ $A'C'$同样是两条相交的直线，交点A'即为A点的像。$A'B'$和$A'C'$二直线在像空间确定了一个平面P'。为了肯定P'就是P的像，还须进一步证明，凡是位于P平面上的其它物点，对应的像点都位于P'平面上。为此，我们在平面P上取任意一条直线EF，它和AB、AC二直线的交点E、F所成的像E'、F'，根据直线和直线对应的关系，必然位于$A'B'$和$A'C'$直线上。E' F'二点的连线，应该是EF的像。该直线显然位于由$A'B'$、$A'C'$二直线所

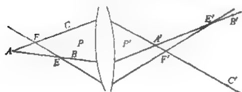


图 2-8

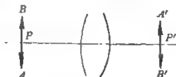


图 2-9

确定的平面P'上。平面P上的任意一条直线所成的像既然均位于平面P'上，所以平面P'就是平面P通过光学系统所成的像。由此得出结论，平面成像为平面。

通常把物、像空间符合"点对应点，直线对应直线，平面对应平面"关系的像称为"理想像"，把成像符合上述关系的光学系统称为"理想光学系统"。

前面说过，目前实际使用的光学系统大多数是共轴系统。由于系统的对称性，共轴理想光学系统所成的像还有若干其它性质：

1. 由于系统的对称性，位在光轴上的物点对应的像点也必然位于光轴上；位于过光轴的某一个截面内的物点对应的像点必位于同一平面内，同时，过光轴的任意截面成像性质都是相同的。因此，我们可以用一个过光轴的截面来代表一个共轴系统，如图 2-9 所示。另外，垂直于光轴的物平面，它的像平面也必然垂直于光轴，如图中AB和$A'B'$所示。

2. 位于垂直于光轴的同一平面内的物所成的像，其几何形状和物完全相似。也就是说在整个物平面上无论什么位置，物和像的大小比例等于常数。像和物的大小之比称为"放大率"。所以对共轴理想光学系统来说，垂直于光轴的同一平面上的各部分具有相同的放大率。

下面我们进行证明。假定O、P、Q为垂直于光轴的三个物平面，O' P'、Q'分别为它们的像平面。上面已经说明，它们同样垂直于光轴如图2-10所示。在Q平面上取对称于光轴的二点G、H，它们的像G'、H'也一定对称于光轴。在P平面上任取一点E，它的像在P'平面上为E'。连接GE和HE，交平面O于A、B；连

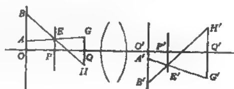


图 2-10

接$G'E'$和$H'E'$，交平面O'于A'、B'。根据理想像的性质，$A'B'$显然就是AB的像。如果我们在P平面上取不同的E点位置，E'点在P'平面上的位置随之改变，AB和A'

B'在平面O和O'上也将对应不同的位置。由图可以看到AB和$A'B'$的大小显然不变。因此，二者的比不变，这就证明了同一垂直面内具有相同的放大率。

当光学系统物空间和像空间符合点对应点、直线对应直线、平面对应平面的理想成像关系时，一般来说物和像并不一定相似。在共轴理想光学系统中只有垂直于光轴的平面才具有物像相似的性质。对绝大多数光学仪器来说，都要求像应该和物在几何形状上完全相似，因为人们使用光学仪器的目的，总是为了帮助我们看清用人眼直接观察时看不清的细小物体，或远距离物体。如果通过仪器观察到的像和物不相似，我们就不能真正了解实际物体的情况。因此，我们总是使物平面垂直于共轴系统的光轴，在讨论共轴系统的成像性质时，也总是取垂直于光轴的共轭面。

对于一个共轴理想光学系统，如果已知两对共轭面的位置和放大率，或者一对共轭面的位置和放大率，以及轴上的两对共轭点的位置，则其他一切物点的像点都可以根据这些已知的共轭面和共轭点确定。换句话说，共轴理想光学系统的成像性质可以用这些已知的共轭面和共轭点来表示。因此，我们把这些已知的共轭面和共轭点称为共轴系统的"基面"和"基点"。下面我们分别加以证明。

第一种情形。已知两对共轭面的位置和放大率。如图2-11(a)所示，O、O'和P、

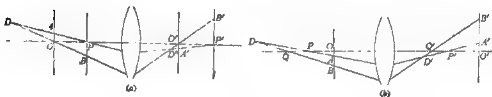


图 2-11

P'为已知放大率的两对共轭面；D为一任意的其他物点，要求它的像点D'的位置。为此，连DP、DO二直线分别交O、P平面于A、B二点。由于O、P二平面的像平面O'、P'的位置和放大率为已知，所以能够找到它们的共轭点A'、B'。作$A'P'$和$B'O'$的连线相交于一点D'，它就是D点的像。因为按照理想像的性质，由一点发出的光线仍相交于一点，从O、B和A、P入射的光线必然通过O'、B'和A'、P'，所以$O'B'$和$A'P'$就是入射光线OB和AP的出射光线，它们的交点D'必然就是D点的像。

第二种情形。已知一对共轭面的位置和放大率，再加上光轴上的两对共轭点。如图2-11(b)所示，O、O'为已知的共轭面，P、P'和Q、Q'为光轴上的两对已知的共轭点。D点为任意的其他物点，连DP、DQ二直线，使之交平面O于A、B二点。根据平面O的共轭面O'的位置和放大率，可找到它们的像点A'和B'。作$A'P'$和$B'Q'$相交于一点D'，和前面同样的理由，D'就是D点的像。

上述已知的共轭面或者共轭点的位置，都可以是任意的。但实际上，为了应用方便均采用一些特殊的共轭面和共轭点作为共轴系统的基面和基点。采用哪些特殊的共轭面和共轭点，以及如何根据它们用作图或者计算的方法求其他物点的像均将在下一章中讨论。

§2-4 发光点理想成像的条件 等光程条件

上面我们讨论了理想像的定义，并讨论了理想像的几何性质。在讨论中并没有涉及光学系统的具体结构，也没有说明实际光学系统是否有可能达到这些要求，以及怎样才能实现这些要求，下面我们将讨论这些问题。这一节首先讨论使一个物点理想成像的条件。

按照理想像的定义，单个物点的理想成像，就是要求由物点A发出的全部光线，通过光学系统后，仍然聚交于一点A'，如图2-12所示。

假定A点通过光学系统理想成像于A'，我们要求找出该系统必须满足的条件。首先

图 2-12

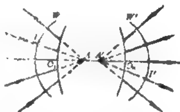


图 2-13

分别以A和A'为球心作两个球面W和W'。它们分别与入射和出射的所有光线垂直，因此是光束的波面。按马吕斯定律，W和W'之间的所有光线都是等光程的。同时由A到W以及由W'到A'显然都是等光程的。因此由物点A到像点A'的所有光线都是等光程的。由此得出结论：

发光点A通过光学系统理想成像于A'时，则物点和像点间的所有光线为等光程。

由A到A'的光程用符号(AA')表示，则等光程条件可以写作：

$$(AA')=\text{常数}$$

上述结果是由实物点和实像点导出的，对于虚物点和虚像点，只要在计算光程时，遵守前面规定的光程的符号规则，上述结论同样成立。

例如：图2-13中A和A'为一对虚物点和虚像点，计算由A到A'点的光程，由图得：

$$(AA')=(AI)+(II')+(I'A')$$

其中(AI)和$(I'A')$计算光程的方向和实际光线的进行方向相反，应为负值：

$$(AI)=-n\ \overline{AI},\quad (I'A')=-n'\ \overline{I'A'}$$

以上公式中$\overline{AI}$和$\overline{I'A'}$代表线段的几何长度，永为正值。因此：

$$(AA')=-n\ \overline{AI}+(II')-n'\ \overline{I'A'}=\text{常数}$$

总之，无论物点和像点为虚为实，等光程条件均能成立。

§2-5 等光程的反射面和折射面

上节导出了点光源理想成像的等光程条件。现在我们来寻求符合等光程条件的反射面和折射面。因为单个反射面和折射面是最简单的光学系统。

一 等光程的反射面

（1）椭球面反射镜，对它的两个焦点符合等光程条件。

如图2-14所示，假定反射面对A和A'理想成像，根据等光程条件有：

$$(AI)+(IA')=\text{常数}$$

对于反射的情形，A和A'位于同一种介质内，物、像空间折射率相同，为使光程等于常数，即：

$$\overline{AI}+\overline{IA'}=\text{常数}$$

对两定点距离之和等于常数的点的轨迹，是以该两定点为焦点的椭圆，所以，椭球面反射镜对它的两个焦点等光程。

当光程为正时，物点和像点都是实的，对应的反射面为凹面，如图2-14上半部所示。如果光程为负，则物点和像点都是虚的，对应的反射面是凸面，如图2-14下半部所示。

（2）双曲面反射镜对它的内焦点和外焦点满足等光程条件，但物点和像点中必然有一个是实的，另一个是虚的。

假定物点A为实，像点A'为虚，反射镜位于空气中，折射率等于1，如图2-15所

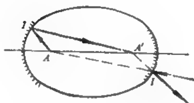


图 2-14

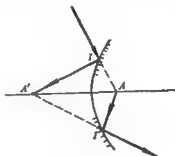


图 2-15

示。等光程条件为：

$$(AI)+(IA')=\overline{AI}-\overline{IA'}=\text{常数}$$

反之，如果物点A为虚，像点A'为实，则等光程条件为：

$$(AI)+(IA')=-\overline{AI}+\overline{IA'}=-(\overline{AI}-\overline{IA'})=\text{常数}$$

因此，无论物点为虚为实，同样要求：

$$\overline{AI}-\overline{IA'}=\text{常数}$$

到两定点距离之差等于常数的点的轨迹，是以A和A'为焦点的双曲线。上述两种情况分别如图2-15的下部和上部所示。

（3）抛物面反射镜对它的焦点和无限远轴上点满足等光程条件。

和无限远点对应的光束是平行光束，对应的波面为平面，从波面到无限远点显然是等光程的。欲使某一点A和无限远点符合等光程条件，只须该点到波面（平面）等光程即可。

图2-16中，当A为实物点，W为波面，等光程条件为：

$$[AI]+[IK]=\overline{AI}-\overline{IK}=\text{常数}$$

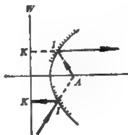


图 2-16

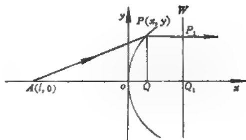


图 2-17

假若把波面W作平行位移，则光程常数发生变化，因此，总可以找到某一波面位置，使：

$$\overline{AI}-\overline{IK}=0 \quad \text{或者} \quad \overline{AI}=\overline{IK}$$

平面波和子午面的交线为一条直线。由上式可知要求对直线W和定点A的距离相等，这样的点的轨迹是以A为焦点，W为准线的抛物线。因此，整个反射面为一回转抛物面，如图2-16上半部所示，图的下半部对应A为虚物点的情形。

二 等光程的折射面

下面我们寻求物点A与无限远像点共轭的等光程折射面。

如图2-17所示，A点与无限远像点等光程，则由$A(l,0)$点发出任一光线经曲面上一点$P(x,y)$折射以后，必平行于光轴出射，由A到波面W（垂直于光轴的平面）的光程应与沿光轴由A到W的光程相等。由P作光轴的垂线，交光轴于一点Q，$\overline{PQ}$平行于波面W。根据等光程条件：

$$[APP_1]=[AQQ_1]$$

由于$[PP_1]=[QQ_1]$，因此，有：

$$[AP]=[AQ]$$

由图可以得到：

$$[AP]=n\sqrt{(x-l)^2+y^2}, \quad [AQ]=n(-l)+n'x$$

代入上式得：

$$n\sqrt{(x-l)^2+y^2}=n(-l)+n'x$$

或者：

$$\sqrt{(x-l)^2+y^2}=\frac{n'}{n}x-l$$

上式两边平方，化简以后得：

$$\left(1-\frac{n'^2}{n^2}\right)x^2+y^2-2l\left(1-\frac{n'}{n}\right)x=0$$

如果我们把上式和一个标准的圆锥曲线方程式加以比较：

$$(1-e^2)x^2+y^2-2rx=0$$

以上公式中e为圆锥曲线偏心率，r为顶点曲率半径。

显然，上述等光程折射面为一圆锥曲线，该圆锥曲线符合以下关系：

$$e = \frac{n'}{n}, \quad r = l\left(1 - \frac{n'}{n}\right)$$

根据n'和n的大小不同，可以分为以下两种情况：

1. $n' > n$，例如：由空气到玻璃的情形。此时，偏心率$e = \frac{n'}{n} > 1$，r与l异号。由此可知，该等光程折射面为一个回转双曲面，物点A与曲率中心C处于顶点的两侧。如图2-18所示。

2. $n' < n$，例如：由玻璃到空气的情形。此时，偏心率$e = \frac{n'}{n} < 1$，r与l同号。由此可知，该等光程折射面为一回转椭球面。物点A与曲率中心C处于顶点的同侧。如图2-19所示。

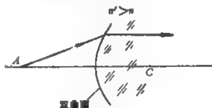


图 2-18

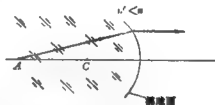


图 2-19

上面介绍的是一些特殊情况下的等光程反射面和折射面的情形。

§2-6 微小线段理想成像的条件　余弦条件

上面我们得到了单个物点理想成像的条件，这一节，研究一个微小线段理想成像时，必须满足的条件。

假定作为物的微小线段AB，通过光学系统后，理想成像于$A'B'$，如图2-20所示。

根据等光程条件，A、A'和B、B'这两对共轭点应同时满足等光程条件。AI和BJ为过A、B两点，与AB成θ角的任意两条平行光线，它们的共轭光线为$I'A'$和$J'B'$。$I'A'$和$A'B'$的夹角为θ'。经过B和B'，分别作AI和$I'A'$的垂线BH和$B'H'$，我们可以把BH看成是平行光线AI和BJ的波面，它们的出射波面一般来说不再是一平面波，但是由于AB和$A'B'$很小，因此，可以近似地用过B'点的垂线$B'H'$代替实际波面，这样引起的误差，对$A'B'$来说是二阶或高阶小量，可以忽略。根据马吕斯定律，两波面之间光线的光程相等，因此，有：

图 2-20

$$(BB') = (HH')$$

由图得到：

$$[AA'] = n\overline{AH} + [HH'] - n'\overline{A'H'}$$

根据△ABH和△$A'H'B'$得：

$$\overline{AH} = \overline{AB}\cos\theta，\overline{A'H'} = \overline{A'B'}\cos\theta'$$

代入上式，

$$[AA'] = n\overline{AB}\cos\theta + [HH'] - n'\overline{A'B'}\cos\theta'$$

从$[AA']$中减去$[BB']$同时考虑到$[BB'] = [HH']$，得到：

$$[AA'] - [BB'] = n\overline{AB}\cos\theta - n'\overline{A'B'}\cos\theta'$$

由于A、A'和B、B'均符合等光程条件，所以，不论光线和AB的夹角θ如何变化，光程$[AA']$和$[BB']$均为常数。因此，二者之差也应该是和θ无关的常数，由此得出微小线段理想成像的条件如下：

$$n\overline{AB}\cos\theta - n'\overline{A'B'}\cos\theta' = c \tag{2-1}$$

c为一个与θ无关的常数。以上条件称为余弦条件。需要特别指出的是，在上面的证明过程中，忽略了和$\overline{AB}$、$\overline{A'B'}$比较是二阶或高阶的微量。因此，我们所得到的结果，都具有二阶或高阶微量的误差，所以只能适用于$\overline{AB}$和$\overline{A'B'}$很小的情形。

§2-7 阿贝条件和赫谢尔条件

上面导出微小线段理想成像的余弦条件时，并没有对光学系统作任何限制，因此，它对一切光学系统均能适用。如果我们把它应用到共轴系统的情形，就得出了著名的阿贝条件和赫谢尔条件。

一 阿贝条件

假定物体AB为垂直于共轴系统光轴的微小线段，如图2-21所示，它通过光学系统后理想成像于$A'B'$，由于共轴系统的对称性，$A'B'$也一定和光轴垂直。由A点发出的任意一条光线，与光轴的夹角为U，其出射光线和光轴的夹角为U'，由图得到：

$$\theta = 90° - U；\theta' = 90° - U'$$

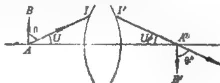


图 2-21

代入余弦条件得：

$$n\overline{AB}\cos(90° - U) - n'\overline{A'B'}\cos(90° - U') = c\ (常数)$$

或者：

$$n\overline{AB}\sin U - n'\overline{A'B'}\sin U' = c$$

c为与U角无关的常数，因此，可以用任意一条已知光线的U和U'代入，以确定c的值。根据共轴系统的对称性，沿光轴入射的光线，和系统中所有曲面垂直，光线不改变方向，因此$U = U' = 0$。代入上式，得到，$c = 0$。

所以，上述公式变为：

$$n\overline{AB}\sin U - n'\overline{A'B'}\sin U' = 0$$

或者：

$$n\overline{AB}\sin U = n'\overline{A'B'}\sin U' \tag{2-2}$$

以上条件称为“阿贝条件”或“正弦条件”。它是共轴系统中垂直于光轴的微小线段理想成像的条件。由于共轴系统的对称性，任意过光轴的截面内，成像性质相同，因此，它同样是保证位在共轴系统的光轴周围、和光轴垂直的微小平面理想成像的条件，所以，它有时也被称为“等明条件”或“齐明条件”。

二 赫谢尔条件

假定微小线段 AB 与光轴重合，它所成的像 $A'B'$ 也一定位在光轴上，如图 2-22 所示。

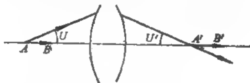


图 2-22

由图得到：$\theta=U$，$\theta'=U'$，因此，余弦条件变为：

$$n\overline{AB}\cos U-n'\overline{A'B'}\cos U'=c$$

和上面一样，用：$U=U'=0$ 代入就可以确定常数 c 的值。得到：

$$n\overline{AB}-n'\overline{A'B'}=c$$

代入余弦条件得：

$$n\overline{AB}\cos U-n'\overline{A'B'}\cos U'=n\overline{AB}-n'\overline{A'B'}$$

或者：

$$n\overline{AB}(1-\cos U)=n'\overline{A'B'}(1-\cos U')$$

将 $(1-\cos U)$ 和 $(1-\cos U')$ 用半角公式代换，即得：

$$n\overline{AB}\sin^2\frac{U}{2}=n'\overline{A'B'}\sin^2\frac{U'}{2}\qquad(2-3)$$

上式称为“赫谢尔条件”，它是保证光轴上的微小线段理想成像的条件。

如果我们要求共轴系统对光轴上一点 A 周围的微小空间物体理想成像，显然需要同时满足阿贝条件和赫谢尔条件。将这两个条件分别改写成以下形式：

$$\frac{n\overline{AB}}{n'\overline{A'B'}}=\frac{\sin U'}{\sin U}=K_1$$

$$\frac{n\overline{AB}}{n'\overline{A'B'}}=\frac{\sin^2\frac{U'}{2}}{\sin^2\frac{U}{2}}=K_2$$

以上公式中 $\overline{AB}/\overline{A'B'}$ 代表物、像长度之比，与 U、U' 无关，因此，K_1、K_2 也应该是两个与 U、U' 无关的常数。我们把上面第一式作如下变换：

$$\frac{\sin U'}{\sin U}=\frac{\sin\frac{U'}{2}\cdot\cos\frac{U'}{2}}{\sin\frac{U}{2}\cos\frac{U}{2}}=K_1$$

因此，欲使 K_1 和 K_2 同时为常数，必须同时满足以下条件：

$$\frac{\sin\frac{U'}{2}}{\sin\frac{U}{2}}=\text{常数}；\quad \frac{\cos\frac{U'}{2}}{\cos\frac{U}{2}}=\text{常数}$$

除了两个常数同时等于1，即物、像空间的共轭光线符合 $U'=U$ 的特殊情形而外，上面这两个关系式不可能同时成立。因此，一般地说，能使整个空间理想成像的共轴理想光学系统并不存在。我们在设计光学系统时，只能根据不同仪器的具体要求，应用各种介质和曲面构成实际光学系统，使一个位在确定位置，并垂直于光轴的物平面，成一个接近于理想的像。

§2-8 麦克斯韦鱼眼

前面我们给出了理想像的定义和它的基本性质，并导出了某些特殊情况理想成像的条件。对位在均匀介质中的共轴理想光学系统来说，除了 $U'=U$ 的情形，有可能使微小空间物体理想成像而外，不可能使任意一部分空间理想成像。但是，一种由非均匀介质构成的特殊光学系统，可以使整个空间理想成像。这就是著名的"麦克斯韦"鱼眼。这一节我们就介绍这个系统，作为非均匀介质中光线微分方程的一个应用实例。

麦克斯韦鱼眼是折射率按同心球面对称分布的非均匀介质构成的，介质的折射率分布，由球面半径完全决定，如图 2-23 所示。

$$n=n(r)$$

下面我们首先由光线的微分方程，导出球面对称介质中光线的积分公式。

如图2-24所示，光线上某一点 A 的位置和该光线的方向由矢量 r 和 Q 所确定。我们把矢量 $r\times nQ$ 对光线的弧长 s 求导数，得到：

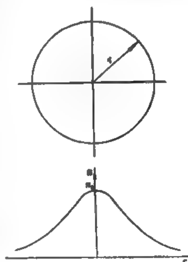


图 2-23

$$\frac{d}{ds}(r\times nQ)=\frac{dr}{ds}\times nQ+r\times\frac{d}{ds}(nQ)$$

由于 $\frac{dr}{ds}=Q$，上式右边第一项变为：$Q\times nQ=0$。

下面讨论第二项，根据光线的微分方程(1-15)有：

$$\frac{d}{ds}(nQ)=\text{grad}\,n$$

当非均匀介质的折射率按球面对称分布时，grad n 与球面半径向量 r 重合。因此，上式右边第二项：

$$r\times\frac{d}{ds}(nQ)=r\times\text{grad}\,n=0$$

因此，有：

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}(\boldsymbol{r}\times n\boldsymbol{Q})=0 \text{ 或者 } \boldsymbol{r}\times n\boldsymbol{Q}=\text{常向量} \qquad (2\text{-}4)$$

这个关系式首先说明，在麦克斯韦鱼眼中传播的光线都是平面曲线，位在过球心的某一平面上。因此，确定光线轨迹的问题就成了一个平面几何学的问题了。

如果我们把球面对称的非均匀介质，看作是由无限多个球面分布的均匀介质组合而成，则球面就是这些无限薄的均匀介质的分界面，半径向量 r 就是介质分界面的法线。光线方向的单位向量 Q 和 r 的夹角就是入射角 I。根据公式（2-4）得到：

$$nr\sin I=c\,(\text{常数}) \text{ 或者 } \sin I=\frac{c}{nr} \qquad (2\text{-}5)$$

我们用极坐标（r，φ）来代表光线的平面轨迹，如图 2-24 所示。

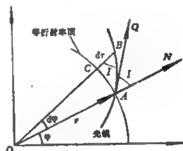


图 2-24

由图根据微小三角形 $\triangle ABC$ 得到：

$$\sin I=\frac{r\,\mathrm{d}\varphi}{\sqrt{r^2(\mathrm{d}\varphi)^2+(\mathrm{d}r)^2}}=\frac{r}{\sqrt{r^2+\left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}\varphi}\right)^2}}$$

根据上面已经得到的公式（2-5），

$$\sin I=\frac{c}{nr}=\frac{r}{\sqrt{r^2+\left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}\varphi}\right)^2}}$$

或者

$$c\sqrt{r^2+\left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}\varphi}\right)^2}=nr^2$$

将上式平方，求解 $\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}\varphi}$ 得：

$$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}\varphi}=\frac{r}{c}\sqrt{n^2r^2-c^2} \quad \text{或者} \quad \mathrm{d}\varphi=\frac{c\,\mathrm{d}r}{r\sqrt{n^2r^2-c^2}}$$

将上式积分得：

$$\varphi=c\int\frac{\mathrm{d}r}{r\sqrt{n^2r^2-c^2}} \qquad (2\text{-}6)$$

公式中常数 c，由光线的起始坐标 r_0、I_0 决定：

$$c=n(r_0)r_0\sin I_0$$

下面我们利用前面得到的球对称非均匀介质中光线的一般公式，来讨论麦克斯韦鱼眼的成像性质。麦克斯韦鱼眼是一个折射率按以下公式分布的球对称非均匀介质：

$$n=\frac{n_0}{1+\left(\frac{r}{a}\right)^2} \tag{2-7}$$

球心的折射率为n_0，$r=a$时折射率为$n_0/2$，当r趋近于∞时，n趋近于零。

将公式（2-7）代入（2-6），并且为了简化，令：

$$\rho=\frac{r}{a},\ K=\frac{c}{an_0}$$

得到：

$$\varphi=\int\frac{K(1+\rho^2)\mathrm{d}\rho}{\rho\sqrt{\rho^2-K^2(1+\rho^2)^2}} \tag{2-8}$$

为了对式（2-8）进行积分，作下列变量代换，令：

$$x=\frac{K(\rho^2-1)}{\rho\sqrt{1-4K^2}}$$

根据微分公式：

$$\mathrm{d}(\arcsin x)=\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1-x^2}}$$

将x和$\mathrm{d}x$代入上式得到：

$$\mathrm{d}(\arcsin x)=\frac{K(1+\rho^2)\mathrm{d}\rho}{\rho\sqrt{\rho^2-K^2(1+\rho^2)^2}}$$

将以上关系代入式（2-8）得到：

$$\varphi=\int\mathrm{d}(\arcsin x)$$

由此得到：

$$\varphi=\arcsin x+\varphi_0$$

上式中φ_0为一积分常数，上式可改写为：

$$\sin(\varphi-\varphi_0)=x=\frac{K(\rho^2-1)}{\rho\sqrt{1-4K^2}}$$

将K和ρ还原成r、a、n_0、c，得：

$$\sin(\varphi-\varphi_0)=\frac{c}{\sqrt{a^2n_0^2-4c^2}}\cdot\frac{r^2-a^2}{ar} \tag{2-9}$$

上式即为麦克斯韦鱼眼中光线的极坐标方程式。下面就利用这个方程式来讨论麦克斯韦鱼眼的成像性质。

假定位于坐标轴上距离球心O为l的一个物点A，它对应的极坐标为：$r=l$，$\varphi=\pi$，如图 2-25 所示，代入公式（2-9）得：

$$\sin\varphi_0=\frac{c}{\sqrt{a^2n_0^2-4c^2}}\cdot\frac{l^2-a^2}{al}$$

由A点发出，与坐标轴成夹角I的光线对应某一确定的c值和φ_0值。我们求该光

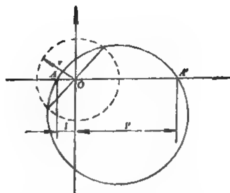


图 2-25

线和坐标轴的交点 A'，假定 A' 对应的极坐标为 $(l', 0)$，代入光线方程(2-9)得：

$$\sin(-\varphi_0)=\frac{c}{\sqrt{a^2n_0^2-4c^2}}\cdot\frac{l'^2-a^2}{al'}$$

由以上两式消去 $\sin\varphi_0$，并消去公因子 $c/\sqrt{a^2n_0^2-4c^2}$ 得：

$$\frac{l^2-a^2}{al}=-\frac{l'^2-a^2}{al'}$$

由上式求解 l' 得：

$$l'=-l,\quad l'=a^2/l$$

以上两个解中，第一个解没有意义，A' 与 A 重合，光线当然通过 A 点。第二个解就是我们要求的光线与坐标轴的交点 A'。由于 l' 与 c、φ_0 无关，因此，由 A 点发出的光线都通过同一点 A'，因而，A' 点就是 A 的理想像点。

由此得出结论，坐标轴上的每一点都能理想成像。由于麦克斯韦鱼眼对 O 点对称，过 O 点的任意一条轴线，成像性质完全相同，因此，麦克斯韦鱼眼能使空间任意物点理想成像。所以，它是一个理想光学系统。不过这个理想光学系统和整个物像空间都是由非均匀介质构成的，因此，物、像空间并不符合共线关系。

第三章　近 轴 光 学

§ 3-1　共轴球面系统中的光路计算公式

这一章的内容，主要是解决共轴球面系统中求像的问题。当物体相对透镜位置发生变化时，像的位置和大小亦将发生相应的变化。因此，研究光学系统的成像问题，首先就要解决以下这些问题：如何根据物的位置和大小找出像的位置和大小？像的位置和大小与光学系统的结构之间存在什么样的关系？它们都有哪些规律性？

为了找到某一物点的像，只要根据基本定律找出由该物点发出的一系列光线通过光学系统以后的出射光线位置，它们的交点就是该物点的像点。共轴球面系统是由若干个球心位在同一条直线上的球面组成的。例如最简单的共轴球面系统就是由两个球面构成的单透镜。为了由入射光线位置找到通过系统以后的出射光线位置，实际上只要解决由入射光线位置，根据基本定律找出经过一个球面以后的折射光线位置，这样，整个系统的问题也就可以解决了。因为，前一面的折射光线就是后一面的入射光线，只要依次找出各面的折射光线，最后即可得到通过整个系统以后的出射光线。

下面首先导出光线经过一个球面折射时由入射光线位置计算出射光线位置的公式——即球面折射的光路计算公式。

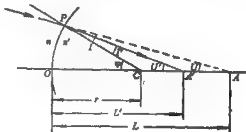


图 3-1

光路计算公式的形式随着所选择的表示光线位置的坐标不同而不同。我们这里选取入射光线与光轴的交点 A 到球面顶点的距离 L 和入射光线与光轴的夹角 U 来表示入射光线 PA 的位置，相应地用 L'、U' 表示折射光线 PA' 的位置，如图 3-1 所示。

我们的任务就是根据已知球面的半径 r，球面前后介质的折射率 n、n' 和入射光线的坐标 L、U，导出计算折射光线坐标 L'、U' 的公式。

为了便于推导，作入射点 P 和球心 C 的连线，PC 即入射点球面的法线。法线与光轴的夹角用 φ 表示，法线分别和入射光线、折射光线的夹角 I、I' 就是入射角和折射角。

由图 3-1，对△ APC 应用正弦定理得到

$$\frac{L-r}{\sin I}=\frac{r}{\sin U}$$

由此得到

$$\sin I=\frac{L-r}{r}\sin U \tag{3-1}$$

公式（3-1）右边各参数皆为已知。因此，由它可求出入射角I。根据折射定律（1-5），可由入射角I求得折射角I'

$$\sin I' = \frac{n}{n'} \sin I \tag{3-2}$$

由图 3-1，对$\triangle APC$和$\triangle A'PC$应用外角定理得到

$$\varphi = U + I = U' + I'$$

故

$$U' = U + I - I' \tag{3-3}$$

式中U为已知，I、I'前面已经求得。因此，利用公式（3-3）可求得折射光线的一个坐标U'。

为了求得折射光线的另一坐标L'，对$\triangle A'PC$同样应用正弦定理，得到

$$\frac{L' - r}{\sin I'} = \frac{r}{\sin U'}$$

故

$$L' = r + \frac{r \sin I'}{\sin U'} \tag{3-4}$$

公式（3-4）右边r为已知，I'、U'前面已经求出。因此，L'即可求出。

利用上面的公式（3-1）～（3-4）逐步进行计算，即可由已知的L、U、r、n、n'求出折射光线的坐标L'、U'。

当计算完第一面以后，其折射光线就是第二面的入射光线，如图 3-2 所示。由图很容易见到，以下关系式成立：

$$U_2 = U_1'；\ L_2 = L_1' - d_1 \tag{3-5}$$

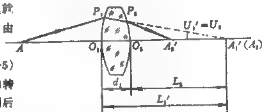


图 3-2

以上公式称为由前一面至后一面的转面公式。式中d_1为由前一面的顶点到后一面顶点的距离。求出了L_2、U_2就可以再应用公式组（3-1）～（3-4）计算第二面。这样重复应用公式组（3-1）～（3-5）就可以把光线通过任意共轴球面系统的光路计算出来。所以公式（3-1）～（3-5）称为共轴球面系统的光路计算公式。

§3-2 符号规则

上一节的公式是按图 3-1 中光线和球面的几何位置推导出来的。但在实际光学系统中，光线和球面位置可能是各种各样的。例如半径等于 10 的球面有如图 3-3 所示的两

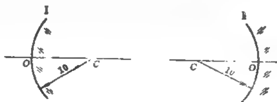


图 3-3

种弯曲方向。又如光线和光轴交点到球面顶点的距离为 100，和光轴夹角为 1°的入射光线就可以有如图 3-4 所示的四种情况。而公式（3-1）～（3-4）是根据图 3-1 所示的光线位置和球面弯曲方向推导出来的。怎样才能使这些公式普遍适用于各种情况呢？这就必须给公式中的所有参量规定一套符号规则。符号规则直接影响公式的形式，应用一定形式的公式时必须遵守一定的符号规则。

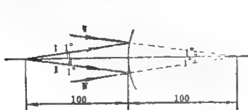


图 3-4

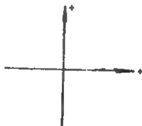


图 3-5

现将各参量的符号规则规定如下：

1. 线段：和一般数学中所采用的坐标一样，我们规定由左向右为正，由下向上为正，反之为负。如图 3-5 所示。

为了规定某一个线段参数的符号，除了规定坐标方向以外，还需要规定线段的计算起点，公式中各参量的计算起点和计算方法如下：

L、L' ——由球面顶点算起到光线与光轴的交点；

r ——由球面顶点算起到球心；

d ——由前一面顶点算起到下一面顶点。

2. 角度：一律以锐角来度量，规定顺时针转为正，逆时针转为负，如图 3-6 所示。和线段要规定计算起点一样，角度也要规定起始轴。各参量的起始轴和转动方向为：

图 3-6

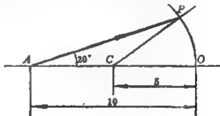


图 3-7

U、U' ——由光轴起转到光线；

I、I' ——由光线起转到法线；

φ ——由光轴起转到法线；

其它参量的计算起点或起始轴以后出现时再指出。

应用公式（3-1）～（3-4）进行计算时，必须首先根据球面和光线的几何位置确定每一参数的正负号，然后代入公式进行计算。算出的结果亦应按照数值的正负来确定光线的相对位置。例如，按符号规则 $r_1=10$ 代表图 3-3 中第Ⅰ种情形；$L_1=100$，$U_1=1$ 代表图 3-4 中第Ⅱ种情形。又如图 3-7 的情形，按符号规则，应为

$$L=-10,\ U=-20^{\circ};\ r=-5$$

代入公式（3-1）～（3-4）进行计算，即可求出 L'、U' 值。这就说明，应用一定形式的公式时，必须遵守一定的符号规则。否则，由于符号弄错了，即便公式和运算都正确，得到的结果仍然是错误的。

不但在进行数值计算时，需要使用符号规则，而且在推导公式时，也要使用符号规则。为了使导出的公式具有普遍性，推导公式时，几何图形上各量一律标注其绝对值，使各个几何量永远为正，如图 3-8 所示。

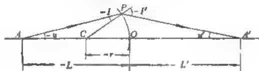


图 3-8

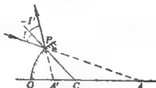


图 3-9

在上节中推导球面折射光路计算公式时，实际上已遵守了本节所规定的符号规则，该图中所有的角度和线段都是正值。

应用了符号规则，还可以使折射的公式适用于反射的情形。如图 3-9所示，反射可看成是折射的一种特殊情形。根据反射定律，反射角 I' 等于入射角 I。按照符号规则，I' 与 I 符号相反，应有 $I'=-I$。把以上关系代入折射定律 $n\sin I=n'\sin I'$，则 $n'=-n$。所以，可以把反射看成是 $n'=-n$ 时的折射。往后我们推导公式时，都只讲折射的公式；对于反射的情形，只需将 n' 用 $-n$ 代入即可，无须另行推导。

几何光学中所有的参数都有相应的符号规则。因此，我们今后对遇到的每一个参数，不仅要记住它所代表的几何意义，同时也要记住它的符号规则。只知道几何意义而不知道符号规则，就无法进行计算。即使计算出来了，也找不到对应的几何位置，仍然不能解决问题。

§3-3 共轴球面系统中的光路计算举例

这一节我们举出一个计算光路的实例。如图 3-10 所示，要求计算通过一个透镜的三条光线的光路。透镜的结构参数为

		$n_1=1.0$	空气
$r_1=10$			
	$d_1=5$	$n_1'=n_2=1.5163$	玻璃（K9）
$r_2=-50$			
		$n_2'=1.0$	空气

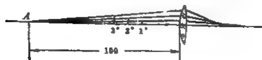


图 3-10

发光点 A 距第一面顶点的距离为 100，由 A 点计算三条和光轴的夹角分别为 1°、2°、3° 的光线。按照符号规则这三条光线的坐标分别为：

$$L_1=-100;\ U_1=-1°$$
$$L_1=-100;\ U_1=-2°$$
$$L_1=-100;\ U_1=-3°$$

为了计算方便，在应用公式组 (3-1)～(3-5) 计算光路时，通常把它们排列成一定的表格。表 3-1 就是上述例子的具体计算过程。

表 3-1

起始角度 U_1	$-1°$	$-2°$	$-3°$	起始角度 U_1	$-1°$	$-2°$	$-3°$
	第一面				第二面		
L_1	−100	−100	−100	L_2	30.9689	29.59107	27.22736
$-r_1$	−10	−10	−10	$-r_2$	50	50	50
L_1-r_1	−110	−110	−110	L_2-r_2	80.9689	79.59107	77.22736
$\div r_1$	10	10	10	$\div r_2$	−50	−50	−50
$\times \sin U_1$	−0.01745	−0.0349	−0.05234	$\times \sin U_2$	0.04875	0.102956	0.17081
$\sin I_1$	0.19198	0.38389	0.57569	$\sin I_2$	−0.07896	−0.16389	−0.26383
$\times n_1/n_1'$	1/1.5163	1/1.5163	1/1.5163	$\times n_2/n_2'$	1.5163/1	1.5163/1	1.5163/1
$\sin I_1'$	0.12661	0.25318	0.37967	$\sin I_2'$	−0.11971	−0.24850	−0.40004
$\times r_1$	10	10	10	$\times r_2$	−50	−50	−50
$\div \sin U_1'$	0.04875	0.102956	0.17081	$\div \sin U_2'$	0.089621	0.18851	0.31098
$L_1'-r_1$	25.9689	24.59107	22.22736	$L_2'-r_2$	66.7868	65.9121	64.31856
$+r_1$	10	10	10	$+r_2$	−50	−50	−50
L_1'	35.9689	34.59107	32.22736	L_2'	16.7868	15.9121	14.31856
$-d_1$	−5	−5	−5				
L_2	30.9689	29.59107	27.22736				
I_1	11.06815	22.5751	35.14835	I_2	−4.52627	−9.4326	−15.29727
$-I_1'$	−7.27365	−14.66568	−22.31332	$-I_2'$	6.87556	14.3889	23.58074
$+U_1$	−1	−2	−3	$+U_2$	2.7945	5.90942	9.83503
U_1'	2.7945	5.90942	9.83503	U_2'	5.14179	10.86576	18.1185

§3-4 球面近轴范围内的成像性质和近轴光路计算公式

上一节我们导出了球面折射的光路计算公式。应用这些公式就可以研究共轴球面系统的成像性质。由于共轴球面系统是由若干个球面所组成，所以我们从研究单个球面的成像性质开始，并且先假定物点位于光轴上。

在 §3-3 中我们曾计算了由轴上物点 A 发出的三条光线。计算结果表明，这三条光线通过第一个球面折射后，它们和光轴的交点到球面顶点的距离 L_1' 随着 U_1（绝对值）的增大而逐渐减小。如下所示：

$$U_1=-1°;\ L_1'=35.969$$
$$U_1=-2°;\ L_1'=34.591$$

$$U_1 = 3°: L_1' = 32.227$$

这说明，由同一物点A发出的光线，经球面折射后，实际上并不交于一点，所以一般地说，球面成像并不符合理想。

光线的聚交情况和$L_1'-U_1$的关系曲线如图 3-11 所示。不难看出，U_1越小，L_1'变化越慢。当U_1相当小时，L_1'几乎不变。也就是说，靠近光轴的光线聚交得较好。下面就对这一部分光线作进一步的研究。

光线离光轴很近时，U、U'、I、I'都很小。如果我们把光路计算公式组(3-1)～(3-4) 中的正弦都展开成级数：

$$\sin\theta = \theta - \frac{1}{3!}\theta^3 + \frac{1}{5!}\theta^5 \cdots\cdots$$

并将展开式中θ^3以上的项略去，而用角度本身来代替角度的正弦，即令公式组中$\sin U = u$，$\sin U' = u'$，$\sin I = i$，$\sin I' = i'$，得到新的公式组如下：

$$i = \frac{l - r}{r} u \qquad (3-6)$$

$$i' = \frac{n}{n'} i \qquad (3-7)$$

$$u' = u + i - i' \qquad (3-8)$$

$$l' = r + \frac{ri'}{u'} \qquad (3-9)$$

转面公式：

$$u_2 = u_1';\ l_2 = l_1' - d_1 \qquad (3-10)$$

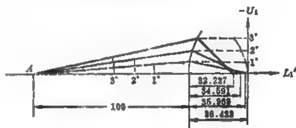


图 3-11

以上公式是用三角函数级数展开式的第一项代替函数以后所得到的结果。也就是忽略了级数中三次方以上各项的一个近似公式。对于U_1为有限大小的光线，永远具有一定的误差。角度越大，误差越大。只是在U_1很小时才具有足够的精确度。U_1角很小的光线当然和光轴靠近，所以上述公式称为近轴光线的光路计算公式。公式中各参量一律用小写字母表示。近轴光路计算公式适用的范围，称为近轴区域。近轴区域并没有明确的界限，而是由允许的相对误差的大小确定。例如，允许相对误差$\left(\text{即}\frac{\sin\theta - \theta}{\sin\theta}\right)$为千分之一，此时的近轴区域范围对应$u$、$i$、$u'$、$i'$均不超过5°。

下面根据近轴光路公式来讨论近轴光线的成像性质。首先讨论轴上物点，由轴上同一物点发出的不同光线对应相同的l值，而u不同。从公式（3-6）～(3-8) 看到，对一定的l，当u改变时i、i'、u'按比例变化，而$\frac{i'}{u'}$不变，根据公式（3-9）可以看到对应的l'也不变。因此由轴上同一物点发出的近轴光线，经过球面折射以后聚交于轴上同一点，也就是说，轴上物点用近轴光线成像时，是符合理想的。这种说法当然并不严格，实际上只不过是它的误差在允许范围之内而已。根据正弦函数的性质，当θ趋近于零时，$\sin\theta$趋近于θ。因此，用上述近轴公式计算得到的l'值，实际上也就是用精确公式计算时U_1趋近于零时L'的极限。

上面研究的是轴上点的情形。下面我们研究轴外物点。如图 3-12 所示。由于球面的对称性，对单个球面来说，任意一条半径都可看成是它的轴线。轴外物点B，对通过

B点的半径 BC 来说相当于一个轴上点，BC 称为 B 点的辅助轴。假定 B 点离光轴不远，辅助轴和主光轴的夹角 ω 很小，位于近轴范围内，即位于主光轴 AC 的近轴范围内的光线，对于辅助轴 BC 来说，同样是近轴光线，所以成像应该符合理想，而且像点也一定位于辅助轴上。

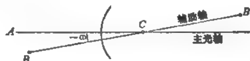


图 3-12

综合上面所述，我们可以得出以下结论：位于近轴区域内的物点，利用近轴光线成像时，符合（近似地）点对应点的理想成像关系。

应用近轴光路公式进行计算时，同样是列成一定的计算表格。表 3-2 就是上节同一实例的近轴光线光路计算表格。特别要说明的是，表中 u_1 取作 -1（弧度）。这样做似乎和近轴光路计算公式只能适用于近轴范围的前提相违背，但是从公式 (3-6)～(3-9) 中可以看出，当 u 角改变 K 倍时，i、i' 和 u' 亦相应地改变 K 倍，公式 (3-9) 中 $\frac{i'}{u'}$ 仍保持不变，因此 l' 不随 u 而变。也就是无论 u_1 如何改变，l' 永远等于 U_1 趋近于零时 L' 的极限值。实际上 u、u'、i 和 i' 这时已失去了它们原来所代表的角度意义，而只能看作是计算过程中的中间变量。为了计算方便起见，这里取 $u_1=-1$（弧度）。计算结果 $l_1'=36.423$ 就是图 3-11 中 $L'-U_1$ 曲线上 U_1 趋近于零时的极限值。

表 3-2

$l_1=-100$；$u_1=-1$

第一面		第二面	
l_1	-100	l_2	31.423
$-r_1$	-10	$-r_2$	50
l_1-r_1	-110	l_2-r_2	81.423
$\div r_1$	10	$\div r_2$	-50
$\times u_1$	-1	$\times u_2$	2.7455
i_1	11	i_2	-4.4709
$\times n_1/n_1'$	1/1.5163	$\times n_2/n_2'$	1.5163/1
i_1'	7.2545	i_2'	-6 7793
$\times r_1$	10	$\times r_2$	-50
$\div u_1'$	2.7455	$\div u_2'$	5 0539
$l_1'-r_1$	26.423	$l_2'-r_2$	67.070
$+r_1$	10	$+r_2$	-50
l_1'	36.423	l_2'	17.070
$-d_1$	-5		
l_2	31 423		
i_1	11	i_2	-4 4709
$-i_1'$	-7.2545	$-i_2'$	6.7793
$+u_1$	-1	$+u_2$	2 7455
u_1'	2.7455	u_2'	5.0539

§3-5　近轴光路计算公式的另一种形式

在上节给出的近轴光路计算公式中，光线的位置是用光线和光轴的交点到球面顶点的距离 l、l' 以及光线与光轴的夹角 u、u' 表示的。而在有些情况下，则采用光线与球面的交点到光轴的距离 h 以及光线与光轴的夹角 u、u' 表示比较方便，如图 3-13 所示，

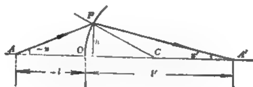


图　3-13

h 的符号规则是：

h ——以光轴为计算起点到光线在球面的投射点，向上为正，向下为负。

下面我们就来推导另外一种表示形式的近轴光路计算公式。

将公式（3-6）展开并移项得：

$$ru = -ir + lu$$

则

$$u = -i + \frac{lu}{r}.$$

同样由公式（3-9）可得：

$$u' = -i' + \frac{l'u'}{r}.$$

对于近轴光线来说，显然 $h = lu = l'u'$，代入上式，并在第一式两侧同乘以 n，第二式两侧同乘以 n'，则得：

$$nu = -ni + \frac{nh}{r},$$

$$n'u' = -n'i' + \frac{n'h}{r}.$$

将以上二式相减，并考虑到 $ni = n'i'$，得：

$$n'u' - nu = \frac{h}{r}(n' - n) \tag{3-11}$$

把转面公式（3-10）中第二个公式两侧同乘以 u_1'，得：

$$u_2 = u_1', \quad h_2 = h_1 - d_1 u_1' \tag{3-12}$$

公式（3-11）和（3-12）即另一种形式的近轴光路计算公式。当给出入射光线的坐标 h，u 后，可根据（3-11）算出 u'，再利用（3-12）求出光线在下一面上的投射高，即可继续逐面进行计算。

§3-6　近轴光学的基本公式和它的实际意义

根据前面的讨论我们知道，在近轴区域内成像近似地符合理想，即每一个物点对应

一确定的像点。只要物距 l 确定，就可利用近轴光路计算公式得到 l'，而与中间变量 u，u'，i，i' 无关。因此，我们可以将公式中的 u，u'，i，i' 消去，而把像点位置 l' 直接表示成物点位置 l 和球面半径 r 以及介质折射率 n，n' 的函数。

下面就从上述公式出发来建立物像之间的直接关系。

一　物像位置关系式

把公式（3-11）两侧同除以 h，得：

$$\frac{n'u'}{h}-\frac{nu}{h}=\frac{n'-n}{r}$$

将 $\frac{u'}{h}=\frac{1}{l'}$，$\frac{u}{h}=\frac{1}{l}$ 代入上式，即可得到以下常用的基本公式：

$$\frac{n'}{l'}-\frac{n}{l}=\frac{n'-n}{r} \tag{3-13}$$

或者

$$n\left(\frac{1}{l}-\frac{1}{r}\right)=n'\left(\frac{1}{l'}-\frac{1}{r}\right) \tag{3-14}$$

利用以上基本公式，当已知球面半径 r 和介质的折射率 n，n' 后，只要给出轴上物点的位置 l，就能求出像点的位置 l'。

二　物像大小关系式

为了建立物像大小的关系式，我们来求轴外物点 B 的像。如图3-14所示，通过物点作一垂直于光轴的平面 AB。

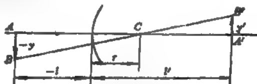


图　3-14

由于近轴范围内成像符合理想，根据§2-3中共轴理想光学系统的成像性质，垂直于光轴的物平面 AB 的像平面 $A'B'$ 也一定垂直于光轴。像平面的位置可用公式（3-13）或（3-14）确定。由上节讨论得知，B 点的像一定位于辅助轴上。因此，辅助轴与过 A' 点垂直于光轴的像平面的交点 B' 显然就是 B 点的像。

我们分别用 y 和 y' 表示物点和像点到光轴的距离。它们的符号规则如下：位于光轴上方的 y、y' 为正，反之为负。$\frac{y'}{y}$ 称为两共轭面间的垂轴放大率，用 β 表示，有

$$\beta=\frac{y'}{y}$$

由图3-14，$\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C$ 相似，根据对应边成比例的关系，得

$$\frac{y'}{-y}=\frac{l'-r}{-l+r} \text{ 或 } \beta=\frac{y'}{y}=\frac{l'-r}{l-r}$$

把公式（3-13）进行移项并通分，得：

$$n'\frac{l'-r}{l'}=n\frac{l-r}{l}$$

或写成

$$\frac{l'-r}{l-r}=\frac{nl'}{n'l}$$

代入β公式，得

$$\beta=\frac{y'}{y}=\frac{nl'}{n'l} \tag{3-15}$$

这就是物像大小的关系式。利用公式（3-13）（或（3-14））和（3-15）就可以由任意位置和大小的物体，求得单个折射球面所成的近轴像的位置和大小。

对于由若干个透镜组成的共轴球面系统，逐面应用公式（3-13）和（3-15）就可以求得任意共轴系统所成的近轴像的位置和大小。

计算举例，我们仍然以§3-3中的透镜为例，透镜的结构参数如下：

$n_1=1.0$

$r_1=10$　　$d_1=5$　　$n_1'=n_2=1.5163$

$r_2=-50$

$n_2'=1.0$

起始数据，物距　$l_1=-100$

物高　$y_1=10$

计算第一面，应用公式（3-13）

$$\frac{n_1'}{l_1'}-\frac{n_1}{l_1}=\frac{n_1'-n_1}{r_1}$$

代入数据，但注意，l_1应以-100代入

$$\frac{1.5163}{l_1'}-\frac{1}{-100}=\frac{1.5163-1}{10}$$

求得

$$l_1'=36.423$$

将数据代入公式（3-15），得

$$\beta_1=\frac{y_1'}{y_1}=\frac{n_1l_1'}{n_1'l_1}=\frac{1\times 36.423}{1.5163\times(-100)}=-0.2402$$

计算第二面，重复应用公式（3-13）

$$\frac{n_2'}{l_2'}-\frac{n_2}{l_2}=\frac{n_2'-n_2}{r_2}$$

但要注意转面公式，$l_2=l_1'-d_1=36.423-5=31.423$

将数据代入上式，

$$\frac{1}{l_2'}-\frac{1.5163}{31.423}=\frac{1-1.5163}{-50}$$

求得

$$l_2'=17.070$$

这和用近轴光路计算公式组（3-6）～（3-10）算得的结果完全一样。

将数据代入公式（3-15），得

$$\beta_2 = \frac{y_2'}{y_2} = \frac{n_2 l_2'}{n_2' l_2} = \frac{1.5163\times 17.070}{1\times 31.423} = 0.82373$$

整个透镜的垂轴放大率 $\beta = \frac{y_2'}{y_1}$，由于 $y_1' = y_2$，因此得到

$$\beta = \frac{y_2'}{y_1} = \frac{y_2'}{y_2}\cdot\frac{y_1'}{y_1} = \beta_1\cdot\beta_2 = -0.2402\times 0.82373 = -0.19786$$

或者 $y_2' = \beta\cdot y_1 = -0.19786\times 10 = -1.9786$

式中负号说明像对物来说是倒的。像的位置和大小，如图3-15所示。

图 3-15

根据近轴光学公式的性质，它只能适用于近轴区域。但是实际使用的光学仪器，无论是成像物体的大小，或者由同一物点发出的成像光束都要超出近轴区域。这样看来，研究近轴光学似乎并没有很大的实际意义。但是事实上近轴光学的应用并不仅限于近轴区域内。对于超出近轴区域的物体，我们仍然可以使用近轴光学公式（3-13）～（3-15）来计算像平面的位置和像的大小。也就是说把近轴光学公式扩大应用到任意空间。对于近轴区域以外的物体，应用近轴光学公式计算出来的像究竟有什么实际意义呢？

第一，作为衡量实际光学系统成像质量的标准。根据共轴理想光学系统的成像性质：一个物点对应一个像点；垂直于光轴的共轭面上放大率相同。如果实际共轴球面系统成像符合理想，则该理想像的位置和大小必然和用近轴光学公式计算所得的结果相同。因为它们代表了实际近轴光线的像面位置和放大率。如果光学系统成像不符合理想，当然就不会和近轴光学公式计算出的结果一致。二者间的差异显然就是该实际光学系统的成像性质和理想像间的误差。也就是说，可以用它作为衡量该实际光学系统成像质量的指标。因此，通常我们把用近轴光学公式计算出来的像，称为实际光学系统的理想像。

第二，用它近似地表示实际光学系统所成像的位置和大小。在设计光学系统或者分析光学系统的工作原理时，往往首先需要近似地确定像的位置和大小。能够满足实际使用要求的光学系统，它所成的像应该近似地符合理想。也就是说，它所成的像应该是比较清晰的，并且物像大体是相似的。所以，我们可以用近轴光学公式计算出来的理想像的位置和大小，近似地代表实际光学系统所成像的位置和大小。由此可见，近轴光学具有重要的实际意义，它在我们今后研究光学系统的成像原理时经常用到。

§3-7 共轴理想光学系统的基点——主平面和焦点

对于一个已知的共轴球面系统，利用前面导出的近轴光学基本公式，可以求出任意

物点的理想像。但是，当物平面位置改变时，则需要重新进行计算。如果要求知道系统在整个空间的物像对应关系，势必需要计算许多不同的物平面。这样既繁琐，而且又不合理。在前面§2-3中讨论共轴理想光学系统的成像性质时，曾经证明，只要知道了两对共轭面的位置和放大率，或者一对共轭面的位置和放大率，以及轴上的两对共轭点的位置，则其任意物点的像点就可以根据这些已知的共轭面和共轭点来求得。因此，该光学系统的成像性质就可以用这些已知的共轭面和共轭点来表示，它们称之为共轴系统的基面和基点。基面和基点的位置原则上可任意选择，不过为了使用方便起见，一般选特殊的共轭面和共轭点作为基面和基点。

最常用的是一对共轭面和轴上的两对共轭点。下面分别进行介绍。

一　放大率$\beta=1$的一对共轭面——主平面

根据公式（3-15）可知，不同位置的共轭面对应着不同的放大率。不难想像，总有这样一对共轭面，它们的放大率$\beta=1$。我们称这一对共轭面为主平面。其中的物平面称为物方主平面，对应的像平面称为像方主平面。两主平面和光轴的交点分别称为物方主点和像方主点，用H、H'表示，如图3-16所示。H和H'显然也是一对共轭点。

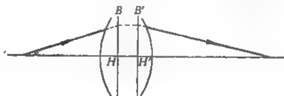


图　3-16

主平面具有以下的性质：假定物空间的任意一条光线和物方主平面的交点为B，它的共轭光线和像方主平面交于B'点，则B和B'距光轴的距离相等。这一点根据主平面的定义很容易理解。

二　无限远的轴上物点和它所对应的像点F'——像方焦点

当轴上物点位于无限远时，它的像点位于F'处，如图3-17所示。F'称为“像方

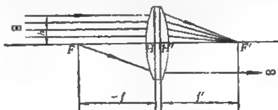


图　3-17

焦点”。例如，我们把一个放大镜（凸透镜）正对着太阳，在透镜后面可以获得一个明亮的圆斑，它就是太阳的像，也就是透镜的像方焦点位置，因为可以认为太阳位于无限远。通过像方焦点垂直于光轴的平面称作像方焦平面，它显然和垂直于光轴的无限远的物平面共轭。

像方焦点和像方焦平面具有以下性质：

第一、平行于光轴入射的任意一条光线，其共轭光线一定通过F'点。因为F'点是轴上无限远物点的像点，和光轴平行的光线可以看作是由轴上无限远的物点发出的，它们的共轭光线必然通过F'点；

第二、和光轴成一定夹角的平行光束，通过光学系统以后，必相交于像方焦平面上同一点。因为和光轴成一定夹角的平行光束，可以看作是无限远的轴外物点发出的，其像点必然位于像方焦平面上，如图3-18所示。

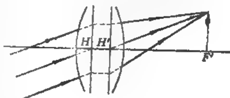


图 3-18

三 无限远的轴上像点和它所对应的物点F——物方焦点

如果轴上某一物点F，和它共轭的像点位于轴上无限远，如图3-17所示，则F称为物方焦点。通过F垂直于光轴的平面称为物方焦平面，它显然和无限远的垂直于光轴的像平面共轭。

物方焦点和物方焦平面具有以下性质：

第一、过物方焦点入射的光线，通过光学系统后平行于光轴出射，如图3-17中光轴下方的光线；

第二、由物方焦平面上轴外任意一点B发出的所有光线，通过光学系统以后，对应一束和光轴成一定夹角的平行光线，如图3-19所示。

主平面和焦点之间的距离称为焦距。由像方主点H'到像方焦点F'的距离称为像方焦距，用f'表示；由物方主点H到物方焦点F的距离称为物方焦距，用f表示。f'、f的符号规则如下（如图3-17所示）：

f'——以H'为起点，计算到F'，由左向右为正；

f——以H为起点，计算到F，由左向右为正。

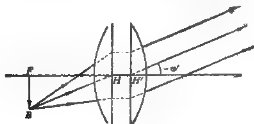


图 3-19

图 3-20

一对主平面，加上无限远轴上物点和像方焦点F'，以及物方焦点F和无限远轴上像点这两对共轭点，就是我们最常用的共轴系统的基点。根据它们能找出物空间任意物点的像。因此，如果已知一个共轴系统的一对主平面和两个焦点位置，它的成像性质就完全确定。所以，我们通常总是用一对主平面和两个焦点位置来代表一个光学系统，如图3-20所示。至于如何根据H、H'、F和F'用作图的方法或者用计算的方法来求出像的位置和大小的问题，将在后面讨论。

§3-8 单个折射球面的主平面和焦点

在§3-7中，我们说明了共轴球面系统（透镜或透镜组）的成像性质可以用一对主平面和两个焦点表示。现在我们先就单个折射球面的情形来寻求它的主平面和焦点位置。

一 球面的主点位置

按照主平面的性质，它是垂轴放大率$\beta=1$的一对共轭面。因此，根据公式(3-15)，有

$$\beta=\frac{nl'}{n'l}=1 \text{ 或者 } nl'=n'l$$

同时，由于它是一对共轭面，主点H、H'的位置应满足公式（3-13）

$$\frac{n'}{l'}-\frac{n}{l}=\frac{n'-n}{r}$$

上式两边同乘ll'，得

$$n'l-nl'=\frac{n'-n}{r}ll'$$

由上面方程可知，此式左边为零。如果用$l'=\frac{n'}{n}l$代入等式右边，即得

$$\frac{n'-n}{r}\cdot\frac{n'}{n}l^2=0$$

由此得到$l=0$。代入$nl'=n'l$的关系式，得$l'=0$。由此得出结论：球面的两个主点H、H'与球面顶点重合。其物方主平面和像方主平面即为过球面顶点的切平面。

二 球面焦距公式

已知主点位置，只要能求出焦距，则焦点的位置就可确定，如图3-21所示。

按照定义，像方焦点为无限远物点的共轭点，焦距即从主点到焦点的距离。由于球面的主点位于球面顶点，故球面的焦距即为球面顶点到焦点的距离。

应用公式（3-13），当$l=\infty$时，对应$l'=f'$代入式中

$$\frac{n'}{f'}-\frac{n}{\infty}=\frac{n'-n}{r}$$

得到

$$f'=\frac{n'r}{n'-n} \tag{3-16}$$

同样，按照定义，物方焦点为无限远像点的共轭物点。将$l'=\infty$，$l=f$代入公式(3-13)，得

$$f=-\frac{nr}{n'-n} \tag{3-17}$$

公式（3-16）、（3-17）就是单个折射球面的焦距公式。

球面反射的情形，由于反射可以看成是$n'=-n$的折射，代入公式(3-16)、(3-17)，得到

$$f' = f = \frac{r}{2} \tag{3-18}$$

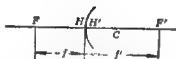


图 3-21

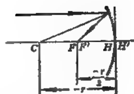


图 3-22

由此得出结论：反射球面的焦点位于球心和顶点的中间，如图3-22所示。

§3-9 共轴球面系统主平面和焦点位置的计算

上一节找出了单个折射和反射球面的主平面和焦点位置。这一节我们将讨论计算任意共轴球面系统的主平面和焦点位置的方法。

如图3-23所示，折射面1和K代表由K个球面组成的共轴系統的第一面和最后一面。对于一个单透镜来说，代表它的第一面和第二面。

根据像方焦点F'的性质，平行于光轴入射的光线，通过光学系统后，一定经过F'点。为了确定F'的位置，只要利用近轴光路计算公式计算一条平行于光轴入射的近轴光线，它通过光学系统以后和光轴的交点即为像方焦点。

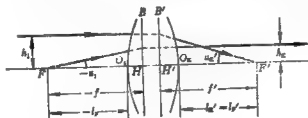


图 3-23

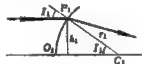


图 3-24

对于平行于光轴的光线，$L=\infty$，$U=0$，原来的公式（3-1）和（3-6）

$$\sin I = \frac{L-r}{r}\sin U, \quad i = \frac{l-r}{r}u$$

中的分子为无限大和零的乘积，无法应用。因此，必须导出新的公式。

我们用光线离开光轴的距离h_1作为平行于光轴的光线的坐标，如图3-24所示。h的符号规则是：h在光轴上方为正，下方为负。

由图得到

$$\sin I_1 = \frac{h_1}{r_1} \tag{3-19}$$

相应的近轴光路公式为

$$i_1 = \frac{h_1}{r_1} \tag{3-20}$$

利用上述公式求出 I_1 或 i_1 以后，就可以继续用原来的公式 (3-2)～(3-5)，或者(3-7)～(3-10) 进行计算。

计算平行于光轴的近轴光线时，h_1的数值可以任意选择，因为 h_1 和 i_1、i_1'、u_1'成比例。和前面 u_1 可以任意选择一样，h_1 的改变不会影响求得的 l_k' 的数值。把平行于光轴入射的近轴光线通过系统逐面计算，最后求得出射光线的坐标 u_k' 和 l_k'，从而找到出射光线和光轴的交点位置，也就是像方焦点F'的位置。F' 离开最后一面顶点 O_k 的距离 l_F' 称为像方顶焦距。如图3-23所示。

利用以上结果，还可以同时确定像方主平面的位置。由于入射光线平行于光轴，所以无论物方主平面在什么位置，它和入射光线交点的高度一定等于h_1。根据主平面的性质，出射光线和像方主平面交点的高度，也一定等于h_1。因此，只要延长入射的平行光线和出射光线，使之相交于一点B'，则B'点一定位于像方主平面上。通过B'点作垂直于光轴的平面，即为像方主平面。像方主平面和光轴的交点 H' 即为像方主点，如图3-23所示。根据这种关系，我们就可以导出计算系统焦距的公式，从而确定主平面的位置。由图3-23显然有以下关系：

$$f'=\frac{h_1}{u_k'} \tag{3-21}$$

f'已知后，根据已经确定的像方焦点F'，就可确定H'的位置。由上式可知焦距的大小同样与h_1无关，因为 u_k' 是和h_1成比例的，h_1改变时，二者之比不变。

至于物方焦点和物方主点位置的确定，和像方焦点与主点完全相似。根据物方焦点的性质和光路可逆定理，如果从像空间按相反方向计算一条平行于光轴入射的光线，则它在物空间的共轭光线一定通过F点。但这时计算光线是从右向左，和一般习惯不符。因而在实际计算中，将光学系统倒过来，按计算像方焦点的方法进行计算，但所得结果必须改变符号，才是原来位置时的物方焦距和顶焦距。我们用 l_F表示物方顶焦距。

计算举例，我们仍然用前面 § 3-3中的透镜为例，计算它的主平面和焦点位置。同样将公式列成表格进行计算。

表3-3(a) 计算的是像方焦点和像方主平面位置。如前所述，起始数据h_1可以任意选择，为了计算方便，取$h_1=10$。

表3-3 (a)

$r_1=10$　　$d_1=5$　　$n_1=1.0$

$r_2=-50$　　$n_1'=n_2=1.5163$　　$n_2'=1.0$

第一面		第二面	
		l_2 $-r_2$	24.3686 50
h_1 $\div r_1$	10 10	l_2-r_2 $\div r_2$ $\times n_2$	74.3686 −50 0.3405
i_1 $\times n_1/n_1'$	1 1/1.5163	i_2 $\times n_2/n_2'$	−0.50645 1.5163/1

(续)

第一面		第二面	
i'_1 $\times r_1$ $\div u'_1$	0.6595 10 0.3405	i'_2 $\times r_2$ $\div u'_2$	−0.76793 −50 0.60198
l'_1-r_1 $+r_1$	19.3686 10	l'_2-r_2 $+r_2$	63.7837 −50
l'_1 $-d_1$	29.3686 −5	l'_2	13.7837
l_2 i_1 $-i'_1$ $+u_1$	24.3686 1 −0.6595 0	i_2 $-i'_2$ $+u_2$	−0.50645 0.76793 0.3405
u'_1	0.3405	u'_2	0.60198

$$f'=\frac{h_1}{u'_2}=\frac{10}{0.60198}=16.611$$

计算结果得到，

$$l'_F=13.7837，\ f'=16.611$$

为了计算物方焦点和物方主面位置，将透镜颠倒180°，其结构参数变为

$$r_1=50 \qquad\qquad n_1=1.0$$

$$d_1=5 \qquad\qquad n'_1=n_2=1.5163$$

$$r_2=-10 \qquad\qquad n'_2=1.0$$

和前面一样，计算一条平行于光轴的光线，如表3-3(*b*)所示。

表3-3(*b*)

$r_1=50$　　$d_1=5$　　$n_1=1.0$

$r_2=-10$　　　　　$n'_1=n_2=1.5163$

$n'_2=1.0$

第一面		第二面	
		l_2 $-r_2$	141.8429 10
h_1 $\div r_1$	10 50	l_2-r_2 $\div r_2$ $\times u_2$	151.8429 −10 0.06810
i_1 $\times n_1/n'_1$	0.2 1/1.5163	i_2 $\times n_2/n'_2$	−1.03405 1.5163/1
i'_1 $\times r_1$ $\div u'_1$	0.1319 50 0.0681	i'_2 $\times r_2$ $\div u'_2$	−1.56793 −10 0.60198
l'_1-r_1 $+r_1$	96.8429 50	l'_2-r_2 $+r_2$	26.0462 −10

（续）

第一面		第二面	
l_1'	146.8429	l_2'	16.0462
$-d_1$	-5		
l_2	141.8429		
i_1	0.2	i_2	-1.03405
$-i_1'$	-0.1319	$-i_2'$	1.56793
$+u_1$	0	$+u_2$	0.06810
u_1'	0.06810	u_2'	0.60198

$$f'=\frac{h_1}{u_2'}=\frac{10}{0.60198}=16.611$$

由于透镜是倒过来计算的，因此计算结果必须改变符号，得到：

$$l_F=-16.0462;\quad f=-16.611$$

整个计算结果标在图3-25中。

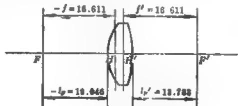


图 3-25

§3-10 用作图法求光学系统的理想像

在前面我们提到，一对主平面和两个焦点能够表示共轴系统的成像性质。但是主平面和焦点的位置是用近轴光学公式计算出来的，所以它只能代表实际光学系统在近轴区域内的成像性质。如果把主平面和焦点的应用范围扩大到整个空间，则所求出来的像，就称为实际光学系统的理想像。本节就讨论如何根据已知的主平面和焦点的位置，用作图法求任意物点的理想像。

由于在理想成像的情形，由同一物点B发出的所有光线通过光学系统以后，仍然相

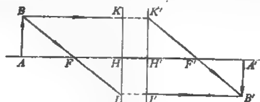


图 3-26

交于一点。利用主平面和焦点的性质，只须找出由物点发出的两条特殊光线在像空间的共轭光线，则它们的交点就是该物点的像，如图3-26所示。最常用的两条特殊光线是：

1．通过物点经物方焦点F入射的光线BI，它的共轭光线平行于光轴。它分别交物方主平面和像方主平面于I、I'点，$HI=H'I'$，如图3-26中$BII'B'$光线所示。

2．通过物点平行于光轴入射的光线BK，它的共轭光线$K'B'$通过像方焦点F'，如图3-26中$BKK'B'$光线所示，显然$KH=K'H'$。二共轭光线的交点B'，即为B点的像。

下面我们再举两个例子。

〔例1〕 如图3-27所示，若物点B位于物方焦平面和物方主平面之间，同样亦可作两条特殊光线：一条经过物点B与光轴平行入射，射出时应经过像方焦点F'；另一条经过物点B和物方焦点F而入射，射出时应与光轴平行。将二出射光线延长相交，交点B'即物点B的像。

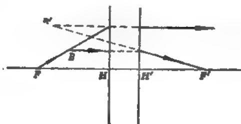


图 3-27

〔例2〕 如图3-28所示，已知共轴系统的四个基点F、F'、H和H'，求轴上物点A的像。

图 3-28

这时，光轴可以作为一条特殊光线，但作第二条特殊光线时，仅利用焦点和主平面的性质是不够的，必须同时利用焦平面上轴外点的性质。第二条特殊光线的作图步骤如下：

1．在主平面上任取一对共轭点MM'，联结AM直线与物方焦面F交于B点，其出射光线上只有M'点已知，还无法画出出射光线的方向；

2．利用焦平面的性质，通过焦平面上B点的光线出射后是一束与光轴夹一定角度的平行光线。由B点作一根平行于光轴的辅助光线BN。由N找到N'，射出后应通过像方焦点F'。自B点发出的通过主平面上M'的光线必与$N'F'$光线平行，它与光轴相交于A'点，A'点即物点A的像。

但应注意：AM线段的像并不是$A'M'$。当物点A沿着AM线趋于物点B时，因为物点B的像在无限远，像点就由A'点趋向于正无限远。当物点M沿着MA线趋向物点B时，像点就由M'点趋向负无限远。所以AM线段的像是由A'点到正无限远和由M'点到负无限远的两个线段所组成。

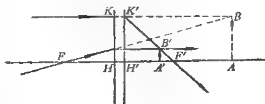


图 3-29

图3-29为正透镜虚物成实像的例子，图3-30为负透镜实物成虚像的例子。

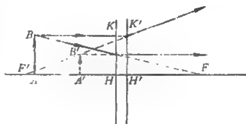


图 3-30

用作图法求像是一种直观简便的方法，在分析透镜或光学系统的成像关系时经常用到。本节后面所推导的物像关系式也是以作图法求像作为基础的。

§3-11 理想光学系统的物像关系式

在§3-10中，根据已知共轴系统的主平面和焦点位置，可以用作图的方法求像。本节讨论用计算的方法求像。按照选取不同的坐标原点可以导出两种物像关系的计算公式：第一种是以焦点为原点的牛顿公式；第二种是以主点为原点的高斯公式。

一 牛顿公式

在牛顿公式中，表示物点和像点位置的坐标为：

x——以物方焦点F为原点算到物点A，由左向右为正，反之为负；

x'——以像方焦点F'为原点算到像点A'，由左向右为正，反之为负。

物高和像高用y、y'表示，其符号规则同前。

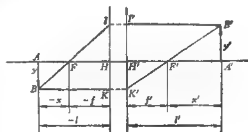


图 3-31

在图3-31中，我们用上节的作图法，找出物体AB的像$A'B'$，有关的线段都按照符号规则标注其绝对值，然后利用几何关系，便可导出能普遍地适用于各种情形的求像公式。

由于$\triangle ABF\backsim\triangle HIF$，按相似三角形对应边成比例的关系，得

$$\frac{y'}{-y}=\frac{-f}{-x}\quad 或\quad \frac{y'}{y}=-\frac{f}{x}$$

同理，由于$\triangle H'K'F' \backsim \triangle A'B'F'$，得：

$$\frac{y'}{-y}=\frac{x'}{f'} \text{ 或 } \frac{y'}{y}=-\frac{x'}{f'}$$

将以上二式合并，得

$$\beta=\frac{y'}{y}=-\frac{f}{x}=-\frac{x'}{f'} \quad (3\text{-}22)$$

将上式交叉相乘，得

$$xx'=ff' \quad (3\text{-}23)$$

公式（3-22）、（3-23）就是最常用的表示物像关系的牛顿公式。如果光学系统的焦点和主平面位置已经确定，则f、f'一定，再给出物点位置和大小（x，y），就可算出像点位置和大小（x'，y'）。

二 高斯公式

在高斯公式中，表示物点和像点位置的坐标为：

l——以物方主点H为原点算到物点A，从左到右为正，反之为负；

l'——以像方主点H'为原点算到像点A'，从左到右为正，反之为负。

物高和像高的符号规则同前。

由图3-31可找到l、l'与x、x'的关系如下：

$$AH=-l=(-x)+(-f)$$

$$A'H'=l'=x'+f'$$

由此得到

$$x=l-f \quad x'=l'-f' \quad (3\text{-}24)$$

代入牛顿公式（3-23），得

$$(l-f)(l'-f')=ff'$$

将上式化简，得

$$lf'+fl'=ll'$$

以ll'除等式二端，得

$$\frac{f'}{l'}+\frac{f}{l}=1 \quad (3\text{-}25)$$

同理，将（3-24）中x'代入公式（3-22），得：

$$\beta=-\frac{x'}{f'}=-\frac{l'-f'}{f'}$$

把公式$lf'+fl'=ll'$中的lf'项移至等式右边，得：

$$fl'=l(l'-f') \text{ 或 } (l'-f')=\frac{fl'}{l}$$

代入上式，得

$$\beta=-\frac{fl'}{f'l} \quad (3\text{-}26)$$

公式（3-25）和（3-26）就是另一种常用的表示物像关系的高斯公式。在已知f、f'后，由物点位置和大小（l，y）就可求出像点位置和大小（l'，y'）。

计算举例，在§3-6中我们曾经按近轴光学基本公式，用逐面计算的方法，求出了在透镜前100的物平面所对应的理想像平面的位置和放大率。在§3-9中又计算了该透镜的主平面和焦点位置，如图3-32所示，即

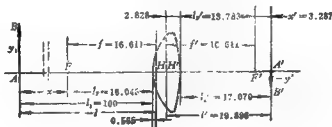


图 3-32

$f'=16.611$；$l_F'=13.783$

$f=-16.611$；$l_F=-16.046$

现在我们根据求得的透镜主平面和焦点位置分别应用牛顿公式和高斯公式直接求它的像面位置和放大率。

一 应用牛顿公式

由图得

$$x=-(100-16.046)=-83.954$$

代入牛顿公式（3-23），得

$$(-83.954)x'=(-16.611)\times 16.611$$

$$x'=\frac{-16.611^2}{-83.954}=3.287$$

由图知像平面距透镜第二面顶点的距离为

$$l_2'=13.783+3.287=17.070$$

这和§3-6中用近轴光学基本公式逐面计算得到的结果完全相同。

应用公式（3-22），得

$$\beta=\frac{y'}{y}=-\frac{f}{x}=-\frac{-16.611}{-83.954}=-0.19786$$

则

$$y'=\beta\ y=(-0.19786)\times 10$$
$$=-1.9786$$

这也和§3-6中的计算结果完全相同。

二 应用高斯公式

由图知由物方主平面到物面距离 l 为

$$l=-(100+0.565)=-100.565$$

代入高斯公式（3-25），得

$$\frac{16.611}{l'} + \frac{-16.611}{-100.565} = 1$$

由此解得

$$l' = 19.898$$

由图知像点距第二个球面顶点为

$$l'_2 = 19.898 - 2.828 = 17.070$$

这和前面的计算结果完全相同。

再用公式（3-26），得

$$\beta = -\frac{fl'}{f'l} = -\frac{-16.611 \times 19.898}{16.611 \times (-100.565)} = -0.19786$$

则

$$y' = \beta \cdot y = (-0.19786) \times 10$$
$$= -1.9786$$

这也和前面的计算结果完全相同。

§3-12　光学系统的放大率

由于共轴理想光学系统只是对垂直于光轴的平面所成的像才和物相似，所以绝大多数光学系统都只是对垂直于光轴的某一确定的物平面成像。为了进一步了解这些确定的物平面的成像性质，下面我们就来研究光学系统成像的放大率。放大率有三种，下面分别加以讨论。

一　垂轴放大率

前面曾讨论过，垂轴放大率代表共轭面像高和物高之比，计算公式见（3-22）、（3-26）。

二　轴向放大率

当物平面沿着光轴移动微小的距离dx时，像平面相应地移动距离dx'，比例$\frac{dx'}{dx}$称为光学系统的轴向放大率，用α表示。它代表平行于光轴的微小线段所成的像与该线段二者长度之比。

（1）高斯公式

根据公式（3-25）

$$\frac{f'}{l'} + \frac{f}{l} = 1$$

求上式对l和l'的微分，得

$$-\frac{f'}{l'^2}dl' - \frac{f}{l^2}dl = 0$$

由图3-33很容易看出$\frac{dx'}{dx}$和$\frac{dl'}{dl}$相等，所以有

$$\alpha = \frac{dx'}{dx} = \frac{dl'}{dl} = -\frac{fl'^2}{f'l^2} \qquad (3\text{-}27)$$

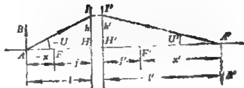


图 3-33

（2）牛顿公式

同理根据公式（3-23）

$$xx' = ff'$$

求上式对 x 和x' 的微分，得

$$xdx' + x'dx = 0$$

由此得到

$$\alpha = \frac{dx'}{dx} = -\frac{x'}{x} \tag{3-28}$$

三 角放大率

角放大率是共轭面上的轴上点 A 发出的光线通过光学系统后，与光轴的夹角 U' 的正切和对应的入射光线与光轴所成的夹角 U 的正切之比。一般用 γ 表示，如图 3-33 所示。假定由 A 点发出的成像光束的会聚角为 U，则会聚在像点 A' 的光束的会聚角将为 U'，于是有

$$\gamma = \frac{\text{tg}U'}{\text{tg}U}$$

对近轴光线来说，U 和U' 趋近于零，这时 $\text{tg}U'$ 和 $\text{tg}U$ 趋近于u' 和 u。由此得到近轴范围内的角放大率公式

$$\gamma = \frac{u'}{u} \tag{3-29}$$

（1）高斯公式

由图3-33得

$$\text{tg}U' = \frac{h}{l'}, \quad \text{tg}(-U) = \frac{h}{-l} \text{或} \text{tg}U = \frac{h}{l}$$

代入上式，得

$$\gamma = \frac{\text{tg}U'}{\text{tg}U} = \frac{l}{l'} \tag{3-30}$$

由上式可知，角放大率只和 l、l' 有关。因此，其大小仅取决于共轭面的位置，而与光线的会聚角无关，所以它与近轴光线的角放大率相同。

（2）牛顿公式

由公式（3-26）和公式（3-30）得

$$\beta = -\frac{f}{f'} \cdot \frac{1}{\gamma}$$

由此得到

$$\gamma=\frac{1}{\beta}\left(-\frac{f}{f'}\right) \tag{3-31}$$

将公式（3-22）代入上式，得

$$\gamma=-\frac{x}{f'}=-\frac{f}{x'} \tag{3-32}$$

上面就是三种放大率的计算公式。它们都与共轭面的位置有关，故对于同一光学系统来说，物（像）面的位置不同，对应的放大率是不同的。

四　三种放大率的关系

从以上公式可知，三种放大率并非彼此独立，而是互相联系的。下面就找出它们之间的关系。

公式（3-27）为

$$\alpha=-\frac{fl'^2}{f'l^2}$$

把公式（3-30）的关系代入上式，得

$$\alpha=-\frac{f}{f'}\cdot\frac{1}{\gamma^2}$$

把上面导出的关系与公式（3-31）比较，就得

$$\alpha=\frac{\beta}{\gamma}\text{或}\beta=\alpha\cdot\gamma \tag{3-33}$$

公式（3-33）就是理想光学系统中同一对共轭面上三种放大率之间的关系。

§3-13　物像空间不变式

物像空间不变式也就是一般所说的拉格朗日-亥姆霍兹不变式。它代表实际光学系统在近轴范围内成像的一种普遍特性。下面首先推导这个不变式。

根据单个折射球面近轴范围内的放大率公式（3-15）

$$\beta=\frac{y'}{y}=\frac{nl'}{n'l}$$

当光线位在近轴范围内时，h 很小，如图3-34所示。以下关系显然成立。

$$-u=\frac{h}{-l}\text{或者}u=\frac{h}{l},\ u'=\frac{h}{l'}$$

由以上二式得

$$\frac{u}{u'}=\frac{l'}{l}$$

代入放大率公式（3-15）得

$$\frac{y'}{y}=\frac{nu}{n'u'}$$

由此得到

$$nuy=n'u'y'$$

图　3-34

以上是单个折射球面物像空间存在的关系。对于由多个球面组成的共轴系统来说，

前一面的像就是后一面的物，前一面的出射光线就是后一面的入射光线，故有

$$n_i' = n_{i+1},\quad y_i' = y_{i+1},\quad u_i' = u_{i+1}$$

由此得出

$$n_1 u_1 y_1 = n_1' u_1' y_1' = n_2 u_2 y_2 = \cdots\cdots = n_k' u_k' y_k'$$

这就是说，实际光学系统在近轴范围内成像时，对任意一个像空间来说，乘积$n'u'y'$总是一个常数，用J表示：

$$J = nuy = n'u'y' \tag{3-34}$$

这就是物像空间不变式。J称为物像空间不变量，或拉格朗日不变量。

我们把上述近轴范围内的物像空间不变式推广到整个空间，就得到理想光学系统的物像空间不变式。

根据上面角放大率的公式，对于一对确定的共轭面来说，角放大率等于常数：

$$\gamma = \frac{\mathrm{tg}U'}{\mathrm{tg}U} = \frac{n}{n'}$$

将此关系式代入物像空间不变式，得

$$J = ny\,\mathrm{tg}U = n'y'\,\mathrm{tg}U' \tag{3-35}$$

这就是理想光学系统的物像关系不变式。

当物像空间的介质相同（如空气）时，公式（3-35）变成：

$$y\,\mathrm{tg}U = y'\,\mathrm{tg}U'$$

如果光学系统中存在反射面时，由于反射相当于$n' = -n$时的折射，每经过一次反射，介质的折射率的符号改变一次。因此，在光线经过奇数次反射时，物像关系不变式两端折射率的符号相反；如果是偶数次反射，则符号相同。

§3-14　物方焦距和像方焦距的关系

在前面我们定义共轴理想光学系统的焦距时，像方焦距和物方焦距之间并没有一定的关系。但是在实际光学系统中，二者之间存在着一种和系统结构无关的普遍关系。下面就根据物像空间不变式来进行推导。

由物像空间不变式（3-34）得

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{nu}{n'u'}$$

根据理想光学系统的垂轴放大率公式（3-26）有

$$\beta = -\frac{fl'}{f'l}$$

将以上二式比较，得到：

$$-\frac{f}{f'}\cdot\frac{l'}{l} = \frac{nu}{n'u'}$$

由图3-35看到，

$$\gamma = \frac{\mathrm{tg}U'}{\mathrm{tg}U} = \frac{u'}{u} = \frac{l}{l'}\ \text{或者}\ \frac{u}{u'} = \frac{l'}{l}$$

将以上关系代入上式简化后得到：

$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n} \tag{3-36}$$

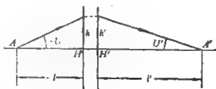


图　3-35

上式说明，一个光学系统的像方焦距和物方焦距之比等于像空间和物空间介质的折射率之比，但符号相反。

对于位在空气中的光学系统，因$n_1 = n'_k = 1$，则上式变为：

$$f' = -f$$

这说明，位于空气中的光学系统，其物方焦距和像方焦距大小相等，符号相反。前面§3-9中的实际计算结果和上述结论完全相符。因绝大多数光学系统都位在空气中，根据上述关系，前面有关的物像关系公式都可以简化。为了使用方便，下面我们列出光学系统位于空气中的物像位置公式和放大率公式。

一　物像位置公式

1. 牛顿公式：根据公式（3-23）得

$$xx' = -f'^2 \qquad (3\text{-}37)$$

2. 高斯公式：根据公式（3-25）得

$$\frac{1}{l'} - \frac{1}{l} = \frac{1}{f'} \qquad (3\text{-}38)$$

二　放大率公式

1. 垂轴放大率：根据公式（3-26）得

$$\beta = \frac{l'}{l} \qquad (3\text{-}39)$$

2. 轴向放大率：根据公式（3-27）得

$$\alpha = \frac{l'^2}{l^2} \qquad (3\text{-}40)$$

3. 角放大率：根据公式（3-30）γ与f，f'无关，因此公式形式不变。

三　三种放大率之间的关系

前面我们已经得到，三种放大率之间存在以下关系：

$$\beta = \alpha \cdot \gamma \qquad (3\text{-}33)$$

由物像空间不变式还可以得到垂轴放大率和角放大率之间的下列关系：

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{nu}{n'u'} = \frac{n}{n'} \cdot \frac{1}{\gamma}$$

或者

$$\beta \cdot \gamma = \frac{n}{n'} \qquad (3\text{-}41)$$

因此当物像空间介质的折射率n，n'一定的时候，对某一对共轭面只要给定任意一个放大率，其它二个放大率便随之确定。或者说，对于一对给定的共轭面，我们只能提出一种放大率的要求，而不能对三种同时提出任意的要求。

当物像空间折射率相等时，由公式（3-41）得到：

$$\beta \cdot \gamma = 1 \qquad (3\text{-}42)$$

将以上关系代入公式（3-33）则可得到：

$$\alpha = \beta^2 \tag{3-43}$$

$$\alpha = \frac{1}{\gamma^2} \tag{3-44}$$

以上为物像空间折射率相等时，三种放大率之间的关系式。

下面举一放大率公式应用实例：

在§ 3-4 中由表 3-2 的近轴光路计算结果得到

$$u_2' = 5.0539 \qquad u_1 = -1$$

代入公式（3-29），得

$$\gamma = \frac{u_2'}{u_1} = \frac{5.0539}{-1} = -5.0539$$

因透镜位于空气中，将 γ 值代入公式（3-42）、（3-44）得

$$\beta = \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{-5.0539} = -0.19786$$

$$\alpha = \frac{1}{\gamma^2} = \left(\frac{1}{-5.0539}\right)^2 = 0.03915$$

这和前面曾经计算过的结果完全相同。因此，对于一个给定的物平面，我们只要计算一条近轴光线，既可以知道它的理想像平面位置，又可以同时求得该共轭面的三种放大率。

§ 3-15　节平面和节点

在理想光学系统中，除一对主平面 H、H' 和两个焦点 F、F' 外，有时还用到另一对特殊的共轭面，即节平面。

从公式（3-30）可以看出，不同的共轭面，有着不同的角放大率。不难想像，必有一对共轭面它的角放大率等于 1。我们称角放大率等于 1 的一对共轭面为节平面。在物空间的称为物方节平面，在像空间的称为像方节平面。节平面和光轴的交点叫做节点，位于物空间的称为物方节点，位于像空间的称为像方节点。分别以 J、J' 表示，显然 J、J' 是轴上的一对共轭点。

物方节点和像方节点具有以下性质：凡是通过物方节点 J 的光线，其出射光线必定通过像方节点 J'，并且和入射光线相平行，如图3-36所示。

下面我们来寻找节点的位置，根据角放大率公式（3-32），将 γ = 1 代入，即可找到节点的位置：

$$\gamma = \frac{x}{f'} = \frac{f}{x'} = 1$$

因此对节点 J、J' 有：

$$x_J = f', \quad x_J' = f \tag{3-45}$$

即由物方焦点 F 到物方节点 J 的距离等于像方焦距 f'，而由像方焦点 F' 到像方节点 J' 的距离等于物方焦距 f，如图 3-36所示。

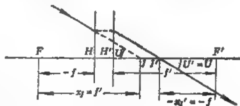


图　3-36

如果物像空间介质的折射率相等，则有 $f' = -f$，因此：

$$x_J = -f; \quad x'_J = -f'$$

这时显然J与H重合而J'与H'重合，即主平面也就是节平面，如图3-37所示。这种性质，在用作图法求理想像时，可用来作第三条特殊光线。即由物点B到物方主点H（即J）作一连线，按照节点的性质，其像方共轭光线一定经过像方主点H'（即J'），且与入射光线BH平行，与另一条特殊光线$I'B'$的交点B'，即为所求的像点。

图 3-37

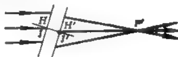


图 3-38

由于节点具有入射和出射光线彼此平行的特性，所以时常用它来测定光学系统的基点位置。如图3-38所示，假定将一束平行光射入光学系统，并使光学系统绕通过像方节点J'的轴线左右摆动，由于入射光线的方向不变，而且彼此平行，根据节点的性质，通过像方节点J'的出射光线一定平行于入射光线。同时由于转轴通过J'，所以出射光线$J'P'$的方向和位置都不会因光学系统的摆动而发生改变。与入射平行光束相对应的像点，一定位于$J'P'$上，因此，像点也不会因光学系统的摆动而产生左右移动。如果转轴不通过J'，则当光学系统摆动时，J'及$J'P'$光线的位置也发生摆动，因而像点位置就发生摆动。利用这种性质，一边摆动光学系统，同时连续改变转轴位置，并观察像点，当像点不动时，转轴的位置便是像方节点的位置。颠倒光学系统，重复上述操作，便可得到物方节点的位置。对于绝大多数光学系统来说都位在空气中，所以节点的位置也就是主点的位置。

通常用于拍摄大型团体照片的周视照相机也是应用节点的性质构成的。如图3-39所示，拍摄的对象排列在一个圆弧AB上，照相物镜并不能使全部物体同时成像，而只能使小范围内的物体A_1B_1成像于底片上$A'_1B'_1$处。当物镜绕像方节点J'转动时，就可以把整个拍摄对象AB成像在底片$A'B'$上。如果物镜的转轴和像方节点J'不重合，则当物镜转动时，A_1点的像A'_1将在底片上移动，因而使照片模糊不清。现在使物镜的转轴通过像方节点J'，根据节点的性质，当物镜转动时，A_1点的像A'_1就不会移动。因此，整个底片$A'B'$上就可以获得整个物体AB的清晰的像。

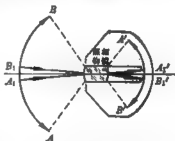


图 3-39

§3-16 无限远物体理想像高的计算公式

当物体位于有限距离时，我们是这样计算理想像高的：若已知光学系统的主平面和焦点位置，则按照§3-11中所述的光学系统物像关系式求出β，便可由物高求得像高。如果光学系统的主平面和焦点位置未给出，那末只要由轴上物点出发计算一条近轴光线，根据入射光线的会聚角u和出射光线的会聚角u'，利用物像空间不变式求出β，同样可以求得理想像高。

但是，当物体位于无限远时，上述两种方法都无法应用。因为由无限远的轴上物点射出的光线对应 $u=0$，所以 $\beta=0$，而物高 y 为无限大。此时，$y'=y\beta$ 变为不定式，因此无法应用，需要导出新的公式。

无限远的物平面所成的像为像方焦平面，物平面上每一点所对应的光束都是一束平行光线，我们用光束与光轴的夹角 ω 表示无限远轴外物点的位置。ω 的符号规则如下：

ω——以光轴为起始轴，转向光线，顺时针为正，逆时针为负，如图3-40所示。

根据焦点的性质，通过物方焦点 F 并与光轴成 ω 夹角的入射光线 FI，射出后其共轭光线 $I'B'$ 一定平行于光轴。$I'B$ 与像方焦面的交点 B' 显然是无限远轴外物点 B 的像点。由图3-40得知

$$y'=IH=-f\mathrm{tg}(-\omega)=f\mathrm{tg}\omega \tag{3-46}$$

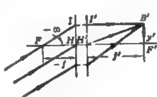


图 3-40

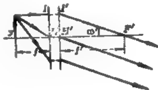


图 3-41

如果光学系统位于空气中，$f'=-f$，代入上式：

$$y'=-f'\mathrm{tg}\omega \tag{3-47}$$

这就是无限远物体理想像高的计算公式。

下面我们找出无限远的像所对应的物高计算公式。

无限远的轴外像点对应像方一束与光轴有一定夹角的平行光线。我们用光束与光轴的夹角 ω' 来表示无限远轴外像点的位置。ω' 的符号规则同 ω，如图3-41所示。

根据光路可逆定理，很容易得到

$$y=f'\mathrm{tg}\omega' \tag{3-48}$$

此公式常用于平行光管分划板的计算。

§3-17 理想光学系统的组合

在光学系统的应用中，时常将两个或者两个以上的光学系统组合在一起使用。在计算和分析一个复杂的光学系统时，为了方便起见，通常将一个光学系统分成若干部分，分别进行计算，最后再把它们组合在一起。本节就是研究如何由两个已知的光学系统，求它们的组合系统的成像性质。前面说过，一个共轴理想光学系统的成像性质，可以用主平面和焦点来代表，所以也就是根据两个已知系统的主平面和焦点位置，来求组合系统的主平面和焦点位置的问题。

一 焦点位置的公式

假定两个已知光学系统的焦距分别为 f_1'、f_1 和 f_2'、f_2，如图3-42所示。两个光学系统间的相对位置用第一个系统的像方焦点 F_1' 到第二个系统的物方焦点 F_2 的距离 Δ 表示，Δ 的符号规则为：

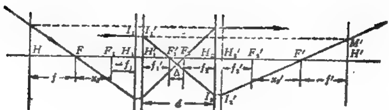


图 3-42

Δ——以F_1'为起点，计算到F_2，由左向右为正。图中有关线段都按各自的符号规则进行标注，并假定组合系统的焦距为f和f'，焦点为F和F'。

下面我们首先求像方焦点F'的位置。按照焦点的性质，平行于光轴入射的光线，通过第一个系统后，一定通过F_1'。然后再通过第二个光学系统，出射光线与光轴的交点F'，就是组合系统的像方焦点。F_1'和F'显然对于第二个光学系统来说是一对共轭点。应用牛顿公式：

$$xx' = f_2 f_2'$$

式中x按符号规则，以F_2为起点计算到F_1'。而Δ则是以F_1'为起点计算到F_2，所以

$$x = -\Delta$$

x'为由F_2'到F'的距离。为了和普通情形相区别，这里用x_F'表示。它的符号规则为：以F_2'为起点计算到F'，由左向右为正。将以上关系代入上式，得

$$x_F' = -\frac{f_2 f_2'}{\Delta} \tag{3-49}$$

利用上式就可求得F'的位置。

至于物方焦点F的位置，按照定义，通过物方焦点F的光线经过整个系统后一定平行于光轴射出。既然出射光线平行于光轴，所以它一定通过F_2。因此，组合系统的物方焦点F和第二个系统的F_2对第一个系统共轭。同样应用牛顿公式：

$$xx' = f_1 f_1'$$

按照符号规则，从图3-42得知

$$x' = \Delta$$

x就是由F_1到F的距离，用x_F表示，它的符号规则为：以F_1为起点计算到F，由左向右为正。

将以上关系代入上式，得

$$x_F = \frac{f_1 f_1'}{\Delta} \tag{3-50}$$

利用上式即可求得组合系统的物方焦点F的位置。

二 焦距公式

焦点位置确定后，只要求出焦距，主平面的位置便随之确定。如前所述，平行于光轴入射的光线和出射光线的延长线的交点M'，一定位于像方主平面上。下面我们就根据这

种关系导出焦距的公式。

由图3-42得知，$\Delta M'F'H' \sim \Delta I_1'H_1'F'$，$\Delta I_2H_2F_1' \sim \Delta I_1'H_1'F_1'$。根据对应边成比例的关系，并考虑到$M'H' = I_1'H_1'$，$I_2H_2 = I_1'H_1'$，得

$$\frac{H'F'}{F'H_2'} = \frac{H_1'F_1'}{F_1'H_2}$$

根据图中的标注，有

$$H'F' = -f'，\ F'H_2' = f_2' + x_F'$$
$$H_1'F_1' = f_1'，\ F_1'H_2 = \Delta - f_2$$

将以上关系代入上式，得

$$\frac{-f'}{f_2' + x_F'} = \frac{f_1'}{\Delta - f_2}$$

将$x_F' = -\frac{f_2f_2'}{\Delta}$代入上式，简化后，得

$$f' = -\frac{f_1'f_2'}{\Delta} \tag{3-51}$$

假定组合系统物空间介质的折射率为n_1，两个系统间的折射率为n_2，像空间的折射率为n_3，根据焦距间存在的关系，

$$f = -f'\frac{n_1}{n_3} = \frac{f_1'f_2'}{\Delta} \cdot \frac{n_1}{n_3}$$

此外

$$f_1' = -f_1\frac{n_2}{n_1}，\ f_2' = -f_2\frac{n_3}{n_2}$$

代入上式，得

$$f = \frac{f_1f_2}{\Delta} \tag{3-52}$$

两个系统间的相对位置有时用两个主平面之间的距离d表示。d的符号规则为：以第一个系统的像方主点H_1'为起点，计算到第二个系统的物方主点H_2，由左向右为正。

由图得到d和Δ之间的关系式如下：

$$d = f_1' + \Delta - f_2 \quad 或者 \quad \Delta = d - f_1' + f_2 \tag{3-53}$$

代入上面的焦距公式，得

$$\frac{1}{f'} = \frac{-\Delta}{f_1'f_2'} = \frac{1}{f_1'} - \frac{f_2}{f_1'f_2'} - \frac{d}{f_1'f_2'}$$

将$\frac{f_2}{f_2'} = -\frac{n_2}{n_3}$代入上式，公式两边同乘以$n_3$，得

$$\frac{n_3}{f'} = \frac{n_2}{f_1'} + \frac{n_3}{f_2'} - \frac{n_3d}{f_1'f_2'} = -\frac{n_1}{f} \tag{3-54}$$

当两个系统位于同一种介质（例如空气）中时，则$n_1 = n_2 = n_3$，上式消去共同因子后，得

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f_1'} + \frac{1}{f_2'} - \frac{d}{f_1'f_2'} = -\frac{1}{f} \tag{3-55}$$

通常用φ表示像方焦距的倒数，$\varphi = \frac{1}{f'}$，称为光焦度。这样，公式(3-55)可以写作

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 - d\varphi_1\varphi_2 \tag{3-56}$$

当两个光学系统主平面间的距离 d 为零，即在密接薄透镜组的情况下：

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$$

密接薄透镜组的总光焦度等于两个薄透镜的光焦度之和。

计算举例，已知两个光学系统的焦距分别为：

$$f_1' = -f_1 = 100,\ f_2' = -f_2 = -100,\ d = 50$$

求此组合系统的主平面和焦点位置。

一 焦点位置的计算

我们首先将已知条件表示在图3-43中。由公式（3-53）、（3-49）和（3-50）得

$$\Delta = d - f_1' + f_2 = 50 - 100 + 100 = 50$$

$$x_F' = -\frac{f_2 f_2'}{\Delta} = -\frac{(-100)(100)}{50} = 200$$

$$x_F = \frac{f_1 f_1'}{\Delta} = \frac{(-100)(100)}{50} = -200$$

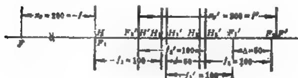


图 3-43

二 焦距的计算

根据公式（3-51）

$$f' = -\frac{f_1' f_2'}{\Delta} = -\frac{100(-100)}{50} = 200$$

$$f = -f' = -200$$

以上计算结果按照符号规则标注在图3-43中。

§3-18 理想光学系统中光路的计算公式

如果一个复杂的组合光学系统由若干个已知的光学系统所构成。为了了解整个系统的成像性质，可以利用上节的光学系统的组合公式，逐个地进行组合，以找出整个系统的主平面和焦点位置。但是，这样计算十分繁琐。如果我们按照近轴光学的方法，通过系统计算二条平行于光轴的光线，则系统的主平面和焦点同样能够找出。特别是如果我们只需要知道系统对某一个确定物平面的成像性质，并不要求知道它的主平面和焦点位置，这时我们只需计算一条由轴上物点发出的光线，则像平面的位置以及相应的三种放大率都能够求得。因而可使计算大为简化。为此下面我们就推导理想光学系统中光路的计算公式。

在进行公式推导以前，首先要确定表示光线位置的坐标。现在采取以下的两个坐标表示光线的位置：

h ——光线与主平面的交点到光轴的距离，以光轴为计算起点，向上为正。

$\mathrm{tg}U$、$\mathrm{tg}U'$——光线通过光学系统前后与光轴夹角的正切，角度的符号规则和前面相同。根据理想光学系统的高斯公式（3-25）：

$$\frac{f'}{l'}+\frac{f}{l}=1$$

将焦距间存在的关系 $f=-f'\dfrac{n}{n'}$ 代入上式，并适当简化，得

$$\frac{n'}{l'}-\frac{n}{l}=\frac{n'}{f'}$$

用 h 乘上式两端，得

$$n'\frac{h}{l'}-n\frac{h}{l}=n'\frac{h}{f'}$$

由图3-44得知：

$$\mathrm{tg}(-U)=\frac{h}{-l}\quad\text{或者}\ \mathrm{tg}U=\frac{h}{l}；\ \mathrm{tg}U'=\frac{h}{l'}$$

将以上关系式代入前式，得

$$n'\mathrm{tg}U'-n\mathrm{tg}U=n'\frac{h}{f'}\tag{3-57}$$

当 h 和 $\mathrm{tg}U$ 给定后，由上式即可求得 $\mathrm{tg}U'$。至于 h，则对于入射和出射光线显然相同。这样出射光线的位置就被确定。

以上是计算一个系统时所用的公式。为了计算整个组合光学系统，尚需有从前一个系统过渡到后一个系统的公式。由图3-45得

$$U_i'=U_{i+1}$$
$$h_{i+1}=h_i-d_{i,i+1}U_i'\tag{3-58}$$

利用公式（3-57）和（3-58）即可进行任何复杂的理想组合系统的光路计算。

图 3-44

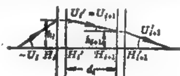


图 3-45

对于近轴光线，$\mathrm{tg}U'$ 和 $\mathrm{tg}U$ 趋近于 u' 和 u，公式（3-57）和（3-58）变为

$$n'u'-nu=h\frac{n'}{f'}\tag{3-59}$$

$$h_{i+1}=h_i-d_iu_i'\tag{3-60}$$

以上公式既可用于理想光学系统，也可用于实际光学系统近轴区域的光路计算。对于单个球面来说，由于主平面和顶点重合，所以上式的 h 实际上可以看作是光线和球面交点的高度。

对整个组合系统计算完毕后，得到出射光线的两个坐标h_K、$\mathrm{tg}U'_K$。为了确定光线与光轴交点的位置，可应用以下的公式：

$$l'_K=\frac{h_K}{\mathrm{tg}U'_K} \tag{3-61}$$

当计算系统的焦点和焦距时，可以计算一条平行于光轴入射的光线。假定入射高度为h_1，则

$$f'=\frac{h_1}{\mathrm{tg}U'_K} \tag{3-62}$$

焦点位置同样可由公式（3-61）求得。

计算举例：用计算光路的方法，求上节所举的组合系统的主平面和焦点位置。

为了求出组合系统的像方主平面和像方焦点位置，只要计算一条平行于光轴入射的光线即可。假定$h_1=10$。

第一个系统的计算：

已知条件：$n_1=n'_1=1$，$f'_1=100$，$U_1=0$，$h_1=10$，

代入公式（3-57）

$$n'_1\mathrm{tg}U'_1-n_1\mathrm{tg}U_1=h_1\frac{n'_1}{f'_1}$$

$$\mathrm{tg}U'_1=\frac{10}{100}=0.1=\mathrm{tg}U_2$$

第二个系统的计算：

由公式（3-58）

$$h_2=h_1-d_1\mathrm{tg}U'_1=10-50\times0.1=5$$

根据已知条件：$n_2=n'_2=1$，$f'_2=-100$，$\mathrm{tg}U_2=0.1$，$h_2=5$

重复应用公式（3-57），并将已知条件代入公式，得

$$\mathrm{tg}U'_2-0.1=5\times\frac{1}{-100}$$

得

$$\mathrm{tg}U'_2=0.05$$

应用公式（3-61）和（3-62）即可求得焦点位置和焦距值

$$l'_2=\frac{h_2}{\mathrm{tg}U'_2}=\frac{5}{0.05}=100$$

$$f'=\frac{h_1}{\mathrm{tg}U'_2}=\frac{10}{0.05}=200$$

以上结果和上节求得的结果完全相同。

至于物方主平面和焦点位置的计算，只要颠倒整个系统，重新计算一条平行光线即可。

§3-19　单透镜的主平面和焦点位置的计算公式

实际应用的光学系统，总是由许多透镜所组成。因此，了解单透镜的成像性质，对于研究光学系统来说十分重要。这一节我们就讨论如何计算单透镜的主平面和焦点位置。

单透镜由两个球面组成。每一个折射面都可以看作是一个光学系统。因此，计算单透镜的主平面和焦点，也就是计算由两个球面构成的组合系统的主平面和焦点。实际上相当于上面组合系统公式的一个应用。

假定单透镜的两个球面半径依次为r_1和r_2，厚度为d，折射率为n，如图3-46所示。

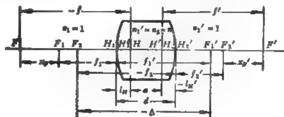


图 3-46

应用单个折射球面的焦距公式，得

$$f_1'=\frac{n_1'r_1}{n_1'-n_1}=\frac{nr_1}{n-1},\quad f_1=\frac{-n_1r_1}{n_1'-n_1}=\frac{-r_1}{n-1}$$

$$f_2'=\frac{n_2'r_2}{n_2'-n_2}=\frac{r_2}{1-n},\quad f_2=\frac{-n_2r_2}{n_2'-n_2}=\frac{-nr_2}{1-n}$$

由于单个折射球面的两个主平面都和球面顶点重合，所以透镜的厚度d也就是主平面之间的距离。将以上这些参量代入上节组合系统的公式，即可求得透镜的主平面和焦点。

首先计算焦距。将各已知量代入组合系统的焦距公式（3-54），并简化，得

$$\frac{1}{f'}=(n-1)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)+\frac{(n-1)^2d}{nr_1r_2}=-\frac{1}{f} \qquad (3-63)$$

下面我们求主平面位置。在单透镜中，我们用l_H和l_H'两个参数表示两个主平面位置。它们的意义和符号规则如下：

l_H——以透镜的第一个球面顶点为起点，计算到物方主点，由左向右为正；

l_H'——以透镜的第二个球面顶点为起点，计算到像方主点，由左向右为正。

图3-46是按照以上的符号规则进行标注的。由图知

$$(-x_F)+(-f_1)+l_H=-f;\quad x_F'+f_2'+(-l_H')=f'$$

或者

$$l_H=x_F+f_1-f;\quad l_H'=x_F'+f_2'-f'$$

将式中各量按前面的公式代入，并简化，得

$$l_H=\frac{-r_1d}{n(r_2-r_1)+(n-1)d} \qquad (3-64)$$

$$l_H'=\frac{-r_2d}{n(r_2-r_1)+(n-1)d} \qquad (3-65)$$

我们用a表示两个主平面之间的距离HH'。它的意义和符号规则为：以物方主点H为起点，计算到像方主点H'，由左向右为正。

由图知

$$l_H+a+(-l_H')=d \quad 或者 \quad a=d-l_H+l_H'$$

将上面求得的l_H和l'_H代入，并简化，得

$$a=\frac{d(n-1)(r_2-r_1+d)}{n(r_2-r_1)+(n-1)d} \tag{3-66}$$

利用以上公式进行计算十分繁琐。对于绝大多数透镜来说，厚度d较二半径之差(r_2-r_1)小得多，如图3-47所示。如果我们相对于(r_2-r_1)把d略去，则公式就可大为简化。这样的公式叫薄透镜公式。在上面四个公式(3-63)~(3-66)中，相对于(r_2-r_1)略去d，得

$$\frac{1}{f'}=(n-1)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)=-\frac{1}{f} \tag{3-67}$$

$$l_H=\frac{-r_1 d}{n(r_2-r_1)} \tag{3-68}$$

$$l'_H=\frac{-r_2 d}{n(r_2-r_1)} \tag{3-69}$$

$$a=\frac{n-1}{n}d \tag{3-70}$$

利用以上公式计算，所产生的误差是由d和(r_2-r_1)的比值决定的，并不单单取决于d的大小。例如，在图3-48中，透镜的两个半径近似相同。即使厚度d不大，若用以上薄透镜公式进行计算，误差仍然很大。

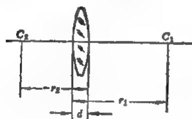


图 3-47

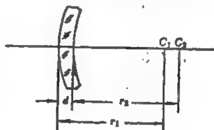


图 3-48

同时，由公式(3-70)可以看到，对于薄透镜来说，二主平面之间的距离a只与透镜的厚度d及折射率n相关，并不受透镜形状的影响。

图3-49为各种不同形状的透镜，其中(a)、(b)、(c)三种透镜的中间厚度较边

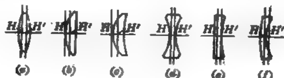


图 3-49

缘厚度为大，称为凸透镜。它们的像方焦距f'都大于零，因此也称为正透镜。(d)、(e)、(f)三种透镜则相反，边缘厚度大于中间厚度，称为凹透镜。它们的像方焦距f'都小于

多，因此也称负透镜。图中同时画出了它们主平面的相对位置。这种结果很容易由公式(3-67)～(3-69)加以说明。例如，图3-49(a)对应$r_1>0$，$r_2<0$。由公式(3-67)～(3-69)很易看到$f'>0$，$l_H>0$，$l'_H<0$，与图上所标的相符合。

计算举例：应用本节公式计算前面§3-9中所举出的透镜的主平面和焦点位置。将该透镜的结构参数值代入公式(3-63)，得

$$\frac{1}{f'}=(n-1)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)+\frac{(n-1)^2 d}{n r_1 r_2}=(1.5163-1)\left(\frac{1}{10}-\frac{1}{-50}\right)$$

$$+\frac{(1.5163-1)^2\times 5}{1.5163\times 10\times(-50)}=0.061956-0.001758=0.060198=-\frac{1}{f}$$

由此得到

$$f'=-f=16.611$$

应用公式(3-64)和(3-65)得

$$l_H=\frac{-r_1 d}{n(r_2-r_1)+(n-1)d}=\frac{-10\times 5}{1.5163(-50-10)+(1.5163-1)\times 5}=0.5656$$

$$l'_H=\frac{-r_2 d}{n(r_2-r_1)+(n-1)d}=\frac{-(-50)\times 5}{1.5163(-50-10)+(1.5163-1)\times 5}=-2.8280$$

以上结果和§3-9中由计算近轴光路的方法所得到的主平面和焦点位置相同。

下面我们再应用薄透镜公式来计算焦距和主平面的位置。由公式(3-67)得

$$\frac{1}{f'}=(n-1)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)=(1.5163-1)\left(\frac{1}{10}-\frac{1}{-50}\right)=0.061956$$

得

$$f'=-f=16.140$$

应用公式(3-68)和(3-69)得

$$l_H=\frac{-r_1 d}{n(r_2-r_1)}=\frac{-10\times 5}{1.5163(-50-10)}=0.550$$

$$l'_H=\frac{-r_2 d}{n(r_2-r_1)}=\frac{-(-50)\times 5}{1.5163(-50-10)}=-2.760$$

以上结果和上面求出的精确值相差甚小。

本章小结

一、本章主要解决共轴球面系统求像的问题，即已知光学系统的结构参数及物平面的位置和物高，求像平面的位置和像高。

解决这个问题有以下两种方法：

1. 如果只需要求出某一个物平面通过已知光学系统所成的像平面位置和放大率，可以由该物平面上的轴上点出发，利用公式(3-6)～(3-10)按表3-2计算一条近轴光线，即可同时求得像平面的位置和放大率。

2. 如果要求知道若干个物平面的共轭面位置和放大率，可以首先利用公式(3-6)～(3-10)及(3-20)按表3-3计算两条平行于光轴的光线，求出系统的一对主平面和两个焦点，然后根据已知的主平面和焦点位置，利用共轭点方程式——高斯公式或牛顿公式，分别求出各个物平面的共轭面位置和放大率。

二、为了便于今后应用时查阅，现将本章的主要公式归纳成以下表格：

共轭点方程式	牛顿公式——以焦点为原点		高斯公式——以主点为原点	
	$n'\neq n$	$n'=n$	$n'\neq n$	$n'=n$
物像位置	$xx'=ff'$ (3-23)	$xx'=-f'^2$ (3-37)	$\frac{f'}{l'}+\frac{f}{l}=1$ (3-25)	$\frac{1}{l'}-\frac{1}{l}=\frac{1}{f'}$ (3-38)
物像大小(垂轴放大率)	$\beta=-\frac{f}{x}=-\frac{x'}{f'}$ (3-22)	$\beta=\frac{f'}{x}=-\frac{x'}{f'}$	$\beta=-\frac{fl'}{f'l}$ (3-26)	$\beta=\frac{l'}{l}$ (3-39)
轴向放大率	$\alpha=-\frac{x'}{x}$ (3-28)	同前	$\alpha=-\frac{fl'^2}{f'l^2}$ (3-27)	$\alpha=\frac{l'^2}{l^2}$ (3-40)
角放大率	$\gamma=\frac{x}{f'}=\frac{f}{x'}$ (3-32)	$\gamma=\frac{x}{f'}=-\frac{f'}{x'}$	$\gamma=\frac{l}{l'}$ (3-30)	$\gamma=\frac{l}{l'}$
物像空间不变式	近轴公式		理想光学系统公式	
	$n'u'y'=nuy$ (3-34)		$n'\mathrm{tg}U'y'=n\mathrm{tg}Uy$ (3-35)	
放大率之间的关系式	$n'\neq n$		$n'=n$	
	$\beta=\alpha\cdot\gamma$ (3-33)		$\beta\gamma=1$ (3-42) $\alpha=\beta^2$ (3-43)	
无限远物体理想像高公式	$y'=f\mathrm{tg}\omega$ (3-46)		$y'=-f'\mathrm{tg}\omega$ (3-47)	
焦距之间的关系式	$\frac{f'}{f}=-\frac{n'}{n}$ (3-36)		$f=-f'$	
组合系统焦距公式	$\frac{n_3}{f'}=\frac{n_2}{f'_1}+\frac{n_3}{f'_2}-\frac{n_3d}{f'_1f'_2}$ (3-54)		$\frac{1}{f'}=\frac{1}{f'_1}+\frac{1}{f'_2}-\frac{d}{f'_1f'_2}$ (3-55)	
薄透镜焦距公式	$\frac{1}{f'}=(n-1)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)$ (3-57)			

三、符号规则

为了使公式能普遍地应用于各种几何位置，必须对公式中的所有参数规定一套符号规则。每一个参数除了要记住它所代表的几何意义外，还必须同时记住它的符号规则。如果需要引入新的参数，也必须同时给它规定符号规则，并在推导及运算过程中始终遵守这些规则。

本章中所应用的主要参数的符号规则如下：

1. 线段

（1）坐标方向：本书中一律采用一般数学和科技书中所通用的坐标方向，即横坐标由左向右为正，纵坐标由下向上为正。

（2）计算起点：

单个球面公式：

r、L、L'、l、l'、d ——以球面顶点为计算起点。

理想光学系统公式：

f'、l'、d —— 以像方主点H'为起点；

f、l ——以物方主点H为起点；

x' ——以像方焦点F'为起点；

x ——以物方焦点F为起点；

y'、y ——以轴上点为起点。

2. 角度

（1）转动方向：顺时针为正，逆时针为负。

（2）起始轴：

U、U'、u、u'、ω、ω'、φ——以光轴为起始轴；

I、I'、i、i'——以光线为起始轴。

习　题

1. 有一双胶合物镜，其结构参数为：

$$
\begin{array}{lll}
 & & n_1 = 1 \\
r_1 = 83.220 & & \\
 & d_1 = 2 & n_2 = 1.6199 \\
r_2 = 26.271 & & \\
 & d_2 = 6 & n_3 = 1.5302 \\
r_3 = -87.123 & & \\
 & & n_4 = 1
\end{array}
$$

（1）用列表方式计算两条光线的光路，入射光线的坐标分别为：

$$L_1 = -300;\ U_1 = -2^{\circ}$$
$$L_1 = \infty;\quad h = 10$$

（2）用近轴光路公式计算透镜组的像方焦点和像方主平面位置及与 $l_1 = -300$的物点对应的近轴像点位置。

2 有一放映机，使用一个凹面反光镜进行聚光照明，光源经过反光镜反射以后成像在投影物平面上。光源长为10mm，投影物高为40mm，要求光源像等于投影物高，反光镜离投影物平面距离为600mm，求该反光镜的曲率半径等于多少？

3 试用作图法求位于凹的反光镜前的物体所成的像。物体分别位于球心之外，球心和焦点之间，焦点和球面顶点之间三个不同的位置。

4. 试用作图法对位于空气中的正透镜组（$f'>0$）分别对下列物距：

$$-\infty,\ -2f',\ -f',\ -\frac{f'}{2},\ 0,\ \frac{f'}{2},\ f',\ 2f',\ \infty$$

求像平面位置。

5. 试用作图法，对位于空气中的负透镜组（$f'<0$）分别对下列物距：

$$-\infty,\ 2f',\ f',\ \frac{f'}{2},\ 0,\ -\frac{f'}{2},\ -f',\ -2f',\ \infty$$

求像平面位置。

6. 已知照相物镜的焦距$f'=75$mm，被摄景物位于距离 $x=-\infty$，-10，-8，-6，-4，-2 m处，试求照相底片应分别放在离物镜的像方焦面多远的地方？

7 设一物体对正透镜成像，其垂轴放大率等于-1，试求物平面与像平面的位置，并用作图法验证。

8. 已知显微物镜物平面和像平面之间的距离为180mm，垂轴放大率等于－5，求该物镜组的焦距和离开物平面的距离（不考虑物镜组二主面之间的距离）。

9 已知航空摄相机物镜的焦距$f'=500$mm，飞机飞行高度为6000m，相机的幅面为$300\times300mm^2$，问每幅照片拍摄的地面面积。

10 由一个正透镜组和一个负透镜组构成的摄远系统，前组正透镜的焦距$f_1'=100$，后组负透镜的焦距$f_2'=-50$，要求由第一组透镜到组合系统像方焦点的距离与系统的组合焦距之比为1∶1.5，求二透镜组之间的间隔d应为多少？组合焦距等于多少？

11 如果将上述系统用来对10m远的物平面成像，用移动第二组透镜的方法，使像平面位于移动前组合系统的像方焦平面上，问透镜组移动的方向和移动距离。

12．由两个透镜组构成的一个倒像系统，设第一组透镜的焦距为f_1'，第二组透镜的焦距为f_2'，物平面位于第一组透镜的物方焦面上，求该倒像系统的垂轴放大率。

13 由两个同心的反射球面（二球面的球心重合）构成的光学系统，按照光线反射的顺序第一个反射球面是凹的，第二个反射球面是凸的，要求系统的像方焦点恰好位于第一个反射球面的顶点，求两个球面的半径r_1、r_2和二者之间的间隔d之间的关系。

14．假定显微镜物镜由相隔20mm的两个薄透镜组构成，物平面和像平面之间的距离为180mm，放大率$\beta=-10\times$，要求近轴光线通过二透镜组时的偏角Δu_1和Δu_2相等，求二透镜组的焦距。

15 电影放映机镜头的焦距$f'=120$mm，影片画面的尺寸为$22\times16mm^2$，银幕大小为$6.6\times4.8m^2$，问电影机应放在离银幕多远的地方？如果把放映机移到离银幕50m远处，要改用多大焦距的镜头？

16 一个投影仪用5ˣ的投影物镜，当像平面与投影屏不重合而外伸10mm时，则须移动物镜使其重合，试问物镜此时应向物平面移动还是向像平面移动？移动距离多少？

17 一照明聚光灯使用直径为200mm的一个聚光镜，焦距为$f'=400$mm，要求照明距离5m远的一个3m直径的圆，问灯泡应安置在什么位置？

18．已知一个同心透镜$r_1=50$mm，厚度$d=10$mm，$n=1.5163$，求它的主平面和焦点位置。

第四章　矩阵方法在近轴光学中的应用

§4-1　近轴光路计算公式的矩阵形式

在上一章近轴光学中，有很多公式都属于线性方程式。把这些线性方程式构成的线性方程组用矩阵形式表示，就可以直接应用线性代数中的矩阵方法，它对求解、推导和运算都比较方便，特别是在使用电子计算机的条件下，它的优点更加突出。目前计算机的使用日益普及，因此矩阵方法的应用也愈来愈广泛。本章就是介绍如何将矩阵方法，应用到近轴光学中。这一节首先介绍近轴光路计算公式的矩阵形式，因为近轴光路计算公式是整个近轴光学的基础。

根据上一章导出的近轴光路计算公式（3-11），当我们采用（nu, h）和（$n'u'$, h）作为表示入射光线和折射光线的位置坐标时，它们之间符合以下关系：

$$\left.\begin{aligned} n'u' &= nu + \frac{n'-n}{r}h \\ h &= h \end{aligned}\right\}$$

上式是$n'u'$、nu，h的一个线性方程组，可以用矩阵的形式表示为：

$$\begin{bmatrix} n'u' \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \dfrac{n'-n}{r} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} nu \\ h \end{bmatrix} \tag{4-1}$$

为了书写简单，引入以下符号：

$$R' = \begin{bmatrix} n'u' \\ h \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} 1 & \dfrac{n'-n}{r} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} nu \\ h \end{bmatrix} \tag{4-2}$$

R和R'分别为表示入射光线和折射光线坐标的列向量，M表示球面折射中入射光线和折射光线之间的坐标变换矩阵，称为球面折射矩阵。利用上述符号，矩阵方程（4-1）可以表示为：

$$R' = MR \tag{4-3}$$

为了对整个共轴系统进行光路计算，还必须使用由前一面至后一面的过渡公式（3-12）

$$\left.\begin{aligned} n_2u_2 &= n_1'u_1' \\ h_2 &= h_1 - u_1'd \end{aligned}\right\}$$

以上两个公式构成的线性方程组，也可以用矩阵形式表示：

$$\begin{bmatrix} n_2u_2 \\ h_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\dfrac{d}{n_1'} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_1'u_1' \\ h_1 \end{bmatrix} \tag{4-4}$$

和前面相似，引入下列符号：

$$R_2=\begin{bmatrix} n_2 u_2 \\ h_2 \end{bmatrix}, \quad T_1=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\dfrac{d_1}{n_1'} & 1 \end{bmatrix}, \quad R_1'=\begin{bmatrix} n_1' u_1' \\ h_1 \end{bmatrix} \tag{4-5}$$

应用以上符号，公式（4-4）可以表示为：

$$R_2=T_1R_1' \tag{4-6}$$

T_1称为球面折射的过渡矩阵。依次应用公式（4-3）和公式（4-6），就可以进行任意共轴球面系统的近轴光路计算。也可以把这两个公式合并成一个公式。将公式（4-3）代入公式（4-6）得：

$$R_2=T_1M_1R_1 \tag{4-7}$$

公式（4-7）是直接由第一面的入射光线坐标R_1求第二面入射光线坐标R_2的公式。

为了今后使用方便，我们把有关的公式重新归纳如下：

$$R_1=\begin{bmatrix} n_1 u_1 \\ h_1 \end{bmatrix}, \quad R_1'=\begin{bmatrix} n_1' u_1' \\ h_1 \end{bmatrix}, \quad R_2=\begin{bmatrix} n_2 u_2 \\ h_2 \end{bmatrix} \tag{4-8}$$

$$M_1=\begin{bmatrix} 1 & \dfrac{n_1'-n_1}{r_1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad T_1=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\dfrac{d_1}{n_1'} & 1 \end{bmatrix} \tag{4-9}$$

$$R_1'=M_1R_1 \tag{4-10}$$

$$R_2=T_1R_1' \tag{4-11}$$

$$R_2=T_1M_1R_1 \tag{4-12}$$

应用以上公式，就可以进行任意共轴球面系统的近轴光线计算。和第三章中相似，以上公式也可用于反射球面的计算，反射相当于$n'=-n$的折射，只要把以上公式中n'用$-n$代替，就是反射球面的公式了。

§4-2 共轴球面系统的近轴光学特性矩阵

对一个由K个球面构成的任意共轴球面系统，为求得入射光线位置向量R_1和出射光线位置向量R_K'之间的关系，可以对第1到（$K-1$）面应用公式（4-12），并对第K面应用公式（4-10），得到以下关系：

$$R_K'=M_KT_{K-1}M_{K-1}\cdots T_1M_1R_1 \tag{4-13}$$

设：

$$M=M_KT_{K-1}M_{K-1}\cdots T_1M_1 \tag{4-14}$$

公式（4-13）可以简化为：

$$R_K'=MR_1 \tag{4-15}$$

上式说明，矩阵M是整个系统入射光线位置坐标和出射光线位置坐标之间的一个变换矩阵，我们把它称为该系统的近轴光学特性矩阵或简称为高斯矩阵。

由公式（4-9）可以看到，每个球面的折射矩阵和相邻球面间的过渡矩阵M_K、T_{K-1}、M_{K-1}、……T_1、M_1只和结构参数r、n、n'、d有关。其中，折射矩阵M_K、……、M_1均为上三角二阶方阵，它们的主对角线元素均为1，因此它们的行列式值应等于1，过渡矩阵T_{K-1}、……、T_1为下三角二阶方阵，主对角线元素也都等于1，行列式值也应该等

于1；所以M也应该是一个二阶方阵，而且它的行列式值也等于1。当我们已知一个光学系统的结构参数，就可以根据公式（4-9）和（4-14）把系统的高斯矩阵M计算出来。有了M，就可以用公式（4-15），由任意给出的入射光线位置向量R_1，计算出它的出射光线位置向量R'_K。也就是说，这个系统的近轴光学成像性质就完全确定了，这就是我们所以把M称为近轴光学特性矩阵的理由。

已知系统的特性矩阵M，不仅可以用公式（4-15）由入射光线求出射光线，也可以由出射光线求入射光线。将公式（4-15）两边同乘以M的逆矩阵M^{-1}就可以得到：

$$R_1 = M^{-1}R'_K \tag{4-16}$$

根据M求出M^{-1}以后，即可由R'_K求得R_1。

下面我们来求M与M^{-1}之间的关系。设系统的高斯矩阵M为

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \tag{4-17}$$

由于M的行列式值等于1，因此有：

$$|M| = m_{11}m_{22} - m_{12}m_{21} = 1 \tag{4-18}$$

可以求得M的逆矩阵M^{-1}为

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} m_{22} & -m_{12} \\ -m_{21} & m_{11} \end{bmatrix} \tag{4-19}$$

公式（4-19）表明M^{-1}和M之间存在着简单的对应关系：只要把M主对角线上的两元素m_{11}，m_{22}交换一下位置，并把其余的两元素m_{12}、m_{21}改变一下符号，就可以得到M的逆矩阵M^{-1}。这种关系对于单个球面的折射矩阵和过渡矩阵M_i，T_i也同样成立。

由公式（4-14）根据逆矩阵的运算规则可以得到：

$$M^{-1} = M_1^{-1}T_1^{-1}\cdots M_{K-1}^{-1}T_{K-1}^{-1}M_K^{-1} \tag{4-20}$$

由第三章中我们知道，共轴系统的近轴光学性质，可以用主面和焦点的位置代表。而根据上面的讨论，共轴系统的近轴光学性质可以用高斯矩阵代表。因此，二者之间必然存在着一定的对应关系。如果我们找出了这些关系，那末，在研究共轴系统成像性质的过程中，就可以根据具体情况，由矩阵方法过渡到代数式的方法，也可以由代数式方法随时过渡到矩阵方法，这无疑是十分有用的。下面我们就导出这些关系。

一　高斯矩阵M与主面、焦点位置的关系

首先由系统的高斯矩阵M，求系统的主面和焦点位置。为求得系统的像方主面H'和像方焦点F'，只需计算一条平行于光轴入射的光线，求出它相应的出射光线。设入射光线的位置坐标为

$$n_1u_1 = 0,\ h_1 = 1$$

如图4-1所示。把入射光线坐标代入公式（4-15）得：

$$\begin{bmatrix} n'_K u'_K \\ h_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

将以上矩阵展开得到：

$$n'_K u'_K = m_{12},\quad h_K = m_{22}$$

利用以上关系和第三章中有关焦距、焦点和主点位置的公式得到：

$$f' = \frac{h_1}{u'_K} = \frac{n'_K}{m_{12}} \tag{4-21}$$

$$l'_F = \frac{h_K}{u'_K} = \frac{n'_K m_{22}}{m_{12}} \tag{4-22}$$

$$l'_H = l'_F - f' = \frac{n'_K(m_{22} - 1)}{m_{12}} \tag{4-23}$$

以上为由高斯矩阵M求像方主面和像方焦点的公式。下面求物方主面和物方焦点。为了求出物方主面和焦点，只要在物方计算一条入射光线，使其出射光线平行于光轴，则根据此入射光线的位置就可以求出物方主面与焦点的位置，如图 4-1 所示。设平行于

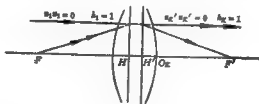


图 4-1

光轴的出射光线的坐标为：

$$n'_K u'_K = 0,\ h_K = 1$$

将它们代入公式（4-16），得：

$$R_1 = \begin{bmatrix} n_1 u_1 \\ h_1 \end{bmatrix} = M^{-1} R'_K = \begin{bmatrix} m_{22} & -m_{12} \\ -m_{21} & m_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

将上式展开得到：

$$n_1 u_1 = -m_{12},\quad h_1 = m_{11}$$

根据以上关系和第三章中有关的公式，即可求出物方主面和焦点的位置。

$$f = \frac{h_K}{u_1} = -\frac{n_1}{m_{12}} = -\frac{n_1}{n'_K} f' \tag{4-24}$$

$$l_F = \frac{h_1}{u_1} = -\frac{n_1 m_{11}}{m_{12}} \tag{4-25}$$

$$l_H = l_F - f = -\frac{n_1(m_{11} - 1)}{m_{12}} \tag{4-26}$$

利用公式（4-21）～（4-26）就可以由高斯矩阵求出系统的主面和焦点位置。下面我们再来导出由主面、焦点位置求高斯矩阵的公式。这些公式可以直接由公式（4-21）～（4-26）求解得到。

$$m_{11} = \frac{l_F}{f} \tag{4-27}$$

$$m_{12} = \frac{n'_K}{f'} = -\frac{n_1}{f} \tag{4-28}$$

$$m = \frac{l_1 l_F'}{n_K' f} - \frac{f'}{n_K'} \qquad (4\text{-}29)$$

$$m_{22} = \frac{l_F'}{f'} \qquad (4\text{-}30)$$

用以上公式即可由系统的f、f'、l_F、l_F'求得高斯矩阵M。

二 用高斯矩阵表示的共轭面关系式

由给定的物平面求像平面的位置和放大率，或者由给定的像平面求物平面的位置和放大率，是近轴光学计算中最常遇到的问题。下面我们导出用高斯矩阵表示的共轭面关系式。

当光学系统的结构参数确定后，它的高斯矩阵M也就已知。给出物平面位置l_1，要求像平面位置l_K'和共轭面的垂轴放大率β。为此，由物点A出发，计算一条光线AP，如图 4-2 所示，其位置坐标为

$$n_1 u_1 = 1, \quad h_1 = l_1 u_1 = \frac{l_1}{n_1}$$

其出射光线坐标为

$$n_K' u_K' = \frac{n_1 u_1}{\beta} = \frac{1}{\beta}$$

$$h_K = l_K' u_K' = \frac{l_K'}{n_K' \beta}$$

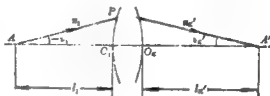


图 4-2

代入公式（4-15）得到：

$$\begin{bmatrix} \dfrac{1}{\beta} \\ \dfrac{l_K'}{n_K'\beta} \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} 1 \\ \dfrac{l_1}{n} \end{bmatrix} \qquad (4\text{-}31)$$

公式（4-31）即为由物平面位置求像平面位置和放大率的公式。下面寻求由像平面位置求物平面位置和放大率的公式。设出射光线的坐标为：

$$n_K' u_K' = 1, \quad h_K = l_K' u_K' = \frac{l_K'}{n_K'}$$

相应的入射光线坐标为

$$n_1 u_1 = \beta n_K' u_K' = \beta$$

$$h_1 = l_1 u_1 = l_1 \frac{\beta}{n_1}$$

代入公式（4-16）得：

$$\begin{bmatrix} \beta \\ \dfrac{l_1}{n_1}\beta \end{bmatrix} = M^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ \dfrac{l_K'}{n_K'} \end{bmatrix} \qquad (4\text{-}32)$$

公式（4-32）为由像平面位置求物平面位置和放大率的公式。

上面我们已经把近轴光学的一些基本公式用矩阵形式表示出来，应用这些公式就可以解决各种近轴光学的计算问题，在很多情况下，它们要比第三章中的代数式使用更加方便。下面我们举一个例子。

计算举例：我们采用第三章中§3-3的例子，改用矩阵公式进行计算。这样可以对两者进行比较。光学系统的结构参数为

$$\begin{array}{lll} & & n_1=1 \\ r_1=10 & & \\ & d_1=5 & n'=n_2=1.5163 \\ r_2=-50 & & \\ & & n_2'=1 \end{array}$$

1 求系统的特性矩阵

首先求出各面有关的矩阵元素：

$$\frac{n_1'-n_1}{r_1}=\frac{1.5163-1}{10}=0.05163$$

$$\frac{n_2'-n_2}{r_2}=\frac{1-1.5163}{-50}=0.010326$$

$$-\frac{d_1}{n_1'}=-\frac{5}{1.5163}=-3.2975$$

代入公式（4-9）和（4-14），得：

$$M=M_2T_1M_1=\begin{bmatrix}1 & 0.010326\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0\\ -3.2975 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0.05163\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$M=\begin{bmatrix}0.96595 & 0.060198\\ -3.2975 & 0.82975\end{bmatrix}$$

上述计算过程是否正确可以用公式（4-18）进行检验。

$$|M|=0.96595\times0.82975-0.060198\times(-3.2975)=0.801497+0.198503=1$$

说明计算结果正确。

2 求该系统的主面和焦点位置

应用公式（4-21），（4-22），（4-25）得：

$$f'=\frac{n_k'}{m_{12}}=\frac{1}{0.060198}=16.611=-f$$

$$l_F'=\frac{n_k'm_{22}}{m_{12}}=\frac{0.82975}{0.060198}=13.784$$

$$l_F=\frac{-n_1m_{11}}{m_{12}}=-\frac{0.96595}{0.060198}=-16.046$$

这和§3-9中用光路计算方法求出的结果完全相同。

3 求位在系统前方100处的物平面对应的像平面位置和放大率

将$n_2'=n_1=1$，$l_1=-100$代入公式（4-31）得到：

$$\begin{bmatrix}\dfrac{1}{\beta}\\ \dfrac{l_2'}{\beta}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.96595 & 0.060198\\ -3.2975 & 0.82975\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\ -100\end{bmatrix}$$

将以上矩阵展开得：

$$\frac{1}{\beta}=0.96595-6.0198=-5.05385,\quad \beta=-0.19786$$

$$\frac{l_2'}{\beta}=-3.2975-82.975=-86.2725,\quad l_1'=17.07$$

以上计算结果和§3-6中用光路计算所得的结果完全一致。

§4-3 理想光学系统的矩阵公式

上节给出了近轴光学的基本矩阵公式，对理想光学系统也必须导出相应的公式。近轴光学公式是建立在近轴光路计算公式基础上的。理想光学系统公式，也可以从§3-18中，理想光学系统中的光路计算公式开始推导。理想光学系统中光路计算的公式(3-57)，(3-58) 为：

$$n'\operatorname{tg}U'-n\operatorname{tg}U=\frac{n'}{f'}h \tag{3-57}$$

$$h_2=h_1-d_1\operatorname{tg}U' \tag{3-58}$$

如果我们把它和近轴光路公式（3-11），（3-12）比较一下：

$$n'u'-nu=\frac{n'-n}{r}h \tag{3-11}$$

$$h_2=h_1-d_1u_1' \tag{3-12}$$

这两组公式具有完全相似的形式。只要把近轴光学公式中的u'、u用$\operatorname{tg}U'$、$\operatorname{tg}U$代替，把$\frac{n'-n}{r}$用$\frac{n'}{f'}$代替，就变成了理想光学系统的公式。其中d_1在近轴光学公式中代表相邻两个球面顶点的距离；在理想光学系统中，则代表前一个系统像方主点到后一个系统物方主点的距离。实际上二者是一致的，因为单个球面的物方和像方主点都重合在球面顶点。我们只要把近轴光学矩阵公式中的有关参量用上面所说的相应的理想光学系统的参量代替，就可以直接得到相应的理想光学系统的公式。与近轴光路计算公式（4-8）、（4-9）对应的理想光学系统的光路计算公式为

$$\boldsymbol{R}_1=\begin{bmatrix}n_1\operatorname{tg}U_1\\ h_1\end{bmatrix},\ \boldsymbol{R}_1'=\begin{bmatrix}n_1'\operatorname{tg}U_1'\\ h_1\end{bmatrix},\ \boldsymbol{R}_2=\begin{bmatrix}n_2\operatorname{tg}U_2\\ h_2\end{bmatrix} \tag{4-33}$$

$$M_1=\begin{bmatrix}1 & \dfrac{n'}{f'}\\ 0 & 1\end{bmatrix},\quad T_1=\begin{bmatrix}1 & 0\\ -\dfrac{d_1}{n_1'} & 1\end{bmatrix} \tag{4-34}$$

只要用公式（4-33）、（4-34）代替了公式（4-8）、（4-9）以后，其它公式都可以直接应用于理想光学系统，两者没有任何区别。

实际上我们可以把近轴公式看作是理想光学系统公式当U，U'趋于零的特例。对近轴光线来说，$\operatorname{tg}U'=u'$，$\operatorname{tg}U=u$。根据单个折射球面的焦距公式（3-16）有：

$$\frac{n'}{f'}=\frac{n'-n}{r}$$

所以公式（4-9）和（4-34）中的矩阵M_1也是完全一致的。因此我们可以把前面近轴光学的矩阵公式除了公式（4-8）、（4-9）而外，直接作为理想光学系统公式应用。组合理想光学系统中的每一个分系统，相当于近轴光学中的一个折射面，它们的折射矩阵M_i和过渡矩阵T_i按公式（4-34）计算。光线的坐标向量则按公式（4-33）计算。

下面我们举某些实例，说明理想光学系统中矩阵公式的应用。

计算举例一：我们仍采用§3-17中的计算举例，现在改用矩阵公式进行计算。

已知两个光学系统的焦距分别为：

$$f_1' = -f_1 = 100;\quad f_2' = -f_2 = -100;\quad d_1 = 50$$

两系统均位在空气中，求此组合系统的焦点和主面位置。

首先根据公式（4-34）计算每个分系统的折射矩阵和过渡矩阵。

$$M_1 = \begin{bmatrix} 1 & \frac{n_1'}{f_1'} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0.01 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{d_1}{n_1'} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -50 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_2 = \begin{bmatrix} 1 & \frac{n_2'}{f_2'} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -0.01 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

应用公式（4-14）求组合系统的特性矩阵M。

$$M = M_2T_1M_1 = \begin{bmatrix} 1 & -0.01 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -50 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0.01 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

将以上矩阵乘法展开得：

$$M = \begin{bmatrix} 1.5 & 0.005 \\ -50 & 0.5 \end{bmatrix}$$

求出了组合系统的特性矩阵M，就可利用公式（4-21）、（4-22）、（4-25）求组合系统的主面和焦点位置。

根据公式（4-21）得：

$$f' = \frac{n_1'}{m_{12}} = \frac{1}{0.005} = 200 = -f$$

根据公式（4-22）得：

$$l_F' = \frac{n_k' m_{22}}{m_{12}} = \frac{0.5}{0.005} = 100$$

根据公式（4-25）得：

$$l_F = \frac{-n_1 m_{11}}{m_{12}} = \frac{-1.5}{0.005} = -300$$

这里，l_F相当于第一个系统的物方主点H_1到组合系统的物方焦点F的距离，l_F'则为第二个系统的像方主点H_2'到组合系统像方焦点F'的距离。

对照前面§3-17中用组合系统公式求得的结果有：

$$l_F' = f' + x_F' = -100 + 200 = 100$$

$$l_F = f_1 + x_F = -100 - 200 = -300$$

$$f' = -f = 200$$

二者计算结果完全一致。

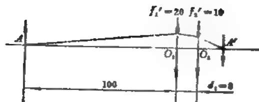


图 4-3

计算举例二：由两个薄透镜组成的组合系统如图 4-3 所示。两透镜的焦距分别为：

$$f_1'=20,\ f_2'=10,\ d_1=8$$

物平面离开第一个透镜的距离为 100，求像平面的位置和放大率。如果要求像平面向后移动 1，问物平面应移动多少？此时放大率等于多少？

首先计算该组合系统的高斯矩阵M。应用公式（4-14）和（4-34）得到：

$$M=M_2T_1M_1=\begin{bmatrix}1 & 0.1\\0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0\\-8 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0.05\\0 & 1\end{bmatrix}$$

将以上矩阵乘法展开得：

$$M=\begin{bmatrix}0.2 & 0.11\\-8 & 0.6\end{bmatrix}$$

下面利用特性矩阵M求像面位置和放大率。将M、$n_k'=n_1=1$、$l_1=-100$代入公式（4-31）得到：

$$\begin{bmatrix}\dfrac{1}{\beta}\\\dfrac{l_2'}{\beta}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.2 & 0.11\\-8 & 0.6\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\-100\end{bmatrix}$$

将以上公式展开得：

$$\frac{1}{\beta}=0.2-11=-10.8,\quad \beta=-0.0926$$

$$\frac{l_2'}{\beta}=-8-60=-68,\quad l_2'=6.297$$

如果把像平面位置向后移动 1，则此时的像距为：$l_2'=7.297$。利用公式（4-32）求对应的物距和放大率。

M的逆矩阵M^{-1}，根据公式（4-19）为

$$M^{-1}=\begin{bmatrix}0.6 & -0.11\\8 & 0.2\end{bmatrix}$$

将M^{-1}、$n_k'=n_1=1$、$l_k'=7.297$代入公式（4-32）得：

$$\begin{bmatrix}\beta\\l_1\ \beta\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.6 & -0.11\\8 & 0.2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\7.297\end{bmatrix}$$

将上式展开得：

$$\beta = 0.6 - 0.8027 = -0.2027$$

$$l_1\beta = 8 + 1.4594 = 9.4594,\ l_1 = -46.667$$

物平面要求的移动量为：

$$\Delta l_1 = -46.667 - (-100) = 53.333$$

移动方向为向系统靠近。

从上面这些计算举例可以看到，使用矩阵公式进行计算，比第三章中的代数式计算，往往更加方便。

习　　题

1　已知一负弯月透镜，其结构参数如下：

$n_1 = 1.0$

$r_1 = 5$

$d_1 = 3$　　　$n_1' = n_2 = 1.5$

$r_2 = 2$

$n_2' = 1.4$

求该透镜的特性矩阵，并根据特性矩阵求主面和焦点位置。

2　位于空气中的一透明玻璃球，折射率为 n，半径为 r，后面半个球面镀反射膜，求该系统的特性矩阵和基点位置的公式。

3　由位于空气中的两个薄透镜所组成的系统，其中 $f_1' = 20$，$f_2' = -10$，$d_1 = 6$，又知物高 $y = 10$，$l_1 = -40$，求系统的特性矩阵，像的位置和大小。

第五章　眼睛和目视光学系统

第三章中我们研究了共轴球面系统成像的一般规律，这一章就利用前面所得到的对共轴球面系统成像的规律性的认识，来研究最常用的两类光学仪器——望远镜和显微镜的成像原理。说明它们是如何构成的？为什么用了望远镜和显微镜以后就能够看得更远、更细？以及对它们有些什么要求？

因为这两类仪器都是直接用来增强人眼的视觉能力的，所以统称为"目视光学仪器"。为了更加清楚地说明它们的成像原理，在本章一开始首先简单地介绍一下眼睛的构造和性能。

§5-1　眼睛的构造

由于大部分光学仪器都是和人眼配合使用，以扩大人眼的视觉能力的，因此，在研究光学仪器的成像原理之前，首先了解一下眼睛的构造和性能是十分必要的。

人的眼睛本身相当于一个光学仪器，外表大体为球形，它的内部构造如图5-1所示。下面我们分别介绍各部分的构造和作用。

角膜　角膜是由角质构成的透明球面，厚度约为0.55mm，折射率为1.3771，外界的光线就是首先通过角膜进入眼睛的。

前室　角膜后面的一部分空间称为前室，前室中充满了折射率为1.3374的透明液体，称为水状液，前室的深度大约为3.05mm。

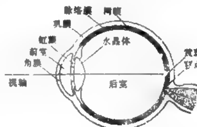


图　5-1

水晶体　它是由多层薄膜构成的一个可调节的双凸透镜。中间较硬，外层较软，在自然状态下，其前表面的半径为10.2mm，后表面的半径为6mm。各层的折射率不同，中央为1.42，最外层为1.373。借助于水晶体周围睫状肌肉的调节（收缩或放松）作用，可以使前表面的半径发生变化，从而改变眼睛的焦距，使不同距离的物体都能成像在网膜上。

虹膜　位在水晶体的前面，中央是一个圆孔，它能限制进入眼睛的光束口径，称为瞳孔。随着被观察物体亮暗程度的不同，它能相应地改变瞳孔直径，以调节进入眼睛的光能量。

后室　水晶体后面的空间称为后室，里面充满着一种和蛋白质类似的透明液体，叫做玻璃液，它的折射率为1.336。

网膜　后室的内壁为一层由视神经细胞和神经纤维构成的膜，称为网膜，它是眼睛的感光部分。

脉络膜　网膜的外面包围着一层黑色膜，它的作用是吸收透过网膜的光线，把后室

变成一个暗室。

巩膜 它是一层不透明的白色外皮，将整个眼球包围起来。

黄斑 网膜上视觉最灵敏的区域。

盲点 神经纤维的出口，由于没有感光细胞，所以不能产生视觉。

来自外界物体的光线，经过角膜以及水晶体折射后，成像在网膜上，使视神经细胞受到刺激，从而产生视觉。网膜上所形成的是倒像，但我们却仍然感觉到是直立的，这是由于神经系统内部作用的结果。

当注视某一物体时，眼睛依靠它周围肌肉的牵动，能自动地使该物体的像落在黄斑上。黄斑和眼睛光学系统像方节点的连线称为视轴。眼睛的视场虽然很大(可达150)，但只是在视轴周围6°～8°的范围内能够清晰识别，其它部分就比较模糊。因此，当我们观察周围的景物时，眼睛就自动地在眼窝内不停地转动。

§5-2 眼睛的调节

为了看清某一物体，必须使它在网膜上形成一个清晰的像。当物体的距离改变时，如果眼睛的结构不变，像的位置将随之改变。为了使不同距离的物体都能在网膜上形成清晰的像，必须随着物体距离的改变，相应地改变眼睛的焦距。这种过程称为眼睛的调节。

对于正常人眼，当它处在没有调节的自然状态时，无限远物体正好成像在网膜上，即眼睛的像方焦点正好与网膜重合。所以，眼睛观察无限远物体时最不容易疲劳。因此对于直接用眼睛观察的目视光学仪器，比如望远镜和显微镜，它们的像都应该成在无限远，以便使眼睛通过仪器观察时，处在没有调节的自然状态。

当观察近距离物体时，水晶体周围的肌肉就向内收缩，使水晶体前表面半径变小，这时眼睛的焦距缩短，后焦点由网膜向前移，从而使有限距离物体正好成像在网膜上。为了表示眼睛的调节程度，用到视度这一概念。假定网膜在物空间的共轭面离开眼睛的距离为 l，则 l 的倒数称为视度，用SD表示：

$$SD=\frac{1}{l} \tag{5-1}$$

式中 l 以米为单位。例如当观察前方0.5m处的物体时，$l=-0.5$m，眼睛的视度等于－2。

对于正常人眼，从无限远到250mm的范围内，可以毫不费力地进行调节。一般人在阅读或操作时，常把被观察物体放在眼前250mm左右，称为明视距离，对应的视度为－4。但明视距离并不与人眼的最大调节范围相对应。眼睛的调节能力随着年龄的不同而改变，表5-1是不同年龄的正常人眼的调节限度。眼睛依靠调节能够看清物体的最短距离称为近点。一般用近点和远点的视度之差表示人眼的调节范围。例如20岁左右的青年人，最大调节范围为－10视度，其远点在无限远，因此，近点的位置等于

表 5-1

年　龄	最大调节范围（视度）	近点距离(mm)
10	－14	70
15	－12	83
20	－10	100
25	－7.8	130
30	－7.0	140
35	－5.5	180
40	－4.5	220
45	－3.5	290
50	－2.5	400

$$f=\frac{1}{SD}=\frac{1}{-10}=-0.1\text{m}=-100\text{mm}$$

不同年龄的正常人眼的近点距离如表 5-1 第三列所示。一般地说，随着年龄的增长，水晶体开始老化，近点距离逐渐变远。

人眼除了能够随物体距离的改变而调节水晶体的曲率以外，还能随物体亮暗的程度而改变瞳孔的直径，以调节进入眼睛的光能量。当外界物体过亮时，虹膜便自动地缩小瞳孔直径；当外界物体较暗时，虹膜便自动地放大瞳孔直径。一般白天人眼的瞳孔直径大约为 2 mm，夜晚可达 8 mm 左右。

§5-3 眼睛的视角分辨率

眼睛刚能分清的两物点在视网膜上所成的像之间的距离称为眼睛的分辨率。它是表示眼睛性能的重要指标。眼睛的分辨率主要由组成网膜的视神经细胞的直径决定。图5-2是网膜上视神经细胞排列情况的示意图。由图可以看到，视神经能够分辨的两像点之间的距离 ε，至少应该等于两个细胞的直径。如果小于两个细胞的直径，则两像点将落在相邻的两个细胞上，视神经就无法分辨出两个点来。因此，网膜上的最小分辨距离应该等于两个视神经细胞的直径。在网膜上视觉最灵敏的黄斑上，视神经细胞的直径大约为 0.001～0.003mm。因此，黄斑上网膜能够分辨的最短距离不会大于0.006mm。我们即以此数值作为眼睛的分辨率。

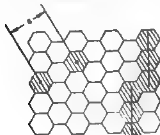


图 5-2

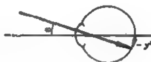


图 5-3

根据理想像高的计算公式 (3-46)，

$$y'=f\,\text{tg}\,\omega$$

当二物点对眼睛的张角一定时，二像点间的距离 y' 也就一定．物体对人眼的张角称为视角，如图 5-3 所示。

通常将人眼刚能够分辨开的二物点之间的视角称为视角分辨率。由公式 (3-46)，

$$\text{tg}\,\omega_{min}=\frac{y'_{min}}{f}$$

在眼睛没有调节的自然状态下，眼睛的物方焦距 $f'=-16.68$mm，而 $y'_{min}=-0.006$ mm，将此二值代入上式，得到视角分辨率为

$$\omega_{min}=\frac{-0.006}{-16.68}206000''\approx 60''$$

式中常数 206000(即 $60\times60\times360/2\pi$) 为一个弧度所对应的秒数。

以上求得的是对应视轴周围很小范围内的视角分辨率。当物体偏离视轴时，视神经细胞加大，分辨率迅速下降，如图 5-4 中曲线所示。

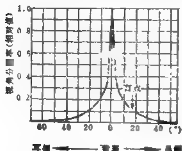


图 5-4

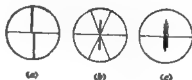


图 5-5

图中横坐标代表物点和眼的连线与视轴之间的夹角，纵坐标代表相对分辨率（假定黄斑的分辨率等于 1）。

以上讨论的是眼睛对二发光点的分辨率。如果观察的是两条平行直线，如图 5-5(a) 所示，则分辨率可以提高到 10″。因此，通常将 10″ 作为眼睛观察二平行直线的对准精度。由前面的讨论可知，视角 10″ 所对应的二直线在网膜上所成像之间的距离大大的小于两个细胞的直径。但由于一直线的像刺激着一系列视神经细胞，而另一直线的像又刺激着旁边的另一列视神经细胞（如图 5-2 所示），所以眼睛能够敏锐地感觉到它们之间的位移。利用图 5-5(b) 和 (c) 中的叉线和双线对准时，对准精度也可以达到 10″。

§ 5-4 望远镜的工作原理和它的视放大率

前面说过，外界物体在网膜上成像，刺激视神经细胞，从而引起眼睛的视觉。人眼所能分辨的物体的视角不能小于眼睛的视角分辨率（60″）。显然，能够分辨的最小物高 y 和物距 l 之间应该满足以下关系：

$$\frac{y}{l} > 0.0003 \ (\approx 60'') \tag{5-2}$$

例如，假定 l 为 100m，代入上式，得 $y > 30$mm。也就是说，人眼在 100m 距离上能够分辨的最小间隔为 30mm。

为了扩大人眼的视觉能力，人们设计制造了各种光学仪器。用眼睛进行观察，扩大人眼视觉能力的光学仪器，统称为“目视光学仪器”。通过光学仪器进行观察时，眼睛所看到的实际上是物体通过光学系统所成的像。如果像对人眼所张的视角大于用人眼直接观察时的视角的话，就使我们有可能看清楚更加细微的物体。

设同一目标用人眼直接观察时的视角为 $\omega_{眼}$，在网膜上对应的像高为 $y'_{眼}$；通过仪器观察的视角为 $\omega_{仪}$，在网膜上对应的被仪器放大了的像高为 $y'_{仪}$。设 π' 为眼睛的像方节点 J' 到网膜的距离，如果忽略眼睛调节的影响，可以认为是一个常数，在图 5-6 中有：

$$y'_{眼} = -\pi' \operatorname{tg}\omega_{眼},$$
$$y'_{仪} = -\pi' \operatorname{tg}\omega_{仪}$$

对于同一个目标，由于用人眼和用仪器观察时在网膜上所成的像的大小不同，使产

生了放大的感觉。用仪器观察时网膜上的像高与人眼直接观察时网膜上的像高之比，表

图 5-6

示了该仪器的放大作用，一般用Γ表示。由上面的关系得到

$$\Gamma=\frac{y'_{仪}}{y'_{眼}}=\frac{-x'\,\mathrm{tg}\omega_{仪}}{-x'\,\mathrm{tg}\omega_{眼}}=\frac{\mathrm{tg}\omega_{仪}}{\mathrm{tg}\omega_{眼}} \tag{5-3}$$

由上式可以看到，Γ等于同一目标用仪器观察时的视角$\omega_{仪}$和人眼直接观察时的视角$\omega_{眼}$二者正切之比，所以称为仪器的视放大率。例如，当用一个视放大率等于10×的仪器进行观察时，它在网膜上所成的像高正好等于人眼直接观察时像高的10倍，仿佛人眼在直接观察一个放大了10倍的物体一样。

由于正常人眼在没有调节的自然状态下，无限远物体所成的像正好位于网膜上。因此，目视光学仪器所成的像应该位于无限远。这是对目视光学仪器的一个共同要求。

根据所观察目标的情况不同，目视光学仪器分为两大类：一类叫望远镜，它是用于观察远距离目标的；另一类叫显微镜，它是用于观察近距离微小目标的。

我们首先研究望远镜。为了讨论起来方便，假定物体对望远镜来说，都位于无限远。根据对目视光学仪器的要求，望远镜所成的像应该位于无限远。因此，望远系统应该是一个把无限远物体成像在无限远的光学系统。

根据透镜的成像性质，无限远物体应该成像在像方焦平面上。因此，采用一个具有一定焦距的透镜组，就不能满足对望远系统的要求，还必须设法把像成到无限远去。为此，我们在第一个透镜组的后面再加上第二个透镜组，使第二个透镜组的物方焦平面和第一个透镜组的像方焦平面重合，如图5-7(a)所示。这样，第一个透镜组把无限远的物体成像在其像方焦平面上，它同时作为第二个透镜组的物，位于第二个透镜组的物方焦平面上，因此，通过第二个透镜组它又成像在无限远。这样，整个系统就能达到把无限远物体成像在无限远的目的。

图 5-7

一般把前面的透镜组称为物镜，后面的透镜组称为目镜。而实际使用的望远镜，除了应满足上述物像位置的要求以外，还必须使它的视放大率大于1，只有这样，才能起

到扩大人眼视觉能力的作用。

由于物体位于无限远，同一目标对人眼的张角 ω_e 和对仪器的张角 ω（望远镜的物方视场角）显然是相等的，即 $\omega=\omega_e$。由图 5-7(b) 可以看到，物体通过系统成像以后，对人眼的张角显然就等于仪器的像方视场角 ω'，即 $\omega'=\omega_e$。仪器的作用就在于把视角由原来的 ω 加大到 ω'。将以上关系代入前面的视放大率公式（5-3），得到

$$\Gamma=\frac{\mathrm{tg}\omega'}{\mathrm{tg}\omega} \tag{5-4}$$

ω 是入射光束和光轴的夹角，ω' 是出射光束和光轴的夹角，二者正切之比就是系统的角放大率。因此，望远系统的视放大率等于它的角放大率，即 $\Gamma=\gamma$。

下面导出望远系统视放大率的计算公式。由图 5-7(b) 根据无限远物体理想像高的计算公式（3-47）和（3-48），对于物镜和目镜分别有：

$$y'_{物}=-f'_{物}\mathrm{tg}\omega \text{ 或 } \mathrm{tg}\omega=-\frac{y'_{物}}{f'_{物}}$$

$$y_{目}=f'_{目}\mathrm{tg}\omega' \text{ 或 } \mathrm{tg}\omega'=\frac{y_{目}}{f'_{目}}$$

将以上关系代入视放大率公式（5-4），并考虑到 $y'_{物}=y_{目}$，消去以后得到

$$\Gamma=\frac{\mathrm{tg}\omega'}{\mathrm{tg}\omega}=-\frac{f'_{物}}{f'_{目}} \tag{5-5}$$

上式即望远系统视放大率的计算公式。从式中可以看到，视放大率（绝对值）等于物镜的焦距和目镜的焦距之比，欲增大视放大率，必须增大物镜的焦距或减小目镜的焦距。

由图 5-7(b) 看出，由于望远系统使无限远物体成像于无限远，因此倾斜入射的平行光束，通过系统以后出射时仍为平行光束，其中任意一条入射光线的出射光线与光轴的夹角都是相同的，角放大率不变。我们可以把不同的入射光线，看作是由轴上的不同点发出的，而入射光线和出射光线与光轴的交点，可以看作是一对共轭点。因此，望远系统的角放大率，亦即视放大率与共轭面的位置无关，只与物镜和目镜的焦距有关。这和一般的光学系统不一样，一般光学系统的角放大率是随着共轭面位置的不同而改变的。根据放大率之间的关系，望远系统的垂轴放大率和轴向放大率也都和共轭面的位置无关。

从图 5-8 看到，和光轴平行高度为 h 的入射光线，可以看作是由任意一个物平面上物高为 y 的物点发出的，其出射光线显然通过相应的像点，而出射光线与光轴平行，所以像高 y' 应该是处处相等。因此，任意一个物平面的垂轴放大率都不变。为此，我们可以得到望远系统视放大率的另一种表示形式：如果在望远系统前方任意位置，有一个已知大小为 D 的物体，它通过系统后所成像的大小为 D'，则垂轴放大率为

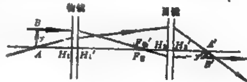


图 5-8

$$\beta=\frac{D'}{D}$$

根据角放大率和垂轴放大率的关系（3-42）得

$$\Gamma=\gamma=\frac{1}{\beta}=\frac{D}{D'} \tag{5-6}$$

由望远系统的视放大率公式（5-5）可以看到，随着物镜和目镜焦距符号的不同，视放大率可能为正，也可能为负。如果Γ为负值，则ω'和ω异号，也就是通过望远系统观察到的像是倒的；反之，当Γ为正值时，像是直立的。

绝大多数望远系统是由一个正光焦度的物镜（$f'_物>0$）和一个正光焦度的目镜（$f'_目>0$）所构成，如图5-7所示。这种型式的望远镜称为刻卜勒望远镜。这种简单形式的望远镜的视放大率为负的，它所成的像是倒立的，这对于观察和瞄准很不方便。为了能得到正立的像，还必须加入一个透镜式或棱镜式的倒像系统，才能构成一般的军用望远镜。刻卜勒望远镜的优点是物镜和目镜之间存在一个中间实像，在中间像的位置上安置一块分划板，就可以进行瞄准和测量了。

图5-9就是一个最常用的军用观察望远镜的光学系统图。透镜组1是望远镜物镜，透镜组2是目镜，它们构成一个简单的望远系统，所成的像是倒立的。中间的两个棱镜起倒像作用，使整个望远系统得到一个正像（棱镜和棱镜系统的工作原理将在下一章进行讨论）。分划板3安置在物镜像方焦平面上，用来进行瞄准和测量。

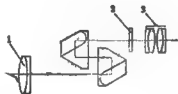


图 5-9

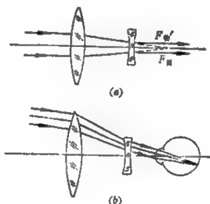


图 5-10

另一种类型的望远镜由一个正光焦度的物镜（$f'_物>0$）和一个负光焦度的目镜（$f'_目<0$）组合而成，称为加里略望远镜，如图5-10所示。由公式5-5可知，这种望远系统的视放大率$\Gamma>0$，成正像，不需要加倒像系统。但是，这种系统的缺点是不存在一个中间实像，无法安装分划板，所以它应用较少，只能作为一般的观剧镜使用。

计算举例：假定利用望远镜观察时，要求能在10km的距离上鉴别100mm的间距，问应使用多大视放大率的望远镜？

根据已知条件，要求分辨的视角ω为

$$\omega=\frac{100\text{mm}}{10\times10^6\text{mm}}\times206000''\approx2''$$

人眼的视角分辨率为60″，根据视放大率公式（5-4）

$$\Gamma = \frac{\text{tg}\omega'}{\text{tg}\omega} \approx \frac{\omega'}{\omega} = \frac{60''}{2''} = 30\times$$

即要求使用视放大率为 30× 的望远镜。

§5-5 显微镜的工作原理

显微镜是用来观察近距离微小物体的，根据公式（5-2），人眼能够分辨的物体大小和物距之间有以下关系：

$$\frac{y}{l} > 0.0003$$

由上式可以看到，如果把物体放得离人眼越近，即 l 越小，那么能够看清的物高 y 也就越小。但是，由于人眼的调节能力是有限的，物体不能距离眼睛太近，如果物体近到超出了人眼所能调节的范围的话，它就不能在网膜上成一清晰的像，从而也就看不清楚该物体。所以，人眼能看清的最小物体总是有一定限度的。

为了能看清更小的物体，可以设想，在人眼和物体之间加入一块透镜，并使透镜的物方焦平面和物平面 y 重合，如图 5-11 所示。物体先经过透镜成像在无限远，然后再

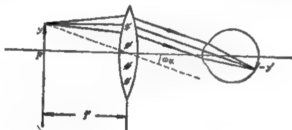


图 5-11

进入眼睛成像在网膜上。假定透镜的焦距为 f'，则物体经过透镜后所成的像对眼睛的视角 ω_K 为

$$\text{tg}\omega_K = \frac{y}{f'}$$

如果直接观察物体 y，则对应的视角 ω_M 为

$$\text{tg}\omega_M = \frac{y}{l}$$

由于直接观察时的视角 ω_M 随着物距 l 的改变而改变，为了统一起见，我们规定 $l = 250$ mm，即等于人眼的明视距离，因此，对显微镜和放大镜来说

$$\text{tg}\omega_M = \frac{y}{250} \tag{5-7}$$

将 $\text{tg}\omega_K$ 和 $\text{tg}\omega_M$ 代入视放大率公式（5-3），得

$$\Gamma = \frac{\text{tg}\omega_K}{\text{tg}\omega_M} = \frac{250}{f'} \tag{5-8}$$

上式即为放大镜或目镜的视放大率公式。由此可知，焦距越短，则视放大率越大。放大

镜或目镜的视放大率通常标注在其镜管上。知道了视放大率，由上式即可求得相应的焦距。

由于在一定的通光口径下，单个透镜组的焦距不能做得太短，所以放大镜和目镜的放大率就受到限制，一般不超过 15×。

如果要求得到较高的视放大率，那就必须采用复杂的组合光学系统，比如显微镜。显微镜的光学系统如图 5-12 所示。前组为显微物镜，后组为目镜。物体y首先经过物镜在目镜的物方焦平面上成一个放大的实像y'，再经过目镜成像在无限远。

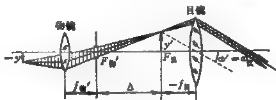


图 5-12

假定物镜和目镜之间的光学间隔为Δ（即由$F'_物$至$F_目$之间的距离），物镜的焦距为$f'_物$，目镜的焦距为$f'_目$，下面求该系统的视放大率公式。

人眼直接观察时的视角的正切根据公式（5-7）为

$$\mathrm{tg}\,\omega_眼=\frac{y}{250}$$

当使用显微镜观察时，视角的正切显然等于显微镜像方视场角的正切，由图 5-12 得

$$\mathrm{tg}\,\omega_显=\mathrm{tg}\,\omega'=\frac{y'}{f'_目}$$

根据牛顿放大率公式，物镜的垂轴放大率公式为

$$\beta=\frac{y'}{y}=-\frac{\Delta}{f'_物}\text{或}y'=-\frac{\Delta}{f'_物}y$$

将y'代入上面视角正切的公式，得

$$\mathrm{tg}\,\omega_显=-\frac{\Delta}{f'_物f'_目}y$$

将$\mathrm{tg}\,\omega_显$和$\mathrm{tg}\,\omega_眼$代入视放大率公式，得

$$\Gamma=\frac{\mathrm{tg}\,\omega_显}{\mathrm{tg}\,\omega_眼}=\frac{-250\Delta}{f'_物f'_目}\tag{5-9}$$

把目镜的视放大率公式（5-8）代入上式，得

$$\Gamma=\beta\cdot\Gamma_目\tag{5-10}$$

显微镜物镜的垂轴放大率β和目镜的视放大率$\Gamma_目$都标明在镜管上，将二者相乘就可以得到整个显微镜的视放大率。

根据组合系统的焦距公式（3-51），显微镜的组合焦距f'应为

$$f'=-\frac{f'_1f'_2}{\Delta}=-\frac{f'_物f'_目}{\Delta}$$

将上式代入公式（5-9），则得到显微镜视放大率的另一种表达形式：

$$\Gamma = \frac{250}{f'}$$

这和前面放大镜的视放大率公式完全一样，因此，也可以把显微镜看作是一个组合的放大镜。

各国生产的通用显微镜物镜，从物平面到像平面的距离，不论物镜的放大倍率如何，都是相等的，大约等于 195mm，物镜和镜管的连接部分也是相同的，因此，通用显微镜物镜都可以互换。

显微镜在各个领域都有广泛的应用。在工程技术中，显微镜是大多数计量仪器的基本组成部分。例如：工具显微镜、测量显微镜、阿贝比较仪以及各种仪器上的读数部分都用到显微镜。

计算举例。如果要求读数显微镜的对准精度为 0.001mm，求显微镜的放大率。

人眼直接观察 0.001mm的物体所对应的视角为

$$\mathrm{tg}\omega_{眼} = \frac{0.001}{250} = 4 \times 10^{-6}$$

人眼的视角分辨率为 60″，因此要求显微镜的视放大率为

$$\Gamma = \frac{\mathrm{tg}\omega_{眼}}{\mathrm{tg}\omega_{物}} = \frac{\mathrm{tg}60''}{4 \times 10^{-6}} = 73\times$$

如果使用 10ˣ的目镜，则根据公式（5-10）可以求得物镜的倍数为

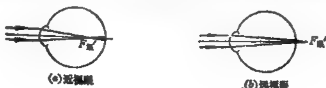
$$\beta = \frac{\Gamma}{\Gamma_{目}} = \frac{73}{10} = 7.3\times$$

由此可知，使用一个 8× 的显微镜物镜即能满足要求。

§5-6 眼睛的缺陷和目视光学仪器的视度调节

如前所述，正常的人眼在自然状态下，像方焦点正好和网膜重合。如果像方焦点和网膜不重合，则称为视力不正常。若像方焦点位于网膜的前方，则称为“近视眼”，位于网膜的后方，则称为“远视眼”，如图 5-13(*a*）和（*b*）所示。

由于近视眼的像方焦点 $F'_{眼}$位于网膜的前方，所以网膜上就不能获得无限远物体清晰的像，因此就看不清无限远物体，而只能看清一定距离以内的物体。眼睛能看清的最远距离称为远点。正常人眼的远点在无限远，而近视眼的远点却在有限远。近视眼依靠调节，只能看清远点以内的物体。通常采用近视眼的远点距离所对应的视度表示近视的程度。例如，当远点距离为 0.5m 时，近视为－2个视度，和医学上的近视 200 度相对应。如果眼睛的调节能力不变，则近视眼的明视距离和近点距离也将相应地缩短。近视



(*a*)近视眼　　(*b*)远视眼

图 5-13

度的视度加负4（正常人眼的明视距离视度）就等于近视眼的明视距离视度。同理，近视的视度加正常人眼的近点视度（等于最大调节视度）就等于近视眼的近点视度。例如，近视为－2个视度的青年人，假定他的调节能力为－10个视度，则他的近点距离为

$$\frac{1}{l_{近}}=-2+(-10)=-12 \quad 或 \quad l_{近}=\left|\frac{1}{-12}\right|=0.083\text{m}=83\text{mm}$$

为了校正近视，可以在眼睛前面加一个发散透镜，如图5-14（a）所示。发散透镜的焦距正好和远点距离相同。无限远的物体通过发散透镜以后，正好成像在眼睛的远点上，再通过眼睛成像在网膜上。

图 5-14

对远视眼来说，在自然状态下像方焦点F'落在网膜的后方，依靠眼睛的调节，有可能看清无限远的物体，但它所能看清的近点距离将增加。例如，当调节能力为－10个视度和远视为＋2个视度时，近点距离为

$$\frac{1}{l_{近}}=+2+(-10)=-8 \quad 或 \quad l_{近}=\left|\frac{1}{-8}\right|=0.125\text{m}=125\text{mm}$$

为了校正远视眼，可以在眼睛前面加一个会聚透镜，使由无限远物体发出的光线经过透镜会聚以后，再进入眼睛正好成像在网膜上，如图5-14（b）所示。

为了使目视光学仪器能适应各种不同视力的人使用，可以改变目镜的前后位置，使仪器所成的像不再位于无限远，而是位于目镜前方或后方的一定距离上，以适应近视或远视眼的需要，这就是目视光学仪器的视度调节。

由于正常人眼适应于无限远物体，因而对于望远镜则要求物镜的像方焦点恰好和目镜的物方焦点相重合，如图5-15（a）所示。对于近视眼来说，则要求仪器所成的像应位于前方近视眼的远点距离上。为此目镜应该向前调节，使物镜所成的像位于目镜的物方焦点以内，这样，通过目镜以后在前方成一视度为负的虚像，此虚像再通过近视眼正好成像在网膜上，如图5-15（b）所示。对于远视眼，目镜应向后调节，使物成像在仪器后方，视度为正，再通过远视眼正好成像在网膜上，如图5-15（c）所示。

下面就来求视度和目镜调节量之间的关系式，假如要求仪器的视度值为SD，则要求像距值为$x'=1000/SD$。根据牛顿公式得

$$x=\frac{-f_{目}'^2}{x'}=\frac{-SDf_{目}'^2}{1000}\text{mm} \tag{5-11}$$

式中SD为视度值，$f_{目}'$为目镜的焦距，x为目镜的移动量。

一般要求目视光学仪器的视度调节范围为±5视度。绝大多数仪器都采用移动目镜来调节视度，视度的分划直接刻在目镜圈上，也有少数仪器是采用移动物镜来调节视度的。

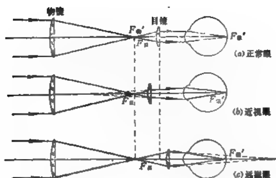


图 5-15

§5-7 空间深度感觉和双眼立体视觉

当我们观察外界物体时，除了能够知道物体的大小、形状、亮暗以及表面颜色以外，还能够产生远近的感觉。这种远近的感觉称为空间深度感觉，它无论是用单眼或者双眼观察时都能产生。但是双眼的深度感觉比单眼观察时强得多，也正确得多。

单眼深度感觉的来源有以下几种，第一，当物体的高度已知时，根据它所对应的视角大小来判断它的远近。视角大则近，视角小则远；第二，根据物体之间的遮蔽关系和日光的阴影也能判断物体之间的相对位置；第三，根据对物体细节的鉴别程度和空气的透明度也能产生一定的深度感觉；第四，根据眼睛调节的程度（即眼肌肉收缩的紧张程度）也能判定物体的远近。但是，只是对在 2-3m 以内的物体才能感觉出远近的差别。

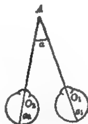


图 5-16

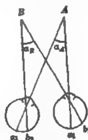


图 5-17

当用双眼观察时，除了上面这些因素以外，还有两个因素：第一，当我们注视某一物体时，两眼的视轴就自动地对向该物体，如图 5-16 所示。物体的距离越近，视轴之间的夹角越大，由于视轴的夹角不同，使眼球发生转动的肌肉紧张程度也就不同。根据这种不同的感觉，即能辨别物体的远近。经验证明，这种感觉只是在 16m 以内才能产生，实际上能够精确判断的距离也只有几米；第二，双眼立体视觉。当用双眼观察物点 A 时，则双眼的视轴对向 A 点，二视轴之间的夹角 α 称为“视差角”，如图 5-17 所示。它在两眼中的像 a_1 和 a_2 均落在黄斑上。和 A 点距离相等有一点 B，假定它在二网膜上

的像为 b_1 和 b_2。显然 A 点和 B 点对两眼所张的角度相等，即 $\alpha_A=\alpha_B$。网膜上二像点之间的距离 a_1b_1 等于 a_2b_2，并且 b_1 和 b_2 位在黄斑的同一侧。如果 A、B 两点的距离不等，如图 5-18 所示，则 $\alpha_A\neq\alpha_B$，B 点的像 b_1 和 b_2 将位于黄斑的不同侧，如图 5-18（a）所示；或者，虽然位于黄斑同侧，但 $a_1b_1\neq a_2b_2$，如图 5-18（b）所示。也就是说 B 点在二网膜上的像 b_1 和 b_2 不对应，因此视觉中枢就产生了远近的感觉。这样一种感觉称之为双眼立体视觉，它能够精确地判定二物点的相对位置。显然，这种不对应的程度取决于 α_A 和 α_B 之间的差 $\Delta\alpha$。人眼有可能感觉到的 $\Delta\alpha$ 的极限值 $\Delta\alpha_{min}$ 称为"体视锐度"，$\Delta\alpha_{min}$ 大约为 10″，甚至可能达到 5″ 至 3″。无限远物点对应的视差角 $\alpha_\infty=0$。当物点对应的视差角 α 等于 $\Delta\alpha_{min}$ 时，人眼刚刚能分辨出它和无限远物点之间的距离差别，

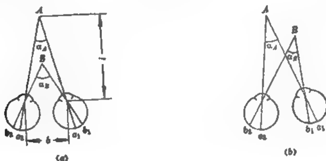


图 5-18

换句话说，它是眼睛有可能分辨出远近的最大距离。人眼二瞳孔之间的平均距离 $b=62$ mm，$\Delta\alpha_{min}=10''$，则

$$l_{max}=\frac{b}{\Delta\alpha_{min}}=\frac{0.062}{10}206000\approx1200\text{m}$$

l_{max} 称为立体视觉半径。立体视觉半径以外的物体，人眼就不能分辨出它们之间的远近了。由图 5-18 可以得到

$$\alpha=\frac{b}{l} \tag{5-12}$$

式中 l 为物距，b 为人眼二瞳孔之间的间隔，α 为视差角。将上式微分，取绝对值得

$$\Delta\alpha=\frac{b}{l^2}\Delta l \text{ 或 } \Delta l=\Delta\alpha\frac{l^2}{b}$$

当 $\Delta\alpha=\Delta\alpha_{min}$ 时，对应的 Δl 即为双眼立体视觉误差。由此可知，误差和物体距离的平方成正比，物体距离越远，立体视觉误差越大。

将 $b=0.062$m，$\Delta\alpha=0.00005(10'')$ 代入上式，得

$$\Delta l=8\times10^{-4}l^2(m) \tag{5-13}$$

以上公式中，l 和 Δl 均以米为单位。例如在 100m 距离上，人眼的立体视觉误差为

$$\Delta l=8\times10^{-4}\times(100)^2=8\text{m}$$

上述公式（5-13）只适用于 l 小于 $\frac{1}{10}$ 的立体视觉半径，否则公式的误差很大。

§5-8 双眼观察仪器

上节讲到，当用双眼观察外界景物时，能够产生明显的远近感觉，这种感觉称为双眼立体视觉，简称为体视。如果使用单眼望远镜或单眼显微镜观察时，就不能产生体视，因而也就影响观察效果。为了在使用仪器观察时仍能保持住人眼的体视能力，所以必须采用双眼仪器，如“双眼望远镜”和“双目显微镜”。

当使用双眼仪器时，人眼的体视能力不仅可以保持，而且还可以得到提高。由上节知道，人眼能否分辨出两个物点A和 的远近，取决于此二物点对应的视差角之差（$\alpha_A-\alpha_B$），如图 5-19 所示。假定人眼直接观察某一物体时对应的视差角为$\alpha_{眼}$，当使用仪器观察时对应的视差角为$\alpha_{仪}$，二者之比称为双眼仪器的体视放大率，用Π表示：

$$\Pi=\frac{\alpha_{仪}}{\alpha_{眼}} \tag{5-14}$$

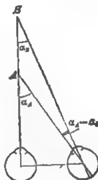


图 5-19

假如人眼左右二瞳孔之间的距离为b，物体距离为l，则直接观察时的视差角$\alpha_{眼}$为

$$\alpha_{眼}=\frac{b}{l}$$

假如双眼望远镜的二入射光轴之间的距离为B，称为该仪器的基线长，则同一物体对仪器的二入射瞳孔构成的视差角α为：

$$\alpha=\frac{B}{l}$$

如果系统的视放大率为Γ，则物方视差角α和像方视差角α'在角度不大的条件下存在以下关系：

$$\alpha'\approx\Gamma\alpha=\Gamma\frac{B}{l}$$

α'显然就是人眼使用仪器以后所对应的视差角$\alpha_{仪}$，即

$$\alpha_{仪}=\alpha'=\Gamma\frac{B}{l}$$

将$\alpha_{眼}$和$\alpha_{仪}$代入体视放大率公式（5-14），得

$$\Pi=\frac{\alpha_{仪}}{\alpha_{眼}}=\Gamma\frac{B}{b} \tag{5-15}$$

取人眼两瞳孔之间的距离b的平均值，b约等于 62mm，代入上式就得到体视放大率的近似公式为：

$$\Pi=16\Gamma B \tag{5-16}$$

上式中仪器的基线长度B以米为单位。

体视测距仪是一种利用人眼的立体视觉来测量目标距离的仪器。为了提高仪器的测量精度，必须增大仪器的体视放大率Π。由公式（5-16）可以看到，要增大体视放大率，一个途径是增大仪器的视放大率Γ，另一个途径是增大仪器的基线长度B。

双眼仪器的体视误差，显然应比人眼直接观察时的体视误差小Π倍。由公式(5-13)和（5-16）得到双眼仪器的体视误差公式：

$$\Delta l=\frac{8\times10^{-4}l^2}{16B\Gamma}=5\times10^{-5}\frac{l^2}{B\Gamma} \tag{5-17}$$

式中 l 和 B 均以米为单位。例如一个基线长为 1m，视放大率为 10× 的体视测距仪，当测量 1000m 远的目标时，其测距误差为

$$\Delta l=5\times10^{-5}\frac{(1000)^2}{1\times10}=5\text{m}$$

为了使人眼能够形成良好的体视感，双眼仪器左右两个光学系统必须满足以下的要求：

1. 双眼仪器左右两个光学系统的光轴要平行；
2. 两个光学系统的视放大率应该一致；
3. 两个光学系统之间不应该有相对的像倾斜。

如果仪器满足不了这些要求，严重时可以使人眼完全失去体视感，在不很严重的情况下，虽然能够形成体视，但观察者亦容易感觉疲劳和头晕。如图 5-20 所示，假定双眼仪器左右两个光学系统的光轴之间成 θ 角，由无限远物点射入两个光学系统的光束是彼此平行的，左镜管中入射光束平行于光轴，因此其出射光束的方向不变，仍平行于光轴；而右镜管中入射光束和光轴成 θ 角，其出射光束和光轴的夹角则变为 $\theta'=\Gamma\cdot\theta$。故左右两镜管的出射光束之间的夹角为

$$\varepsilon=\theta'-\theta=(\Gamma-1)\theta \tag{5-18}$$

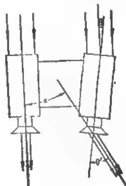


图 5-20

当人眼通过仪器观察时，左右两眼睛的视轴交角应等于 ε。人眼视轴允许的不平行度根据经验大约为下列数值：

在水平方向：

视轴的最大会聚角为 40′；

视轴的最大发散角为 20′；

在垂直方向：

视轴允许的最大夹角为 10′。

由公式（5-18）得到两镜管允许的光轴不平行度为

$$\theta=\frac{\varepsilon}{\Gamma-1} \tag{5-19}$$

例如，一个 8× 的双眼望远镜在垂直方向允许的光轴不平行度为

$$\theta=\frac{10'}{8-1}\approx1.4'$$

双眼仪器的放大率允许误差一般为：

$$\frac{\Delta\Gamma}{\Gamma}\leqslant2\%$$

相对像倾斜的允许误差一般为 20′

以上为一般双眼观察仪器的光轴不平行度，放大率和像倾斜的允许误差。对于双眼测距仪器，由于上述误差和测距误差直接有关，应按允许的测距误差进行推算，而不能直接引用上述数据。

本章小结

一、人眼能否看清某一物体，决定于该物体在网膜上成像的大小。而网膜上像的大小则由物体对人眼所张的视角决定。目视光学仪器的作用就是增大视角。由于网膜上像的大小近似地和视角正切成比例，所以我们把对同一目标使用仪器观察时的视角 $\omega_{仪}$和人眼直接观察时的视角 $\omega_{眼}$二者正切之比称为目视光学仪器的视放大率

$$\Gamma=\frac{\operatorname{tg}\omega_{仪}}{\operatorname{tg}\omega_{眼}}$$

它表示使用仪器观察和人眼直接观察时网膜上像的大小之比，代表了该仪器放大作用的大小。显然，目视光学仪器的视放大率（绝对值）应该大于1。

由于正常人眼在自然状态下，像方焦点和网膜重合，所以目视光学仪器应该成像在无限远。视放大率（绝对值）大于1和像面位于无限远是对目视光学仪器的两个共同要求。

目视光学仪器可根据所观察目标位置的不同分成两大类：用于观察远距离目标的仪器称为望远镜；观察近距离微小目标的仪器称为显微镜。

二、最简单的望远镜由物镜和目镜两部分组成。对典型的望远系统，物体位于无限远，物镜的像方焦面和目镜的物方焦面相重合。由于物体位于远距离，所以同一目标对仪器的视场角ω和对人眼的视角 $\omega_{眼}$相等，而 $\omega_{仪}$就等于目标通过仪器以后对应的像方视场角 ω'，因此对望远系统来说：

$$\Gamma=\frac{\operatorname{tg}\omega_{仪}}{\operatorname{tg}\omega_{眼}}=\frac{\operatorname{tg}\omega'}{\operatorname{tg}\omega} \tag{5-4}$$

望远系统的视放大率公式有以下两种形式：

$$\Gamma=-\frac{f'_{物}}{f'_{目}} \tag{5-5}$$

$$\Gamma=\gamma=\frac{1}{\beta}=\frac{D}{D'} \tag{5-6}$$

望远镜根据目镜焦距的正负分成两大类：

1. 开普勒望远镜　$f'_{物}>0$，$f'_{目}>0$，$\Gamma<0$，系统成倒像。由于这种系统可以安置分划板，应用较多。

2. 伽里略望远镜　$f'_{物}>0$，$f'_{目}<0$，$\Gamma>0$，系统成正像。这种系统由于没有一个中间的实像，不能安装分划板，应用较少。

三、显微镜同样由物镜和目镜组成。物体通过物镜成一放大的实像，它位于目镜的物方焦平面上，经过目镜以后成像在无限远。显微镜视放大率的定义是：对同一物体用仪器观察时的视角 $\omega_{仪}$和把该物体放在距眼睛 250mm明视距离处观察时的视角 $\omega_{眼}$二者正切之比。

显微镜视放大率的公式有以下几种形式：

$$\Gamma=\frac{-250\Delta}{f'_{物}f'_{目}} \tag{5-9}$$

$$\Gamma=\beta\ \Gamma_{目} \tag{5-10}$$

$$\Gamma=\frac{250}{f'}\tag{5-8}$$

最后一个公式（5-8）也就是放大镜和目镜视放大率的公式。

四、双眼观察仪器 双眼观察仪器除了和单眼仪器一样，起增大视角的作用以外，同时还能增大立体视差角，因而能够增强人的双眼立体视觉能力。对同一目标用仪器观察时的视差角 $\alpha_{仪}$ 和直接观察时的视差角 $\alpha_{眼}$ 之比称为仪器的体视放大率：

$$\Pi=\frac{\alpha_{仪}}{\alpha_{眼}}\tag{5-14}$$

体视放大率的公式为：

$$\Pi=\Gamma\frac{B}{b}\tag{5-15}$$

$$\Pi=16\Gamma B\tag{5-16}$$

体视误差的公式为：

$$\Delta l=5\times10^{-6}\frac{l^2}{B\Gamma}\tag{5-17}$$

在公式（5-16）和（5-17）中 B 均以米为单位。

习　题

1. 当进入已开演的电影院时，看不清周围的人和座位，为什么过一会就能看清了？当白天走出电影院时，感到光线特别强，这是为什么？

2. 对正常人来说，观察前方1m远的物体，问眼睛需要调节多少视度？

3. 假定用眼睛直接观察敌人的坦克时，可以在400m的距离上看清坦克上的编号，如果要求距离2km也能看清，问应使用几倍的望远镜？

4. 焦距仪上测微目镜的焦距 $f'=17$mm，使用叉线对准，问瞄准误差等于多少？

5. 显微镜目镜的放大率 $\Gamma=10\times$，它的焦距等于多少？设物镜的放大率 $\beta=40\times$，求显微镜的总倍率。

6. 经纬仪望远镜的放大率 $\Gamma=20\times$，使用夹线瞄准，问瞄准角误差等于多少？

7. 当我们使用望远镜观察时，感觉目标和我们的距离缩短了，这是什么原因？

8. 如欲分辨0.0005mm长的微小物体，求显微镜的放大率；如果采用8×目镜，则物镜的放大率等于多少？

9. 某人戴有250度的近视眼镜，此人的远点距离等于多少？眼镜的焦距等于多少？

10. 设望远系统的视度调节范围为±5视度，目镜的焦距为25mm，求目镜的总移动量。

11. 利用某仪器观察2km远目标的体视距离误差为±1m，当观察4km远目标时，问该仪器的体视距离误差为若干米？

12. 要求基线为1m的体视测距仪，在4km上，相对误差小于百分之一，问仪器的倍率应等于多少？

13. 为什么军用双目观察望远镜的倍率越高，要求联结二镜管的铰链的加工精度越高？

14. 炼钢炉的炉壁到观察窗的距离为1m，为了更清楚的观察炉内情况，要求采用一个视放大率为4×的仪器，问系统应如何构成？若定目镜的焦距 $f_{目}=25$mm，求物镜的焦距应等于多少？

第六章　平面镜棱镜系统

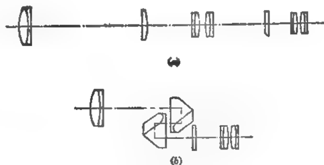
光学系统可以分成共轴球面系统和平面镜棱镜系统两大类。在前面的有关章节中我们已经研究了共轴球面系统的成像性质，这一章来研究平面镜棱镜系统。

由于共轴球面系统存在一条对称轴线，所以具有不少优点。但是另一方面也有它的缺点。由于所有的光学零件都是排列在同一条直线上，所以系统不能拐弯，因而造成仪器的体积重量比较大。为了克服共轴球面系统的这个缺点，同时又保持它的优点，我们可以附加一个平面镜棱镜系统。

平面镜棱镜系统的成像性质如何？它有哪些特点？为什么它和共轴球面系统组合以后，能克服共轴球面系统的缺点又能保持它的优点？二者组合时应该满足一些什么条件？如何根据一定的使用要求设计出一个合适的平面镜棱镜系统？这些就是本章所要研究的主要问题。

§6-1　平面镜棱镜系统在光学仪器中的应用

利用透镜可以组成各种共轴球面系统，以满足不同的成像要求，例如望远镜和显微镜等。但是，共轴球面系统的特点是所有透镜表面的球心必须排列在同一条直线上，这往往不能满足很多实际的需要。例如用正光焦度的物镜和目镜组成的简单望远镜所成的像是倒的，观察起来就很不方便，为了获得正像，必须加入一个倒像透镜组，这种系统如图6-1(*a*)所示。



(*a*)

(*b*)

图　6-1

这样组成的仪器，其体积、重量都比较大，不能满足军用观察望远镜的要求。这种系统就是原始的军用观察望远镜的光学系统，它早已被淘汰了。目前使用的军用观察望远镜，由于在系统中使用了棱镜，如图6-1(*b*)所示，所以它不需要加入倒像透镜组即可获得正像，同时又可大大地缩小仪器的体积和重量。

此外，在很多仪器中，根据实际使用的要求，往往需要改变共轴系统光轴的位置和方向。例如在迫击炮瞄准镜中，为了观察方便，需要使光轴倾斜一定的角度，如图6-2

所示；或者观察者用不着改变自己的位置和方向，只需利用棱镜或平面镜的旋转，就可以观察到四周的情况，如图6-3中的周视瞄准镜那样。以上这些要求都可用平面镜和棱镜来完成。

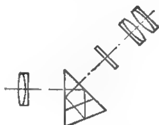


图 6-2

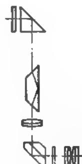


图 6-3

总的来说，平面镜棱镜系统的主要作用有：

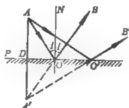
1. 将共轴系统折叠以缩小仪器的体积和减轻仪器的重量；
2. 改变像的方向——起倒像作用；
3. 改变共轴系统中光轴的位置和方向——即形成潜望高或使光轴转一定的角度；
4. 利用平面镜或棱镜的旋转，可连续改变系统光轴的方向，以扩大观察范围。

以上这些要求单靠透镜组是无法完成的，必须加入平面镜和棱镜。目前使用的绝大多数光学仪器，都是共轴球面系统和平面镜棱镜系统的组合。共轴球面系统的成像性质在前面已经讨论过了，这一章就来研究平面镜棱镜系统的成像性质。

§6-2　平面镜的成像性质

为了研究平面镜棱镜系统的成像性质，我们首先从研究单个平面镜开始。

图6-4中P是一个和图面垂直的平面镜，A是一任意物点，由A点发出的AO光线，



图、6-4

图 6-5

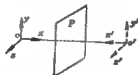


图 6-6

经平面镜反射后，其反射光线OB的延长线和平面镜P的垂直线AD的延长线相交于一点A'。根据反射定律，反射角等于入射角：

$$\angle BON=\angle AON=I$$

由图可以看到

$$\angle AOD = \angle A'OD = \frac{\pi}{2} - I$$

同时OD垂直于AA'，因此$\triangle AOD \cong \triangle A'OD$，由此得到

$$AD = A'D$$

以上关系与O点的位置无关。由A点发出的任意光线经过平面镜P反射以后，其所有的反射光线的延长线都通过同一点A'。因此，任意一物点A经平面镜反射后都能形成一个完善的像点A'，A'和A的位置对平面镜对称。图6-4中A为实物点，A'为虚像点；反之如A为虚物点，则A'为实像点，如图6-5所示。由此得出结论：平面镜能使整个空间任意物点理想成像。

下面进一步讨论平面镜成像时物和像之间的空间形状对应关系。假如我们在平面镜P的物空间取一右手坐标xyz，根据物点和像点对平面镜对称的关系，很容易确定它的像$x'y'z'$，如图6-6所示。由图可以看到，$x'y'z'$是一左手坐标，和xyz大小相等，但形状不同，物空间的右手坐标在像空间变成了左手坐标；反之，物空间的左手坐标在像空间则成为右手坐标。另外，由图6-6还可以看到，如果我们分别对着z和z'轴看xy和$x'y'$坐标面时，当x按逆时针方向转到y，则x'按顺时针方向转到y'，即物平面若按逆时针方向转动，像平面就按顺时针方向转动；反之，当物平面按顺时针方向转动时，则像平面就按逆时针方向转动。上述结论对于yz和zx坐标面来说同样适用。物像空间的这种形状对应关系我们称之为"镜像"。

如果第一个平面镜所成的像再通过第二个平面镜成像，则左手坐标又变成了右手坐标，和原来的物体完全相同。因此，如果物体经过奇数个平面镜成像，则为"镜像"；如果经过偶数个平面镜成像，则和物体完全相同。所以，如果我们要求物和像相似，则必须采用偶数个平面镜。

综上所述，单个平面镜成像具有以下的性质：

1．平面镜能使整个空间理想成像，物点和像点对平面镜对称；

2．物和像大小相等，但形状不同，物空间的右手坐标在像空间为左手坐标；如果分别对着入射和出射光线的方向观察物平面和像平面时，当物平面按逆时针方向转动时，像平面则按顺时针方向转动，形成"镜像"。

由上面的讨论可知，如果我们在光学系统中加入偶数个平面镜，则不仅不会影响像的清晰度，而且像的大小，形状也不会改变。它们和共轴球面系统组合以后，既可以改变共轴球面系统光轴的方向，但又不影响像的清晰程度，也不改变像的大小和形状。所以平面镜在光学系统中被广泛地采用。

§6-3 平面镜的旋转及其应用

很多军用光学仪器中的平面镜和棱镜，在工作过程中是需要转动的，例如图6-3中周视瞄准镜的端部棱镜和中间的道威棱镜。这一节就来研究平面镜转动的性质。

由图6-7可以看到，光线经平面镜反射时，入射和出射光线间的夹角，等于入射角I的两倍，光线经过反射后旋转了$(\pi - 2I)$的角度。当平面镜绕着和入射面垂直的轴线转动α角时，入射角改变了α，而反射光线和入射光线之间的夹角将改变2α。由此得出结论：当平面镜绕垂直于入射面的轴转动α角时，反射光线将转动2α。转动方向和

平面镜的转动方向相同。上面提到的周视瞄准镜就是利用端部的直角棱镜的转动来改变瞄准线方向的。如果要求仪器的瞄准线在高低方向转动α，则棱镜只需要转动α/2就够了。

下面进一步讨论两个平面镜的情形。图6-8中P_1，P_2为两个平面镜。假设两者间的夹角为θ，入射光线AO_1经两个平面镜反射后，沿着O_2B的方向射出，延长AO_1和O_2B相交于一点M。设入射和出射光线间的夹角为β，由$\triangle O_1O_2M$根据外角等于两个内角之和的关系：

$$2I_1=2I_2+\beta \quad 或者 \quad \beta=2(I_1-I_2)$$

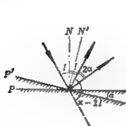


图 6-7

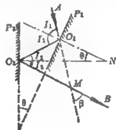


图 6-8

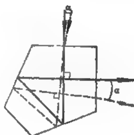


图 6-9

两平面镜的法线相交于一点N，由$\triangle O_1O_2N$得：

$$I_1=I_2+\theta \text{ 或者 } \theta=I_1-I_2$$

将以上关系代入上面β的公式，得到

$$\beta=2\theta$$

以上关系和I角的大小无关。

由此得出结论如下：

位于两平面镜公共垂直面内的光线，不论它的入射方向如何，出射光线的转角永远等于两平面镜间夹角的二倍，至于它的旋转方向，则与反射面按反射次序由P_1转动到P_2的方向相同。

根据以上结论很容易推知，当二平面镜一起转动时，出射光线的方向不变，但光线位置可能产生平行位移。如果二平面镜相对转动α，则出射光线方向改变2α。

上述性质在光学仪器中经常得到应用。例如在测距仪中，要求入射光线经过两端的平面镜反射以后改变90°，并且要求该角度始终保持稳定不变。如果使用单个平面镜来完成，即使在仪器出厂时平面镜的位置已安装得很准确，但是在使用中由于受到振动或结构的变形，平面镜的位置仍可能有小量的变动。当反射镜的位置变化了α时，出射光线就将改变2α，为了克服这种缺点，通常采用两个平面镜，使它们之间的夹角等于光线转角的一半。只要这二个反射面之间的夹角维持不变，即使位置改变，也不会影响出射光线的方向。最简单可靠的方法是把两个反射面做在同一块玻璃上，如图6-9所示。如果我们要求光线的转角为90°，只要在制造中严格保证二反射面的夹角为45°，则无论棱镜的位置如何，入射和出射光线之间的夹角永远等于90°。

§6-4 棱镜和棱镜的展开

在上节中曾经提到，为了使两反射面间的夹角保持不变，把两个反射面做在同一块玻璃上以代替一般的平面镜。这类光学零件就叫做"棱镜"。上述这种棱镜称作"五角棱镜"。当光线在棱镜反射面上的入射角大于临界角I_0时，将发生全反射，这时反射面上不需要镀反光膜（显然，如果成像光束中有些光线的入射角小于临界角I_0，则棱镜的这些反射面上仍然需要镀反光膜），并且几乎完全没有光能损失，而一般的镀反光膜的反射面，每次反射有百分之十左右的光能损失；同时，直接和空气接触的反光膜，长期使用可能变质或脱落，在安装过程中也容易受到损伤。另外，在一些复杂的平面镜系统中，如果全部使用单个平面镜，安装和固定十分困难。因此在很多光学仪器中都采用棱镜代替平面镜，下面我们就研究棱镜和平面镜在成像性质方面有那些区别，以及对棱镜的要求。

现以最简单的直角棱镜为例，图6-10是直角棱镜的外形图，它是一个三角柱体，和各个棱垂直的截面称为棱镜的"主截面"。位于主截面内的光线通过棱镜时，显然仍在同一平面内。我们首先研究主截面内光线的成像情况。直角棱镜的主截面是一个等腰直角三角形，如图6-11中$\triangle ABC$所示。光束在AB面上折射以后进入棱镜，然后经BC面反射，再经过AC面折射以后射出棱镜，使光轴方向改变了90°。光束在棱镜玻璃内部的平面反射和一般平面镜的成像性质是完全相同的。一个棱镜和相应的平面镜系统的区别只是增加了两次折射，因此在讨论棱镜的成像性质时，只需要讨论棱镜的折射性质就可以了。

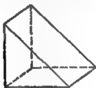


图 6-10

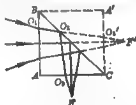


图 6-11

如果我们沿着反射面BC将棱镜展开，如图6-11中虚线所示，则由反射定律很容易证明，虚线O_2O_3'恰好就是入射光线O_1O_2的延长线。它在$A'C$面上的折射情况，显然和反射光线O_2O_3在AC面上的折射情况完全相同。这样就可以用光束通过$ABA'C$玻璃板的折射来代替棱镜的折射，而不再考虑棱镜的反射，因而使研究大为简化。这种把棱镜的主截面沿着它的反射面展开，取消棱镜的反射，以平行玻璃板的折射代替棱镜折射的方法称为"棱镜的展开"。根据以上的讨论可知，用棱镜代替平面镜相当于在系统中多加了一块玻璃板。上面已经讲过，平面反射不影响系统的成像性质，而平面折射和共轴球面系统中一般的球面折射相同，将改变系统的成像性质。为了使棱镜和共轴球面系统组合以后，仍能保持共轴球面系统的特性，必须对棱镜的结构提出一定的要求。

第一　棱镜展开后玻璃板的两个表面必须平行。如果棱镜展开后玻璃板的两个表面不平行，则相当于在共轴系统中加入了一个不存在对称轴线的光楔，从而破坏了系统的共轴性，使整个系统不再保持共轴球面系统的特性。

第二　如果棱镜位于会聚光束中，则光轴必须和棱镜的入射及出射表面相垂直。当

平行玻璃板位于平行光束中的情形，无论玻璃板位置如何，出射光束显然仍为平行光束，并且和入射光束的方向相同，对位于它后面的共轴球面系统的成像性质没有任何影响。所以在平行光束中工作的棱镜只需要满足第一个条件即可。如果玻璃板位在会聚光束中，例如位于望远镜物镜后面的棱镜那样，玻璃板的两个平面相当于半径为无限大的球面，为了保证共轴球面系统的对称性，必须使平面垂直于光轴，亦即要求光轴与入射及出射表面相垂直。下面我们就根据这些要求来分析几种典型的棱镜。

一 直角棱镜

前面已经说过，这种棱镜的作用是使光轴改变90°。当棱镜在平行光束中工作时，只需要满足第一个条件——棱镜展开后入射和出射表面平行即可。由图6-11可知，如果要求AB面和$A'C$面平行，则必须有$\angle ABC=\angle A'CB$。因此要求棱镜的结构满足：

$$\angle ABC=\angle ACB$$

也就是说，要求$\triangle ABC$是一个等腰三角形。但不一定要求$\angle B$和$\angle C$等于45°，所以$\angle A$不一定要求是直角。它的作用还能使光轴改变任意的角度，但此时玻璃板不垂直于光轴放置，如图6-12所示。所以可以用它的转动来任意地改变光轴的方向。

如果棱镜在会聚光束中工作，则除了满足第一个条件而外，还需要满足第二个条件——光轴必须和棱镜的入射及出射表面相垂直。欲使光轴改变90°，$\angle B$和$\angle C$必须等于45°，$\angle A$等于90°。如果要求光轴改变任意角度α，则$\angle B$和$\angle C$必须等于$90°-(\alpha/\alpha)$，如图6-13所示，这种棱镜称为等腰棱镜。

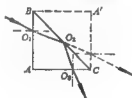


图 6-12

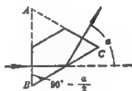


图 6-13

二 五角棱镜

五角棱镜的外形和主截面图形表示在图6-14(a)、(b)中，这种棱镜的用途在前面§6-3中已经谈到，是为保证光轴转角恒等于90°。两反射面BC和DE之间的夹角为45°。由于光线在两反射面上的入射角都小于临界角I_0，所以在这两个反射面上都必须镀以反光膜。它的展开图如图6-14(c)所示。为了保证两表面AB和$A''E''$平行，必须使此两表面同时垂直于入射及出射光轴。

根据前面双平面镜反射的性质，当两反射面间的夹角为α时，光线的转角为2α。因此，入射表面AB和出射表面AE间的夹角也应等于2α，即

$$\angle A=2\alpha$$

当要求光轴转角为90°时，$\alpha=45°$，$\angle A=90°$，$\angle B=\angle E=(360-3\alpha)/2=180-3\alpha/2=112.5°$。假如$AB=AE=D$，则由图6-14($c$)不难看出，展开后的平行玻璃

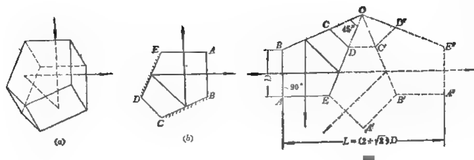


图 6-14

板厚度L应如下式所示：

$$L=(2+\sqrt{2})D$$

改变两反射面之间的夹角α，同时相应地改变$\angle A$，可使光轴的转角大于或小于90°。

三　靴形棱镜

靴形棱镜的主截面如图6-15(a)所示。它同样是利用两个夹角成45°的反射面使光轴改变90°。但是光线经DC面反射后，又以30°的入射角投射在第一个反射面BC上。因此，棱镜$ABCD$展开以后，两个表面并不平行，而成30°的夹角，不符合棱镜的第一个要求，如图6-15(b)所示。

图 6-15

为了满足棱镜的第一个要求，我们在BC面上再加一个30°角的棱镜EFG。它和棱镜$ABCD$组合以后，仍然相当于一块平行玻璃板，但是二者之间必须留有一层空气隙，以便使光线在BC面上能发生全反射。补偿棱镜EFG和棱镜$ABCD$必须采用同一种光学材料。由于光线在DC面上的入射角小于临界角I_0，故DC面上必须镀反光膜。

由图6-15(b)可以看到，加上补偿棱镜以后，对应的平行玻璃板厚度为：

$$L=AC+FG=D\text{tg}60°+D\text{tg}30°=\frac{4}{3}\sqrt{3}D$$

四　立方棱镜

当直角棱镜应用于出射光轴与入射光轴夹角较小的情形，同样尺寸的棱镜和出射光

轴与入射光轴成90°时相比较，能够通过的光束口径大大地减小，如图6-16(a)所示，当出射光轴与入射光轴平行时，能够通过的光束口径最小。下面我们来求这种情况下棱镜的口径a和光束口径D之间的关系。由图，光束的入射角$I=45°$，假如棱镜玻璃的

图 6-16

折射率为n，则折射角I'为

$$\sin I'=\frac{\sin 45°}{n}=\frac{1}{n\sqrt{2}}$$

同时得到$\cos I'$为：

$$\cos I'=\sqrt{1-\sin^2 I'}=\frac{1}{n\sqrt{2}}\sqrt{2n^2-1}$$

由图可以看出光束口径D为：

$$D=EB\sin 45°=\frac{EB}{\sqrt{2}}$$

$$EB=AB-AE=a-a\,\mathrm{tg}I'=a\left(1-\frac{\sin I'}{\cos I'}\right)$$

将以上$\sin I'$，$\cos I'$代入EB，并将EB代入D，得到

$$D=\frac{a}{\sqrt{2}}\left(1-\frac{1}{\sqrt{2n^2-1}}\right)=0.7071\,a\,\frac{\sqrt{2n^2-1}-1}{\sqrt{2n^2-1}}$$

如果棱镜采用K_9玻璃，$n=1.5163$，代入上式，得到

$$D=0.334\,a$$

而当直角棱镜使光线改变90°时，光束口径$D=a$。因此，对光轴方向不变和光轴转90°这两种不同的情形，同样尺寸的棱镜，前者的通光口径只有后者的三分之一。

为了增加通光口径，或者说，为了在一定的通光口径下减小棱镜的外形尺寸，我们把两个同样的直角棱镜沿着斜面胶合在一起。当然在两个反射面上都必须镀反光膜，因为如果不镀反光膜，胶合后光线就不能发生全反射。这样组成的棱镜称为立方棱镜，如图6-16(b)所示。在通光口径相同的条件下，体积比单个直角棱镜减小一半。

立方棱镜除了能缩小棱镜的外形尺寸而外，利用它的摆动能使光轴在±110°的范围内改变方向。而使用直角棱镜转动时，不可能达到这样大的范围。

由图6-16(b)可以看到，光束分别通过两个棱镜进入系统，换句话说，棱镜分一束光为两束光。因此，两个棱镜的反射面必须严格保持平行，否则两束光的出射方向不再

平行，在系统中将形成双像。

立方棱镜的另一个特点是，如果入射的是圆形光束，则出射光束截面将变为反向的两个半圆，如图6-16(b)所示。这很容易由图中的光路来说明。因此，如果我们在棱镜后面用一个和入射光束口径相同的圆形光学零件来接受光束，则有效的通光面积将大大地减小。因此，立方棱镜不能在圆形光束中工作，在它的前面不能安置圆形光阑。另外，由于棱镜的入射表面和光轴不垂直，所以只能使用在平行光路中。

§6-5 屋脊面和屋脊棱镜

在平面镜棱镜系统成像过程中，当光轴转角和棱镜主截面内像的方向都符合要求时，反射面的总数可能为奇数，只能成镜像。为了获得和物相似的像，可以用两个互相垂直的反射面代替其中的某一个反射面。这种两个互相垂直的反射面叫屋脊面，带有屋脊面的棱镜叫屋脊棱镜。屋脊面的作用就是在不改变光轴方向和主截面内成像方向的条件下，增加一次反射，使系统总的反射次数由奇数变成偶数，从而达到物像相似的要求。现以直角棱镜为例加以说明。

图 6-17

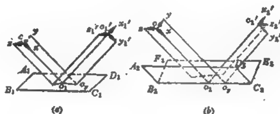


图 6-18

图6-17(a)是一个直角棱镜，图6-17(b)是一个直角屋脊棱镜，它用两个互相垂直的反射面$A_2B_2C_2D_2$和$B_2C_2E_2F_2$代替了直角棱镜的反射面$A_1B_1C_1D_1$。为了说明屋脊棱镜和一般直角棱镜成像性质的差别，我们在图6-18中单独绘出了直角棱镜的反射面$A_1B_1C_1D_1$和直角屋脊棱镜的两个屋脊面$A_2B_2C_2D_2$和$B_2C_2E_2F_2$。假设物空间为一右手坐标xyz，经过平面$A_1B_1C_1D_1$反射后，相应的像的方向为一个左手坐标$x_1'y_1'z_1'$，如图6-18(a)所示。经过两个屋脊面反射以后，像的方向如图6-18(b)所示。我们可以认为光轴ox正好投射在B_2C_2棱上。因此反射后光轴的方向o_2x_2'应和o_1x_1'相同。由y点发出平行于光轴的光线yo_y同样可以看作是在屋脊棱B_2C_2上进行反射，因而反射光线o_yy_2'的位置与方向也和o_yy_1'相同，所以y_2'和y_1'的方向相同。至于z_2'的方向则与z_1'相反，由z点发出和

光轴平行的光线，首先投射在$A_2B_2C_2D_2$反射面上，经反射后又投射在$B_2C_2E_2F_2$反射面上，再经过一次反射才平行于光轴出射。这样z_1'的方向就和一个反射面时对应的z_1'的方向相反。由此得出结论：用两个屋脊面代替一个反射面后，光轴的方向和棱镜主截面内像的方向保持不变，在垂直于主截面的方向上像将发生颠倒。

要求两屋脊面间的夹角必须严格等于90°，否则将形成双像。因为屋脊面将一束光线分为两部分，一部分先经$A_2B_2C_2D_2$反射后再经$B_2C_2E_2F_2$反射；另一部分则先经$B_2C_2E_2F_2$反射后再经$A_2B_2C_2D_2$反射。当两屋脊面垂直时，同一方向入射的光线，无论先投射到哪一个屋脊面上，光线经两屋脊面反射后都改变方向180°，平行入射的两部分光线仍平行出射，如图6-19(a)所示。当两屋脊面间的夹角不等于90°时，则光线方向的改变不等于180°，这时平行入射的两部分光线不再平行出射，因而形成双像，如图6-19(b)所示。

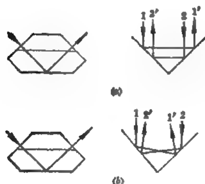


图 6-19

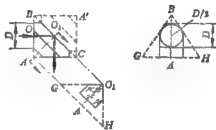


图 6-20

屋脊棱镜的展开可以沿着屋脊棱按一般的方法进行。因为我们可以把光轴看作是在屋脊棱上反射，所以它的光路和用反射面代替屋脊棱的一般棱镜光路相同。图6-20是直角屋脊棱镜的投影图和展开图。在同样的通光口径下，屋脊棱镜的尺寸要比一般棱镜大，直角棱镜$L=D$，而直角屋脊棱镜$L=1.732D$。

§6-6 常用棱镜的分类

棱镜的主要作用是改变光轴的方向和使像倒转，而像的方向则和反射次数有着直接的关系，这将在后面§6-7中进行详细讨论。下面我们把棱镜按照光轴的转角和反射次数进行分类，在表6-1中按上述分类方法列出了常用的各种棱镜的名称代号、外形略图和尺寸关系，以及图纸上应注的角度公差等，供设计棱镜系统时参考。表中D代表棱镜入射面和出射面的通光口径，L代表棱镜展开以后的光轴长。当光轴与入射表面垂直时，L即为展开以后的平行玻璃板的厚度，表中最后一列（图纸上应注的角度公差）的内容将在后面§6-11中讨论。

表6-1　常用棱镜分类表

光轴转角-反射次数	名称及代号	外形略图	尺寸关系式	图纸应注公差
0°-1	等腰棱镜 DI-0° （道威棱镜）		$a=\frac{2\sqrt{2n^2-1}\cdot D}{\sqrt{2n^2-1}-1}$ n—玻璃折射率 $b=D$ $c=1.414D$ $H=0.5a$ $h=D$ $L=\frac{2nD}{\sqrt{2n^2-1}-1}$	θ_I, θ_{II}, Δ90° （Δ90°表示90°角的实际误差）
0°-1	立方棱镜 FL-0°		$b=D$ $c=D$ $d=\frac{\sqrt{2n^2-1}\cdot D}{\sqrt{2n^2-1}-1}$ $L=\frac{nD}{\sqrt{2n^2-1}-1}$	S, θ_I, θ_{II}, Δ90°
0°-2 光轴位移D	斜方棱镜 XⅡ-0° （菱形棱镜）		$a=0.707D$ $b=D$ $d=2D$ $h=D$ $L=2D$	θ_1, θ_2, θ_{12}（Δ45°） （θ_{12}表示1、2面平行性误差，Δ45°为工艺公差）
0°-3	复合棱镜 FA-0° （阿贝棱镜）		$a=1.155D$ $b=D$ $c=D$ $d=3.464D$ $h=2D$ $L=5.196D$	θ_I, θ_{II}
0°-3			$a=D$ $b=\frac{\sqrt{3}}{6}D$ $c=1.783D$ $L=\sqrt{3}a\left(3+\frac{\pi}{6}\right)$	θ_I, θ_{II}
0°-3 光轴位移 2.5D	列曼棱镜 LⅡ-0°		$a=2.6D$ $b=D$ $c=D$ $d=1.732D$ $e=1.155D$ $f=0.289D$ $H=1.5D$ $h=3.5D$ $R=D$ $L=4.33D$	θ_I, θ_{II}, Δ30°, Δ60°

（续）

光轴转角 反射次数	名称及代号	外形简图	尺寸关系式	图纸应注公差
0°-3 光轴位移 $A \geqslant D$	梯切棱镜 FQ-0°		$b = D$ $c = D$ $d = 1.155(A + D)$ $e = D$ $H = 0.333(A + D)$ $h = A + D$ $t \approx 0.1mm$ $L = 1.155(A + D)$	$\theta_{\rm I}, \theta_{\rm II}$
0°-5	复合棱镜 FB-0° （别汉棱镜）		$a = 1.707D$ $b = D$ $c = D$ $d \approx 1.77D$ $f = D$ $t \approx 0.1mm$ $h = 1.207D$ $L = 4.621D$	$\theta_{\rm I}, \theta_{\rm II}$
40°-2	半五角棱镜 BⅠ-40°		$a = 1.064D$ $b = D$ $c = D$ $d = 1.786D$ $t = 0.176D$ $h = 0.777D$ $L = 1.970D$	$\theta_{\rm I}, \theta_{\rm II}$, $\Delta 40°$ $(\Delta 20°)$
45°-1	等腰棱镜 DⅠ-45°		$a = 2.613D$ $b = D$ $c = D$ $H = 3.154D$ $h = 0.924D$ $L = 2.414D$	$\theta_{\rm I}, \theta_{\rm II}$ $\Delta 45°$
45°-2	半五角棱镜 BⅡ-45°		$a = 1.082D$ $b = D$ $c = D$ $d = 1.707D$ $h = 0.707D$ $L = 1.707D$	$\theta_{\rm I}, \theta_{\rm II}$ $\Delta 45°$ $(\Delta 22°30')$
45°-3	等腰棱镜 DⅡ-45		$a = 1.082D$ $b = D$ $t = 0.5D$ $h = 1.306D$ $L = 2.414D$	$\theta_{\rm I}, \theta_{\rm II}$, $\Delta 45°$

（续）

光轴转角 反射次数	名称及代号	外形简图	尺寸关系式	图纸应注公差
60°-1	等腰棱镜 DI-60°		$a=2D$ $b=D$ $c=D$ $H=1.732D$ $h=0.866D$ $L=1.732D$	θ_{I}, θ_{II}, $\Delta 60°$
60°-2	半五角棱镜 BⅠ-60°		$a=1.732D$ $b=D$ $c=D$ $h=0.866D$ $L=1.732D$	θ_{I}, θ_{II}, $\Delta 60°$
60°-2	五角棱镜 WⅠ-60°		$a=D$ $b=D$ $c=D$ $d=1.035D$ $H=2D$ $h=1.866D$ $L=6.464D$	θ_{I}, θ_{II}, $\Delta 135°$, $\Delta 30°$ $(\Delta 60°)$
60°-3	复合棱镜 FY-60°		$a=1.155D$ $b=D$ $c=D$ $d=1.732D$ $e=0.577D$ $f=0.289D$ $g=1.155D$ $h=2.5D$ $L=4.330D$	θ_{I}, θ_{II}
80°-1	等腰棱镜 DI-80°		$a=1.556D$ $b=D$ $c=D$ $H=0.927D$ $h=0.766D$ $L=1.192D$	θ_{I}, θ_{II}, $\Delta 80°$
80°-2	五角棱镜 WⅡ-80°		$b=D$ $c=D$ $d=1.064D$ $H=1.555D$ $h=1.766D$ $L=3.940D$	θ_{I}, θ_{II}, $\Delta 120°$, $\Delta 40°$
90°-1	直角棱镜 DI-90°		$a=1.414D$ $b=D$ $c=D$ $h=0.707D$ $L=D$	θ_{I}, θ_{II}, $\Delta 90°$

(续)

光轴转角反射次数	名称及代号	外形略图	尺寸关系式	图纸应注公差
90°∧2	靴形棱镜 FX-90°		$a=1.035D$ $b=D$ $c=D$ $e=D$ $f\approx0.1$mm $h=1.732D$ $R=1.134D$ $L=2.309D$	θ_I,θ_{II}
90°∧2	五棱镜 WⅡ-90°		$b=D$ $c=D$ $d=1.082D$ $H=1.414D$ $h=1.707D$ $L=3.414D$	θ_I,θ_{II}, ∧112°30′ Δ45° (Δ90°)
105°∧1	等腰棱镜 DI-105°		$a=1.260D$ $b=D$ $c=D$ $d=1.587D$ $h=0.621D$ $L=1.303D$	θ_I,θ_{II}, Δ105°
180°∧2 光轴位移D	直角棱镜 DⅡ-180°		$a=2D$ $b=D$ $h=D$ $L=2D$	θ_I,θ_{II}, δ45° (Δ90°)
180°∧3 光轴位移D	等腰棱镜 DⅢ-180°		$b=D$ $d=2D$ $h=0.577D$ $L=1.732D$	θ_I,θ_{II}, ∧120°

表6-2是常用的屋脊棱镜分类表。为了和一般棱镜相区别，我们把表示一般棱镜的光轴转角和反射次数之间的短线“-”改为“∧”例如一级直角棱镜用90°-1表示，而直角屋脊棱镜用90°∧2表示。表中其它符号的意义与表6-1同。

表6 2 常用屋脊棱镜分类表

光轴转角∧反射次数	名称及代号	外形略图	尺寸关系式	图纸应注公差
0°∧2	道威屋脊棱镜 D_{IJ}-0°		$a=\frac{2\sqrt{2n^2-1}\,D}{\sqrt{2n^2-1}-1}$ $b=D$ $c=1.414D$ $d=\frac{2.414\sqrt{2n^2-1}-0.414}{\sqrt{2n^2-1}-1}D$ $H=\frac{1.414\sqrt{2n^2-1}}{\sqrt{2n^2-1}-1}D$ $h=1.207D$ $L=\frac{2.828n}{\sqrt{2n^2-1}-1}D$	θ_I, θ_{II}, S, $\Delta\varphi(\Delta 90°)$ (S为双像差，$\Delta\varphi$为折射面和屋脊面的两面角公差)
0°∧4	阿贝屋脊[illegible] FA_J-0°		$b=D$ $c=D$ $d=3.464D$ $h=2D$ $L=5.196D$	θ_I, θ_{II}, S
0°∧4 光轴位移A	列曼屋脊棱镜 $L\,II_J$-0°		$b=D$ $c=D$ $d=3.667D$ $f=0.5D$ $H=1.667D$ $h=1.732D$ $R=D$ $L=4.619D$ $A=2.667D$	S, θ_{II}, θ_I, $\theta_{1,2}$, $\Delta\varphi$ ($\Delta 60°$)
			$b=D$ $c=D$ $d=4D$ $f=0.577D$ $H=2D$ $h=1.732D$ $R=D$ $L=5.196D$ $A=3D$	
0°∧6	别汉屋脊棱镜 FB_J-0°		$a=2.020D$ $b=D$ $c=D$ $d=2.080D$ $e=1.414D$ $f=1.129D$ $h=1.259D$ $t\approx 0.1mm$ $L=5.155D$	θ_I, θ_{II}, S
			$a=2.111D$ $b=D$ $c=1.237D$ $d=2.200D$ $e=1.414D$ $f=1.119D$ $h=1.492D$ $t\approx 0.1mm$ $L=5.700D$	

（续）

轴转角∧反射次数	名称及代号	外形略图	尺寸关系式	图纸应注公差
45°∧2	等腰屋脊棱镜 DI_J-45°		$a=2.613D$ $b=D$ $c=D$ $d=3.67D$ $f=0.572D$ $H=4.684D$ $h=1.143D$ $L=3.658D$	θ_I,θ_{II}, $S,\Delta\varphi$ $(\Delta 45°)$
45°∧3	半五角屋脊棱镜 BII_J-45°		$a=1.237D$ $b=D$ $d=1.875D$ $h=0.875D$ $l=2.111D$	θ_I,θ_{II}, $S,\Delta\varphi$ $(\Delta 45°)$
45°∧4	施米特屋脊棱镜 DII_J-45°		$a=1.303D$ $b=D$ $f=0.63D$ $h=1.645D$ $L=3.040D$	θ_I,θ_{II}, $S,\Delta\varphi$ $(\Delta 45°)$
60°∧2	等腰屋脊棱镜 DI_J-60°		$a=2D$ $b=D$ $c=D$ $d=2.792D$ $f=0.457D$ $H=2.646D$ $h=1.094D$ $L=2.646D$	θ_I,θ_{II}, $S,\Delta\varphi$ $(\Delta 60°)$
60°∧3	半五角屋脊棱镜 BII_J-60°		$a=1.155D$ $b=D$ $c=D$ $d=2.618D$ $h=1.618D$ $L=2.802D$	θ_I,θ_{II}, $S,\Delta\varphi$ $(\Delta 60°)$
60°∧4	屋脊棱镜 FY_J-60°		$a=1.223D$ $b=D$ $c=D$ $d=1.800D$ $e=0.577D$ $f=0.289D$ $h=2.618D$ $L=4.467D$	θ_I,θ_{II},S

（续）

光轴转角、反射次数	名称及代号	外形略图	尺寸关系式	图纸应注公差
60°∧2	等腰屋脊棱镜 DI_J-60		$a=1.556D$ $b=D$ $c=D$ $d=2.144D$ $t=0.384D$ $H=1.525D$ $h=1.013D$ $L=1.966D$	θ_I,θ_{II}, $S,\Delta\varphi$ （Δ60°）
90°∧2	直角屋脊棱镜 DI_J-90		$b=D$ $c=D$ $d=1.932D$ $e=0.414D$ $K=1.366D$ $H=1.225D$ $h=0.966D$ $L=1.732D$	θ_I,θ_{II}, $S,\Delta\varphi$ （Δ90°）
90°∧3	五角屋脊棱镜 $W\text{Ⅱ}_J$-90°		$a=1.307D$ $b=D$ $h=1.074D$ $H=1.740D$ $L=4.2$[illegible]D	θ_I,θ_{II}, $S,\Delta\varphi_1$, $\Delta\varphi_2$
90°∧3	靴形屋脊棱镜 FX_J-90°		$a=1.0$[illegible]D $b=D$ $c=D$ $e=D$ $t\approx0.1mm$ $f=0.246D$ $H=2.236D$ $h=1.946D$ $R\approx D$ $L=2.9$[illegible]D	θ_I,θ_{II},S
180°∧3 光轴位移 1.225D	屋脊棱镜 $D\text{Ⅱ}_J$-180°		$a=2.225D$ $b=D$ $f=0.366D$ $t=0.225D$ $H=2.091D$ $h=1.366D$ $L=2.957D$	θ_I,θ_{II}, $S,\Delta\varphi$ （Δ45°）
180°∧4 光轴位移 1.618D	屋脊棱镜 $D\text{Ⅲ}_J$-180°		$b=D$ $a=2.618D$ $h=0.934D$ $L=2.$[illegible]D	θ_I,θ_{II}, $S,\Delta\varphi$ （Δ30°）

§6-7 确定平面镜棱镜系统成像方向的方法

平面镜棱镜系统的作用是改变光轴和像的方向。光轴方向的改变可以直接按反射定律确定。这一节专门研究确定平面镜棱镜系统成像方向的方法。为了表示物和像的方向关系，在物空间取一直角坐标 xyz，如图 6-21 所示。其中 x 轴和入射光轴重合、y 轴位于棱镜主截面内，z 轴垂直于主截面；$x'y'z'$ 表示 xyz 坐标通过平面镜棱镜系统后像的方向，但并不表示其位置。显然，x' 轴与出射光轴重合，因此我们只需确定 y' 轴和 z' 轴的方向。

我们把平面镜棱镜系统分成三类，分别加以研究。

第一类　具有单一主截面的平面镜棱镜系统

所谓具有单一主截面的平面镜棱镜系统，即系统中所有平面镜和棱镜的主截面都彼此重合。在没有屋脊面的情形，垂直于主截面的 z 轴方向和所有反射面平行。根据平面镜成像的性质，物和像对平面镜对称，因此，不论经过任意次平面镜反射成像，像空间 z' 轴和物空间 z 轴方向总是一致的。如果系统中有一对屋脊面，则根据屋脊面的成像性质，z' 和 z 应反向。根据上述这种简单的关系，很容易确定单一主截面的平面镜棱镜系统中和主截面垂直的 z' 轴的方向。

下面我们再来看位于主截面内的 y 轴和 y' 轴的方向。假设系统中没有屋脊面，由于 z' 和 z 永远同向，如果系统的总反射次数为偶数，则物和像相似。因此，当光轴 x' 和 x 同向时，y' 和 y 也应该同向，如图 6-21(a) 所示；反之，当光轴 x' 和 x 反向时，y' 和 y 必然反向，如图 6-21(b) 所示。如果系统的总反射次数为奇数，则成"镜像"。当光轴 x' 和 x 同向时，y' 和 y 必然反向，如图 6-22(a) 所示；反之，x' 和 x 反向时，y' 和 y 同向，如图 6-22(b) 所示。因此，我们得出判断单一主截面的平面镜棱镜系统中，主

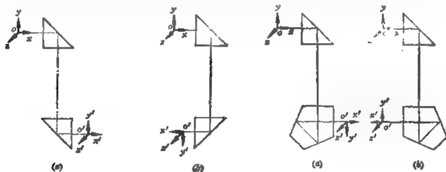


图 6-21　　　　图 6-22

截面内成像方向的规则如下：

光轴同向：光轴反射次数为偶数，y' 和 y 同向；光轴反射次数为奇数，y' 和 y 反向。

光轴反向：光轴反射次数为偶数，y' 和 y 反向；光轴反射次数为奇数，y' 和 y 同向。

这里需要说明一下，上面说到的光轴"同向"或"反向"是广义的。"同向"不仅仅指入射光轴和出射光轴平行，凡是光轴偏转角小于90°都认为是同向的，大于90°都认为

是反向的，正好偏转90°时，可以认为是同向的，也可以认为是反向的，都能得到相同的结果。上述规则是根据系统中没有屋脊面的假设得出的。如果系统中有屋脊面，根据屋脊面的成像性质，它不影响主截面内像的方向。因此，对有屋脊面的系统，以上规则同样可以应用。只要把光轴看作是在屋脊棱上反射，在计算光轴反射次数时只计算一次，而计算系统的总反射次数时屋脊面计算两次。

另外，在光轴方向 x 和 x' 已经确定的条件下，y' 轴和 z' 轴的方向，实际上只要确定了其中的任意一个，另一个就可以根据系统的总反射次数，利用物像空间的坐标关系来确定。一般首先确定 z' 比较方便，因为 z' 只要根据系统中有无屋脊面，即可确定它与 z 反向或同向，然后再根据总反射次数来决定 y'。当然也可以用前面的规则来决定 y'，二者所得结果实际上是完全相同的，但后者显然比较麻烦一些。

在物像空间的坐标对应关系决定以后，物空间任意向量所对应的像也就容易决定了。可以将物向量向物空间坐标的三个坐标轴投影，找出它们在像空间各自对应坐标轴上的分量，合成以后即为它的像向量。

下面举例说明上述规则的应用。例如图 6-23（a）中的棱镜系统，由于系统中没有屋脊面，z' 和 z 同向；光轴同向，反射七次，所以 y' 和 y 反向；由于总反射次数为奇数，所以系统成"镜像"。如果要求保持 x' 和 y' 方向不变，z' 与 z 反向，从而使整个系统物像相似，则可以把系统中任意一个反射面改为屋脊面，如图6-23（b）所示。如果用前面的规则来确定它的成像方向，则所得的结果完全一样——系统有一对屋脊面，所以 z' 和 z 反向；光轴同向，反射七次，y' 和 y 反向；总反射次数为八次，因此物像相似。

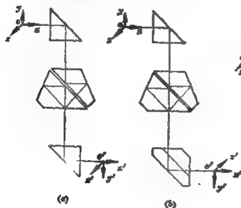


图 6-23

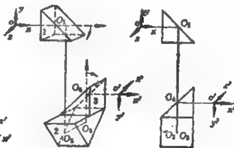


图 6-24

第二类 具有两个互相垂直的主截面的平面镜棱镜系统

图 6-24 中的棱镜系统由三个棱镜构成，棱镜 1 和棱镜 3 的主截面平行，棱镜 2 的主截面则与之垂直。棱镜只能改变主截面内的物像方向，而不改变垂直于主截面的物像方向。例如图 6-24 中，棱镜 2 只能改变 z' 的方向，而不能改变 y' 的方向。而棱镜 1、3 只能改变 y' 的方向，而不能改变 z' 的方向。所以在确定 z' 的方向时可以只考虑棱镜 2，而确定 y' 的方向时只考虑棱镜 1 和 3。对棱镜 2 或对棱镜 1 和 3 来说，都属于单一主截

面的棱镜系统，故仍可使用前面的规则。不过，当光轴[illegible]同向时，不能再简单地按最后出射光轴的方向来决定，而应按棱镜1和3的实际光轴转向来确定。在上面的例子中，棱镜1使光轴向上转90°，棱镜3也使光轴向下转90°，二者共使光轴转了180°，因此，我们根据棱镜1和3来判别y'的方向时，应该认为是光轴反向。根据前面的规则，光轴反向，反射两次，y'和y反向。确定z'的成像方向，根据棱镜2知道光轴反向，反射两次，所以z'和z应反向。实际上只要确定了y'或z'中任意一个，即可根据总反射次数，确定物、像空间的对应坐标系，从而决定另一个。

第三类　主截面位置任意的平面镜棱镜系统

我们可以把此类系统看作是由上述两类系统中的某些主截面旋转而形成的，这将在下一节进行讨论。

对于具有两个或三个互相垂直的主截面的平面镜棱镜系统，或者平面镜棱镜个数很多的复杂系统，为了确定系统的成像方向，可以把整个系统划分成若干部分，依次确定经过每一部分以后的坐标方向，最后找到整个系统的成像方向。

应用上面判断主截面内成像方向的规则，不仅可以用来判断已知平面镜棱镜系统的成像方向，还可作为设计平面镜棱镜系统时，选用棱镜的依据。下面结合一个具体的实例来进行说明。

假如要求设计一个由两个棱镜构成的平面镜棱镜系统，光轴有300mm的潜望高，如图6-25所示。同时要求系统光轴位于同一平面内，物和像相似并反向。

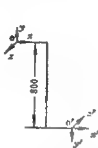


图　6-25

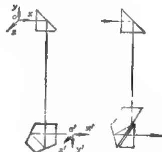


图　6-26

我们根据这些要求来选用棱镜。

1　根据图6-25中光轴位置的要求，可采用两个使光轴改变90°的棱镜，构成一个具有单一主截面的棱镜系统。由表6-1中可以找到能使光轴改变90°的棱镜共有90°-1和90°-2两类，其中90°-1的棱镜有一种，90°-2的棱镜有两种。

2　由于要求出射和入射光轴同向，且物和像反向，所以主截面内光轴的反射次数应为奇数。因此只能采用一个90°-1的棱镜和一个90°-2的棱镜组合，而不能采用两个90°-1或两个90°-2的棱镜。这样的组合有两种，如图6-26所示。

3　由于以上这些系统的总反射次数为奇数，只能成“镜像”，所以还必须将其中的某一个反射面改为屋脊面，这样可以形成四种不同的系统，如图6-27所示。至于究竟采用哪一种，可以根据不同的情况，由系统的外形尺寸和结构安排而定。

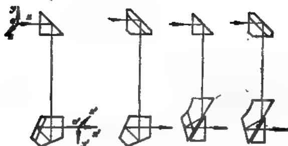


图 6-27

§6-8 棱镜转动定理

在某些光学仪器中，为了扩大仪器的观察范围，常常利用旋转平面镜或棱镜的方法来改变仪器的光轴方向。例如图6-28中的棱镜系统，为了扩大垂直方向的观察范围，把顶部的棱镜，绕着过O_1点垂直于主截面的轴转动，就可以使入射光轴在垂直面内改变方向；为了扩大仪器的水平观察范围，可以把棱镜绕垂直轴O_1O_2转动。另外在仪器的装配调整过程中，往往需要利用棱镜的转动来调整系统的光轴方向或成像方向的偏差，也就是通常所说的"光轴偏"或"像倾斜"。因此有必要进一步研究棱镜转动对像空间方向和位置的影响。这一节就来推导棱镜转动时，像空间方向和位置变化的普遍定理——棱镜转动定理。

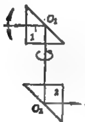


图 6-28

图 6-29

我们这里讨论棱镜转动的问题，也就是讨论在物空间不动的条件下，当棱镜绕任意轴转动时，像空间位置和方向的变化。当棱镜在平行光路中工作时（对应成像物体在无限远），只需要考虑像的方向；如果在非平行光路中工作(对应位在有限距离的虚物或实物)，则既要考虑像的方向，也要考虑像的位置，例如图 6-29 中的F'点。

如图 6-29 所示，假设 P 为表示棱镜转动方向和位置的单位向量，P'为 P 在像空间的共轭像，由于平面反射成像时，物像大小相等，所以它也是一个单位向量。θ 为棱镜的转角，它的符号规则是：当对着转轴向量观察时，逆时针为正，顺时针为负。n 为棱镜的总反射次数。棱镜转动定理可表达如下：

"假如物空间不动，棱镜绕 P 转 θ，则像空间首先绕 P' 转 $(-1)^{n-1}\theta$，然后绕 P 转 θ"。

这里把像空间的转动情况，用先后绕 P' 和 P 的两次转动来表示。需要特别说明的是，因为有限转动不符合加法交换律，因此这两次转动的顺序不能颠倒。

为了用简明直观的形式来表示上述定理，以便于实际应用，我们引入一个代表有限转动的特定符号 $[\theta P]$。括号内 θ 代表转角，它的符号规则如前所述。单位向量 P 代表转轴的位置和方向。在前面的转动定理中，把像空间的转动表示成为两个不同时的有限转动。我们知道，有限转动是不能用向量来表示的。因为它不符合向量加法的平行四边形法则和交换律●。所以 $[\theta P]$ 只是一个表示有限转动的符号，而不能看作是一个向量。我们之所以要在 θP 的外面再加上一个方括号，成为 $[\theta P]$ 的形式，就是为了和一般向量有所区别。这样，棱镜转动定理可以用上述符号表示如下：

$$[A'] = [(-1)^{n-1}\theta P'] + [\theta P] \tag{6-1}$$

符号 $[A']$ 只是作为像空间转动状态的一个代号，没有别的含意。由于 $[\theta P]$ 和 $[(-1)^{n-1}\theta P']$ 都不是向量，因此决不能按向量运算规则对符号表示式 (6-1) 进行向量运算。

根据符号的定义，以下两种关系显然成立：

$$[\theta_1 P] + [\theta_2 P] = [(\theta_1 + \theta_2) P]$$

$$[\theta(-P)] = [-\theta P]$$

第一个等式说明，先绕 P 转 θ_1 后，再绕 P 转 θ_2，就等于绕 P 转 $(\theta_1+\theta_2)$，这显然是成立的；第二个等式则说明，绕 $(-P)$ 转 θ 就等于绕 P 转 $-\theta$，根据 θ 的符号规则，当然也是成立的。

下面对上述定理进行证明。我们把物空间不动，棱镜绕 P 转 θ 这样一个运动，设想分成两步来实现。第一步：首先假设棱镜不动，让物空间绕 P 转 $-\theta$，根据平面镜系统的成像性质，如果反射次数 n 为奇数，系统成镜像，像空间将绕 P' 转 θ；如果 n 为偶数，物像相似，像空间绕 P' 转 $-\theta$；总的说来，相当于像空间转 $(-1)^{n-1}\theta$。第二步：把物空间和棱镜一起绕 P 转 θ，像空间显然也绕 P 转 θ。这样最后总的结果就是：物空间回到了原始位置，棱镜绕 P 转 θ，像空间首先绕 P' 转 $(-1)^{n-1}\theta$，然后绕 P 转 θ。

为了清楚起见，我们把上述过程用下列形式表示：

第一步：	物空间绕 P 转 $-\theta$	棱镜不动	像空间绕 P' 转 $(-1)^{n-1}\theta$
第二步：	物空间绕 P 转 θ	棱镜绕 P 转 θ	像空间绕 P 转 θ
总的结果：	物空间不动	棱镜绕 P 转 θ	像空间首先绕 P' 转 $(-1)^{n-1}\theta$，然后绕 P 转 θ

以上结果和定理完全一致。这里着重说明一点，上述结论只涉及到棱镜的总反射次数，而并没有涉及棱镜的具体形式，因此它对任意的平面镜棱镜系统都是成立的。另外在上面的证明过程中，表面上似乎对转角 θ 没有什么限制，但实际上 θ 是有限制的。首先，如果转角过大，光线无法进入平面镜棱镜系统，因而根本无法成像；其次对棱镜系统来说，除去反射平面而外，还相当于在共轴系统中加入了一块平行玻璃板，当棱镜在

● 参阅周培源，《理论力学》1952年人民教育出版社。

非平行光路中转动，并且转轴和入射光轴又不平行时，棱镜转动以后，入射光轴就不再垂直棱镜的入射面，这就破坏了系统的共轴性。如果转角很大，光轴与入射面法线之间有可能产生较大的夹角，这将给近轴公式的计算结果带来很大的误差，此时系统实际上也已经不能再使用了。所有这些就限制了棱镜的转角 θ 不能过大。当棱镜在平行光路中工作，或者对单纯的平面镜系统来说，当然都不存在这一方面的限制。所以对棱镜在非平行光路中转动，而且转轴和入射光轴又不平行的情形，应用定理时必须注意到这一点。

为了初步说明上述定理的应用，下面讨论几种比较简单的特殊情况：

一　在平行光路中工作的棱镜，绕垂直于棱镜主截面的 z 轴转动

由于棱镜在平行光路中工作，因此只需要考虑像空间的方向，而不用考虑其位置，因此可以把 P 和 P' 都看作自由向量。因为转动以后像的方向只与转轴的方向和转角的大小有关，而与转轴的位置无关。

根据转动定理的符号表示式 (6-1)

$$[A']=[(-1)^{n-1}\theta P']+[\theta P]$$

图　6-30

图　6-31

在没有屋脊面的情形，如图 6-30 所示，应有 $P=z$，$P'=z'=z$，将以上关系代入上式得：

$$[A']=[(-1)^{n-1}\theta z]+[\theta z]$$

当棱镜的总反射次数 n 为偶数时，

$$[A']=[-\theta z]+[\theta z]=0$$

当棱镜的总反射次数为奇数时，

$$[A']=[\theta z]+[\theta z]=[2\theta z]$$

由此可知，当棱镜绕 z 轴转 θ 时，如果反射次数为偶数，则像空间方向不变，如果反射次数为奇数，则像空间绕 z 轴转 2θ。这个结论和前面 §6-3 中讨论平面镜旋转时所得到的结论完全相同。

在屋脊棱镜的情形，如图 6-31 所示，$P=z$，$P'=z'=-z$，代入表示式(6-1)得，

$$[A']=[(-1)^{n-1}\theta P']+[\theta P]=[(-1)^{n}\theta z]+[\theta z]$$

当总反射次数 n 为偶数时，

$$[A']=[\theta z]+[\theta z]=[2\theta z]$$

当总反射次数 n 为奇数时，

$$[A']=[-\theta z]+[\theta z]=[0]$$

以上结果和前面没有屋脊面的情形正好相反，奇数时像空间方向不变，偶数时棱镜转 θ，像空间转 2θ。我们也可以这样看，认为光轴在屋脊棱上进行反射，反射次数只计算一次，这样就可以把屋脊棱镜和一般棱镜同样看待，结果是完全一样的。但上述结论只是对绕垂直于主截面的 z 轴转动时才适用。

二　在平行光路中，入射和出射光轴平行的棱镜，绕入射光轴 x 转动

这又分为两种情况：

1　入射和出射光轴平行同向

此种情形如图 6-32 所示，有

$$P=x,\ P'=x'=x$$

代入符号表示式（6-1）得：

$$[A']=[(-1)^{n-1}\theta x]+[\theta x]$$

当总反射次数 n 为偶数时，

$$[A']=[-\theta x]+[\theta x]=[0]$$

当总反射次数 n 为奇数时，

$$[A']=[\theta x]+[\theta x]=[2\theta x]$$

图　6-32

图　6-33

由此可知，当入射和出射光轴平行同向，棱镜绕光轴 x 转 θ，反射次数 n 为偶数时像不转，反射次数 n 为奇数时，则像转 2θ。

2　入射和出射光轴平行反向

如图6-33所示，有

$$P=x,\ P=x'=-x$$

代入表示式（6-1）得：

$$[A']=[(-1)^{n-1}\theta(-x)]+[\theta x]=[(-1)^{n}\theta x]+[\theta x]$$

当反射次数 n 为偶数时，

$$[A']=[\theta x]+[\theta x]=[2\theta x]$$

当反射次数 n 为奇数时，

$$[A']=[-\theta x]+[\theta x]=[0]$$

由此可知，当入射和出射光轴平行反向，棱镜绕光轴转 θ，反射次数 n 为偶数时像转 2θ，反射次数 n 为奇数时像不转。

三　出射和入射光轴垂直，棱镜绕入射光轴转动

此种情形如图6-34所示，有

$$P=x,\ P'=x'$$

代入表示式（6-1）得：

$$[A']=[(-1)^{n-1}\theta x']+[\theta x]$$

当 n 为偶数时，

$$[A']=[-\theta x']+[\theta x]$$

当 n 为奇数时，

$$[A']=[\theta x']+[\theta x]$$

以上结果为：当入射和出射光轴垂直时，棱镜绕入射光轴转 θ，如果反射次数为偶

数，像空间首先绕出射光轴转－θ，然后绕入射光轴转θ；如果反射次数为奇数，则像空间首先绕出射光轴转θ，然后再绕入射光轴转θ。

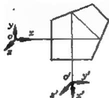


图 6-34

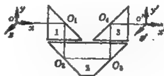


图 6-35

下面举例说明上述这些关系的应用。

〔例一〕 在图6-35的棱镜系统中，如果棱镜2、3一起绕$\overrightarrow{O_1O_2}$转θ，然后棱镜3再按同一方向绕$\overrightarrow{O_4O_3}$转θ，假设物平面的方向和入射光轴方向都不变，求出射光轴的方向和像的方向的变化。

首先确定棱镜没有转动前的成像方向。上述系统属于单一主截面的系统，没有屋脊面，z'与z同向。光轴同向，总反射次数为偶数，根据物像相似的关系，y'与y也同向。$\overrightarrow{O_1O_2}$和棱镜2、3的入射光轴同向，出射光轴与入射光轴垂直，棱镜2、3绕$\overrightarrow{O_1O_2}$转θ，也就是绕入射光轴转θ。根据前面的结论，棱镜2、3共反射三次，像平面首先绕出射光轴x'转θ，然后出射光轴再绕$\overrightarrow{O_1O_2}$转θ，接着棱镜3又绕$\overrightarrow{O_4O_3}$转θ，由于$\overrightarrow{O_4O_3}$和棱镜3的入射光轴反向，相当于棱镜3绕它的入射光轴转－θ，反射一次，像平面将绕出射光轴转－θ，然后出射光轴再绕$\overrightarrow{O_4O_3}$转θ，总起来相当于出射光轴绕$\overrightarrow{O_1O_2}$转2θ，而像平面$y'z'$相对于出射光轴没有转动。这个棱镜系统如按上述规律转动可以改变光轴的方向，而像保持不转。

〔例二〕 要求设计一个棱镜系统，入射光轴和出射光轴之间有300mm的潜望高，同时物方光轴oO_1能在水平和垂直两个方向上转动，而出射光轴方向维持不变，如图6-36所示，物与像相似，并且永远反向（即物方光轴转动时，像不产生旋转）。

为了在水平面和垂直面内改变光轴的方向，可以在光轴上端O_1点的位置安置一个直角棱镜，使之绕水平和垂直轴转动。当棱镜绕经过O_1点垂直于主截面的水平轴转动时，像的方向不会发生旋转。但当棱镜绕O_1O_2轴转动时，如果物平面相对主截面不动，像平面亦将随之转动。我们要求像平面不转，必须使像面产生一个相反方向的转动。由于要求出射光轴的方向不变，系统下端使光轴改变90°的棱镜显然不能转动。这样就必须加入一个棱镜，利用它的旋转来补偿像平面的转动，而不使光轴的方向改变。根据前面的规则，在光轴同向的情形，欲利用棱镜的旋转使像面转动，反射次数应为奇数。因此必须在系统中加入下列性能的棱镜：

$$0°-1，0°-3，0°-5$$

如果使它们的主截面和直角棱镜主截面重合，如图6-37所示，这样顶端的直角棱镜与转像棱镜的反射次数之和为偶数。系统要求物和像反向，并且整个系统的入射和出射

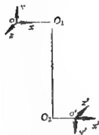


图 6-36

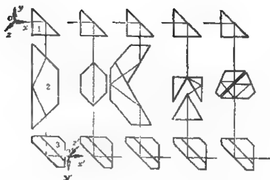


图 6-37

光轴同向，因此下端反射棱镜在同一主截面内的反射次数应为奇数。故可采用一个90°-1的直角棱镜，但成"镜像"。为了使物和像相似，必须把上下两个棱镜中的一个反射面改成屋脊面（屋脊面不能加在转像棱镜上，因为这样会使转像棱镜的反射次数变为偶数，则棱镜转动时，像不转）。例如，将下端的直角棱镜用直角屋脊棱镜 90°/2 代替。从表6-1和表 6-2 中能找到满足上述要求的棱镜，用这些棱镜可以组成图 6-37 所示的五种型式的棱镜系统。

当棱镜 1 和 2 一起转动时，如果物空间坐标跟着转，即物相对棱镜主截面不动，像面将和棱镜同时转动。当棱镜 2 单独转动时，像平面的转角等于棱镜转角的二倍。因此，棱镜 1 和 2 同时转动 α，然后把棱镜 2 按相反方向转 $\alpha/2$，即可补偿像的旋转。换句话说，棱镜 2 的转角应为棱镜 1 的转角的一半。

§6-9　棱镜作有限转动时，像空间位置和方向的计算

上节我们导出了表示棱镜转动时，像空间运动状况的普遍定理——棱镜转动定理。这一节我们将根据上述定理来解决棱镜绕已知轴作有限角度的转动时，像空间位置和方向的计算问题。求像空间的位置也就是求当棱镜转动后，像空间任意一点的位置变化问题，像空间的方向则可用一个单位向量来表示。求像空间的方向就是求棱镜转动后，单位向量的方向。

根据前面的定理，当物空间不动，棱镜作有限转动时，像空间绕两个不同的轴先后作两次有限转动。要确定像点的位置和单位向量的方向，实质上只要解决一个点或一个单位向量绕已知轴转一定角度后的位置或方向就可以了。下面首先讨论这个问题。

一　求一个点绕已知轴 P 转动以后的位置

如图 6-38，单位向量 $\boldsymbol{P}$ 代表转轴的位置和方向，任意一点 R 的位置用向量 $\overrightarrow{OR}=\boldsymbol{r}$ 表示，O 点必须位在转轴上，当 R 绕 $\boldsymbol{P}$ 转 θ 以后到达 R_1，它的位置用向量 $\overrightarrow{OR_1}=\boldsymbol{r}_1$ 表示。下面找出 $\boldsymbol{r}_1$ 和 $\boldsymbol{r}$，$\boldsymbol{P}$，θ 之间的关系。

由 R_1 点作 MR 的垂线 R_1N，由图 6-38 得：

$$r_1 - r = \overrightarrow{RR_1} = \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NR_1}$$

$$\overrightarrow{RN} = \overrightarrow{RM}(1-\cos\theta) = (1-\cos\theta)(OM\cdot P - r) = (1-\cos\theta)[(r\cdot P)\cdot P - r]$$

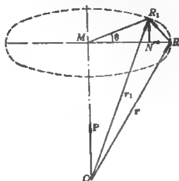


图 6-38

$\overrightarrow{NR_1}$的方向和（$P\times r$）的方向一致，它的模等于$MR\sin\theta$，而MR的数量正好等于（$P\times r$）的模，因此有：

$$\overrightarrow{NR_1} = \sin\theta(P\times r)$$

将$\overrightarrow{RN}$和$\overrightarrow{NR_1}$代入（$r_1 - r$）得：

$$r_1 - r = (1-\cos\theta)[(r\cdot P)\cdot P - r] + \sin\theta(P\times r) \tag{6-2}$$

或

$$r_1 = (1-\cos\theta)(r\cdot P)\cdot P + \cos\theta r + \sin\theta(P\times r) \tag{6-3}$$

以上为确定某一点R绕已知轴P转动θ后，新的位置R_1的向量公式。

在实际运算中，上式表示成解析形式比较方便。为此我们建立一个直角坐标系xyz，假设向量r，P，r_1在该坐标系内的方向余弦或分向量分别为：

$$r = xi + yj + zk$$
$$P = \alpha i + \beta j + \gamma k$$
$$r_1 = x_1 i + y_1 j + z_1 k$$

代入公式（6-3），展开并整理后得：

$$\begin{aligned}
x_1 =& [(1-\cos\theta)\alpha^2 + \cos\theta]x + [(1-\cos\theta)\alpha\beta - \gamma\sin\theta]y \\
&+ [(1-\cos\theta)\alpha\gamma + \beta\sin\theta]z \\
y_1 =& [(1-\cos\theta)\alpha\beta + \gamma\sin\theta]x + [(1-\cos\theta)\beta^2 + \cos\theta]y \\
&+ [(1-\cos\theta)\beta\gamma - \alpha\sin\theta]z \\
z_1 =& [(1-\cos\theta)\alpha\gamma - \beta\sin\theta]x + [(1-\cos\theta)\beta\gamma + \alpha\sin\theta]y \\
&+ [(1-\cos\theta)\gamma^2 + \cos\theta]z
\end{aligned}$$

由于x_1，y_1，z_1与x，y，z之间符合线性关系，以上公式可以写成矩阵的形式：

$$r_1 = Ar \tag{6-4}$$

矩阵A的公式如下：

$$A=\begin{bmatrix}(1-\cos\theta)\alpha^2+\cos\theta & (1-\cos\theta)\alpha\beta-\gamma\sin\theta & (1-\cos\theta)\alpha\gamma+\beta\sin\theta\\(1-\cos\theta)\alpha\beta+\gamma\sin\theta & (1-\cos\theta)\beta^2+\cos\theta & (1-\cos\theta)\beta\gamma-\alpha\sin\theta\\(1-\cos\theta)\alpha\gamma-\beta\sin\theta & (1-\cos\theta)\beta\gamma+\alpha\sin\theta & (1-\cos\theta)\gamma^2+\cos\theta\end{bmatrix} \qquad (6\text{-}5)$$

我们把A称为有限转动的变换矩阵。上面的公式（6-4）和（6-5）就是用来计算一个点绕已知轴转动一定角度以后的位置的公式。

二　求棱镜转动后任意像点的位置

根据棱镜转动定理，棱镜绕P转θ，像空间先后绕P'和P作两次有限转动，只要两次应用上面的公式（6-4）和（6-5），就可以找出任意像点的位置。下面根据P和P'是否相交，分两种情况来讨论。

1. P和P'相交

假设P和P'相交于一点O，如图 6-39 所示。如果我们把r向量的起点取在O点，R绕P'作第一次转动后的终止向量为r_1，它就是第二次绕P转动的初始向量。假设第二次转动后的终止向量为r_2。在图 6-39 中并未将r和r_2标出，它们的起点显然都是O两次应用公式（6-4）得：

$$r_1=A'r,\quad r_2=Ar_1$$

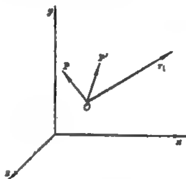


图　6-39

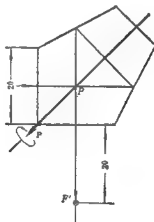


图　6-40

由此得到：

$$r_2=AA'r \qquad (6\text{-}6)$$

或

$$\Delta r=r_2-r=(AA'-I_0)r \qquad (6\text{-}7)$$

公式中A'和A分别为绕P'和P转动的两个变换矩阵，I_0为单位矩阵。根据转轴P，P'的方向余弦和转角θ，即可求出变换矩阵A'和A，再根据R的位置求出向量r，代入公式求出r_2，就确定了棱镜转动以后像点的位置。

〔例 1〕　如图 6-40 所示的一个五角棱镜，假如绕主截面内的对称轴P转 5°，求转动后像点F'的位置，有关尺寸均标注在图形上。

下面按实际计算步骤进行说明：

（1）求转轴 P 的像 P'。

在§6-7中我们介绍了确定棱镜系统中成像方向的方法，确定了物像空间的坐标对应关系。根据转轴 P 在物空间坐标 xyz 内的方向，利用像空间坐标 $x'y'z'$ 很容易找出它的像 P' 的方向。但是解决棱镜系统中求像的问题，除了确定方向以外，还要解决一个求位置的问题。找出转轴 P 上任意一点 P 在像空间的共轭点 P'，也就确定了 P' 的位置。我们知道入射光轴和出射光轴是共轭的。位在入射光轴上的物点，它的像点必然位在出射光轴上。我们用 P 点相对于棱镜入射面的物距 l_1 和它相对于入射光轴的物高 y_1 表示 P 点的位置。为了方便，一般尽量把 P 取在主截面内。如果向量 P 和入射光轴相交的话，最好就取它们的交点，对应物高等于零。然后求出 P 的像点 P' 相对于棱镜出射面的像距 l_2'，至于它相对于出射光轴的像高，则与物高相等，方向也可以根据 $x'y'z'$ 与 xyz 的对应关系来确定。下面我们导出 l_2' 的计算公式。

由于棱镜展开以后相当于一块平行玻璃板，平面相当于半径等于无限大的球面，对平行玻璃板的入射面和出射面两次应用球面的共轭点方程式，如图6-41所示，假定玻璃

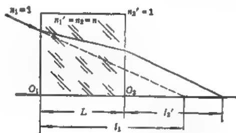


图 6-41

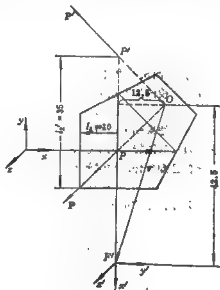


图 6-42

板的厚度为 L，棱镜玻璃的折射率为 n，则：

$$\frac{n}{l_1'}-\frac{1}{l_1}=0,\quad l_1'=nl_1,\quad l_2=l_1'-L=nl_1-L$$

$$\frac{1}{l_2'}-\frac{n}{l_2}=0,\quad l_2'=\frac{l_2}{n}=l_1-\frac{L}{n}$$

由此得到：

$$l_2'=l_1-\frac{L}{n}\tag{6-8}$$

在我们的例子中 P 位在主截面内，我们把它和入射光轴的交点 P 作为表示 P 位置的物点，由图 6-40 可以看到转轴 P 和入射光轴的交点 P 与入射面的距离为 $\frac{D}{2}$，由此得到：

$$l_1=10,\quad L=3.414D=3.414\times20=68.28$$

棱镜材料取K9，$n=1.5163$，将 l_1，L，n 代入公式得：

$$l_2'=10-\frac{68.28}{1.5163}=-35$$

根据 l_2' 就可以找到 P 点的像 P' 的位置，如图 6-42 所示。

至于 P' 的方向，由图6-42，P 的方向和 x，y 轴的平分角线一致，对应 $-x$ 和 $-y$ 的方向。所以 P' 的方向也应该和 $-x'$ 和 $-y'$ 的分角线方向对应。

（2）求 P 和 P' 的方向余弦和 r 的坐标。

根据已经确定的单位向量 P 和 P'，和已知的像点位置 F'，求出 P，P' 及 r，在物空间坐标 xyz 内的方向余弦和分向量。按规定，r 向量的起点必须和 P 与 P' 的交点 O 重合。

$$P=-0.7071i-0.7071j$$
$$P'=-0.7071i+0.7071j$$
$$r=-12.5i-42.5j$$

（3）求两次有限转动的变换矩阵 A' 与 A。

五角棱镜的反射次数 $n=2$，根据转动定理：

$$[A']=[(-1)^{n-1}\theta P']+[\theta P]=[-\theta P']+[\theta P]$$

由以上结果知道，当棱镜绕 P 转 θ，像空间首先绕 P' 转 $-\theta$，然后绕 P 转 θ。下面求这两次有限转动的变换矩阵。

根据已知条件：棱镜转角 $\theta=5°$。对上述第一次转动来说，矩阵 A' 的有关参数为：

$$\theta=-5°,\quad \alpha=-0.7071,\quad \beta=0.7071,\quad \gamma=0$$

代入变换矩阵的公式（6-5）得：

$$A'=\begin{bmatrix}0.9981 & -0.0019 & -0.0616\\ -0.0019 & 0.9981 & -0.0616\\ 0.0616 & 0.0616 & 0.9962\end{bmatrix}$$

对第二次转动为：

$$\theta=5°,\quad \alpha=-0.7071,\quad \beta=-0.7071,\quad \gamma=0$$

$$A=\begin{bmatrix}0.9981 & 0.0019 & -0.0616\\ 0.0019 & 0.9981 & 0.0616\\ 0.0616 & -0.0616 & 0.9962\end{bmatrix}$$

（4）将 r，A'，A 代入公式（6-6），（6-7），求 r_2 或 Δr。

$$r_2=AA'r=\begin{bmatrix}-12.244\\ -42.53\\ -1.53\end{bmatrix},\quad \Delta r=r_2-r=\begin{bmatrix}0.256\\ -0.03\\ -1.53\end{bmatrix}$$

根据 r_1 即可确定 F' 点在棱镜转动以后的新位置，而 Δr 则代表 F' 在三个坐标方向的位移量。

2．P 和 P' 不相交

如果 P 和 P' 是两个不相交的空间向量，如图6-43所示。

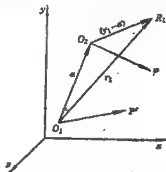


图 6-43

假设任意一点 R，它的位置用第一个转轴 P' 上的一点 O_1 到 R 的向量 $r=\overrightarrow{O_1R}$ 来表示（图 6-43 中 R 和 r 没有标出）。第一次转动后的位置 R_1 用向量 $r_1=\overrightarrow{O_1R_1}$ 表示，它可以应用公式（6-4）求得，

$$r_1=A'r$$

但 r_1 不能作为第二次转动的起始向量继续应用公式（6-4），因为 r_1 向量的起点 O_1 并不位在第二个转轴 P 上。因此我们必须在第二个转轴向量 P 上另取一点 O_2，作为第二次转动的起始向量的起点，才能应用公式（6-4）。假定 O_1、O_2 两点间的相对位置用向量 $\overrightarrow{O_1O_2}=a$ 表示，由图 6-43 得第二次转动的初始向量 $\overrightarrow{O_2R_1}$ 应等于 (r_1-a)，所以对第二次转动应用公式（6-4）有：

$$r_2=A(r_1-a)=A(A'r-a)=AA'r-Aa$$

这里要注意的是，公式中的 r，a 这两个向量的起点都在 O_1，而用来表示两次转动后像点 R_2 位置的向量 $r_2=\overrightarrow{O_2R_2}$ 则以 O_2 为起点（图中 R_2 和 r_2 也未标出），为了统一和便于计算，我们改用以 O_1 为起点的向量 $\overrightarrow{O_1R_2}$ 表示 R_2 的位置，由于，

$$\overrightarrow{O_1R_2}=\overrightarrow{O_1O_2}+\overrightarrow{O_2R_2}=a+r_2$$

将前面的 r_2 代入得：

$$\overrightarrow{O_1R_2}=(AA'r-Aa)+a$$

和前面 P 和 P' 相交的情况类似，下面我们仍用 r_2 来代表 $\overrightarrow{O_1R_2}$，得到：

$$r_2=(AA'r-Aa)+a$$

或

$$r_2=AA'r-(A-I_0)a \tag{6-9}$$

$$\Delta r=r_2-r=(AA'-I_0)r-(A-I_0)a \tag{6-10}$$

以上公式（6-9）、（6-10）中的 r_2、r 和 a，在进行计算时都是以 O_1 作为起点。但 O_1 点必须取在第一个转轴向量 P' 上，而不能取在第二个转轴向量 P 上，下面对这种情况举一个计算实例。

〔例 2〕 图 6-44 所示为一个空间棱镜，绕过 O_2 点平行于入射光轴的向量 P 转 20°，

求位在出射光轴上的像点F'的位置变化（由于转轴平行于入射光轴，所以转角θ允许达到较大的数值）。

由于转轴P平行于入射光轴，所以它的像P'也一定和出射光轴平行，P和P'的空间位置如图6-44所示。它们是两个相互垂直但不相交的空间向量。P、P'、a、r在物方坐标xyz内的方向余弦和分向量为：

$$P'=k,\ P=i,\ a=-10j,\ r=-10i+20k$$

棱镜总反射次数$n=2$，代入转动定理(6-1)得：

$$[A']=[(-1)^{n-1}\theta P']+[\theta P]$$
$$=[-\theta P']+[\theta P]$$

对第一次转动来说：

$$\theta=-20^\circ,\ \alpha=\beta=0,\ \gamma=1$$

代入公式(6-5)得：

$$A'=\begin{bmatrix}0.94 & 0.342 & 0\\ -0.342 & 0.94 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

对第二次转动来说

$$\theta=20^\circ,\ \alpha=1,\ \beta=\gamma=0$$

$$A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 0.94 & -0.342\\ 0 & 0.342 & 0.94\end{bmatrix}$$

图 6-44

将A'、A、a、r一并代入公式(6-10)进行矩阵的乘法和加法运算得到：

$$\Delta r=(AA'-I_0)r-(A-I_0)a=\begin{bmatrix}0.6\\ -4.22\\ 3.39\end{bmatrix}$$

Δr即为我们所要求的像点F'的位移向量。

3．求棱镜转动后单位向量的方向

一个向量绕某一个轴转动以后的方向，只和该向量的原有方向以及转轴方向和转角大小有关，而和转轴的位置无关。在确定有限转动后单位向量的方向时，转轴向量和单位向量本身都可以看作自由向量。因此可以认为，两次有限转动的转轴向量P'和P，无论它们实际上是否相交，都可以把它们看作是相交的，单位向量r_0也可以认为是通过两转轴的交点，如图6-45所示。

应用前面得到的公式(6-6)，直接得出棱镜转动以后新的单位向量r_{02}的公式如下：

$$r_{02}=AA'r_0 \qquad (6-11)$$

下面我们也举一个例子。

〔例 3〕 如果例 2 中的空间棱镜在平行光路中工作，假定绕上例中相同的转轴转相同的角度，求出射光轴的方向。

由于转轴的方向和转角不变，因此两次有限转动的变换矩阵 A' 和 A 不变，由图6-44，代表出射光轴方向的单位向量 r_0 为

$$r_0 = k$$

将前面例 2 中已经求得的变换矩阵 A，A' 和 r_0 代入公式（6-11）得：

$$r_{21} = AA'r_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.342 \\ 0.94 \end{bmatrix}$$

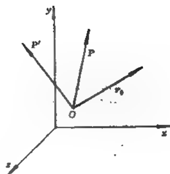


图 6-45

由以上结果可知，棱镜转动后的出射光轴位在平行于 yz 坐标面的平面内，它和原来的出射光轴（即 z 轴）之间的夹角 φ 为

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{y}{z} = \frac{-0.342}{0.94} = -0.364,\quad \varphi = 20^\circ$$

φ 正好等于棱镜的转角，实际上这个结果直接由转动定理很容易得到。因为像空间第一次有限转动的转轴和出射光轴平行，因此转动后出射光轴方向不变；第二次转动的转轴和出射光轴垂直，所以出射光轴在垂直于转轴的平面内，转角为20°。

§ 6-10 棱镜作微量转动时，像空间位置和方向的计算

在刚体运动学中已证明，微量转动无论是否同时，都可以用向量表示（这里不再证明，读者可参考 § 6-8中提出的参考书）。因此在微量转动的情况下，棱镜转动定理可以表示成为一个向量公式，并能进行向量运算，所以它的计算要比有限转动简单得多。

一、棱镜微量转动时，像空间方向的计算

根据棱镜转动定理，当棱镜作微量转动时，像空间作两次微量转动，每个微量转动都可以表示成为一个向量。向量的位置和方向代表转轴的位置和方向，它的模代表转角。现在先讨论像空间方向的变化问题，因此和转轴的位置无关，故可以把像空间的两个微量转动向量都作为自由向量，并把它们按照向量合成的法则合成一个向量。棱镜转动定理就可以用一个向量公式表示如下：

$$\Delta A' = (-1)^{n-1}\Delta\theta P' + \Delta\theta P \tag{6-12}$$

上述公式是从“微量转动可以用向量表示”这一点出发，直接由棱镜转动定理得出来的。而不应误认为它是对符号表示式（6-1）进行微分运算得来的，因为符号表示式（6-1）根本不是向量公式，当然也就谈不上对它进行微分运算了。

公式（6-12）也可以写成如下的形式：

$$\Delta A' = \Delta\theta A', \quad A' = P + (-1)^{n-1} P' \qquad (6\text{-}13)$$

A'向量就是像空间合成转动的转轴，公式（6-12）或（6-13）可以用来解决棱镜微量转动时，有关像空间方向变化的各种问题。例如当棱镜在平行光路中工作时，我们只需要考虑像空间的方向，而无须考虑位置，有关棱镜微量转动的问题就可以用上面的公式解决。对位在非平行光路中工作的棱镜，则既要考虑像空间的方向，也要考虑其位置，有关像空间方向的问题同样可以用上面的公式解决。

微量转动向量既可以合成也可以分解，这一点对解决具体问题十分有利。例如合成转动向量$\Delta A'$在出射光轴方向的分量，为像空间绕出射光轴的转动，相当于"像倾斜"，而在垂直于光轴平面内的分量，即为光轴绕与它垂直的轴的转动，在平行光路中就代表"光轴偏"，二者可以直接通过对$\Delta A'$的分解得到，而不必如有限转动那样，首先计算出新的单位向量，然后再计算出角度。下面我们举一个例子说明上面公式的应用。

〔例 1〕 当五角棱镜位在平行光路中工作时，求当棱镜作微量转动时只产生光轴偏和只产生像倾斜的转轴方向。

首先作出棱镜图形和物像空间的坐标方向，如图 6-46 所示。

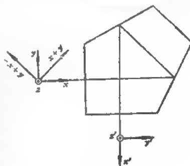


图 6-46

根据 § 6-8 中已经得到的结论，对偶数次反射的非屋脊棱镜来说，绕垂直于主截面的 z 轴转动，不影响像空间的方向，既不产生光轴偏也不产生像倾斜。因此只产生光轴偏或只产生像倾斜的转轴必然位在主截面内。所以我们只需要考虑棱镜位于主截面内转轴的转动即可。绕主截面内任意轴的微量转动，可以用绕主截面内的 y 轴和 x 轴的微量转动来合成。下面分别讨论棱镜绕 y 轴和 x 轴转动时像空间的转动状况。棱镜的总反射次数 n 等于 2。

当棱镜绕 y 轴作 $\Delta\theta y$ 的微量转动时，根据公式（6-12），像空间的转动$\Delta A'(y)$为

$$\Delta A'(y) = -\Delta\theta y' + \Delta\theta y = -\Delta\theta y' - \Delta\theta x'$$

公式中 y，y'，x' 分别代表 y，y'，x' 轴方向的单位向量，以下同。

当棱镜绕 x 轴转动 $\Delta\theta x$ 时，像空间的转动为

$$\Delta A'(x) = -\Delta\theta x' + \Delta\theta x = -\Delta\theta x' + \Delta\theta y'$$

由以上两式可以看到，如果棱镜作 $\Delta\theta(y+x)$ 的合成转动，则像空间的合成转动为：

$$\Delta A'(y+x) = \Delta A'(y) + \Delta A'(x) = -2\Delta\theta x'$$

这时像空间的转动向量和出射光轴 x' 重合，因此只产生像倾斜，没有光轴偏。对应的棱镜转轴方向为（$y+x$），如图 6-46 所示，它就是主截面对称轴的方向。

棱镜合成转动向量的模为$\sqrt{2}\Delta\theta$，而像空间合成转动向量的模为$-2\Delta\theta$。所以棱镜转$\sqrt{2}\Delta\theta$，像转$-2\Delta\theta$，或者说棱镜转 $\Delta\theta$，则像空间转$-\sqrt{2}\Delta\theta$，转动方向则可按转角的符号规则来确定。

同理如果棱镜作 $\Delta\theta$（$y-x$）的合成转动，则像空间的合成转动为

$$\Delta A'(y-x) = \Delta A'(y) - \Delta A'(x) = -2\Delta\theta y'$$

在 x' 方向没有分量，所以只有光轴偏。棱镜的转轴方向恰好和只产生像倾斜的转轴

方向垂直，如图 6-46 所示。棱镜和像之间转角的数量关系和转动方向的确定和上面完全相似。

二 棱镜微量转动时，像点位置的计算

当棱镜在非平行光路中工作时，除了要考虑像空间的方向变化而外，还必须要考虑像点的位置变化。这个问题和前面讨论有限转动的情形一样，也可以分成两种情况，第一种情况是 P 和 P' 相交，第二种情况是 P 和 P' 不相交，下面分别进行讨论。

（1）P 和 P' 相交的情形

代表两个微量转动的向量，此时可以合成一个向量，和前面的公式（6-13）相同。

$$\Delta A' = \Delta\theta[P + (-1)^{n-1}P'] = \Delta\theta A'$$

这样把两次微量转动合成一个转动。求像空间任意一点位置的变化，只须求绕 A' 向量作一次微量转动即可。根据有限转动时像点位置变化的公式（6-2）：

$$\Delta r = (1-\cos\theta)[(r\cdot P)P - r] + \sin\theta(P\times r)$$

对微量转动来说，上式还可以进行简化，将上式中的三角函数用级数展开式中的第一项来代替，即可得出微量转动的位移公式如下：

$$\Delta r = \Delta\theta P \times r \tag{6-14}$$

上式中 $\Delta\theta P$ 代表微量转动向量，把它用像空间的合成转动向量代替，即得到像点的位移量公式：

$$\Delta r = \Delta A' \times r = \Delta\theta A' \times r \tag{6-15}$$

根据公式（6-2）的一个基本假设，表示像点位置的向量 r 的起点必须位在合成向量 A' 上，这个要求在这里也必须满足。下面举一个实例。

〔例 2〕 §6-9 中例 1 的五角棱镜，如果绕主截面内的对称轴旋转 0.5°，用微量转动公式求 F' 点的位移。

首先根据 P 求出 P'，同时求出 P 和 P' 的方向余弦，以及 r 的三个分量。这些和 §6-9 例 1 中对应部分完全相同，这里不再重复，直接引用前面的结果，

$$P = -0.7071i - 0.7071j$$

$$P' = -0.7071i + 0.7071j$$

$$r = -12.5i - 42.5j$$

根据公式（6-13）

$$A' = P + (-1)^{n-1}P'$$

将 $n=2$，以及 P 和 P' 一起代入上式得：

$$A' = -1.4142j$$

A' 显然是通过 P 和 P' 的交点 O，向量 r 也通过 O 点。将 A' 和 r 代入公式（6-15）得：

$$\Delta r = \Delta\theta(-1.4142j)\times(-12.5i - 42.5j) = -17.7\Delta\theta k$$

将 $\Delta\theta = 0.5° = 0.00875$ 代入上式，即得像点位移：

$$\Delta r = -0.155k$$

由此可知，F' 沿垂直于主截面的 z 轴反方向移动了 0.155。

（2）P 和 P' 不相交的情形

如果 P 和 P' 不相交，就不能把它们合成一个向量，因此也就不能用一个微量转动来代替两个微量转动，而只能分别求出这两个微量转动产生的位移。由于位移量很小，因此在忽略高次小量的条件下，可以直接把这两个微小位移按向量相加，作为像点的总位移量。由此得到以下公式：

$$\Delta r = \Delta\theta P \times r_p + (-1)^{n-1}\Delta\theta P' \times r_{p'} \qquad (6\text{-}16)$$

式中 r_p 为向量 P 上任意一点到像点的向量，而 $r_{p'}$ 则为 P' 上任意一点到像点的向量。下面举一个例子。

〔例 3〕 假如 § 6-9 中例 2 的空间棱镜绕同样的转轴转 0.5°，用微量转动公式求像点 F' 的位移。

和前面一样，首先求 P，P'，a，r。这可直接引用 § 6-9 中例 2 的结果：

$$P' = k,\ P = i,\ a = -10j,\ r = -10i + 20k$$

由图6-44得：

$$r_p = \overrightarrow{O_1F'} = r = -10i + 20k$$

$$r_{p'} = \overrightarrow{O_2F'} = -a + r = -10i + 10j + 20k$$

将 P，P'，r_p，$r_{p'}$，$n=2$ 代入公式 (6-16) 得：

$$\Delta r = \Delta\theta(i) \times (-10i + 10j + 20k) - \Delta\theta(k) \times (-10i + 20k)$$

$$= \Delta\theta(10k - 10j)$$

将 $\Delta\theta = 0.5° = 0.00875$ 代入上式得：

$$\Delta r = -0.0875j + 0.0875k$$

即为 F' 的位移向量。

§ 6-11 炮队镜光轴偏和像倾斜调整方案的分析

在 § 5-9 中曾经提到，对于双眼观察仪器，要求左右两个镜管的光轴平行，并且没有相对像倾斜。由于金属零件和光学零件的加工装配误差，这些要求一般不能自动满足，必须在光学系统的最后装校过程中进行调整。最常用的调整方法就是微量转动或移动棱镜。棱镜的移动，只产生光轴位移，不产生像倾斜，分析起来比较简单，可以直接根据光轴在棱镜中的光路来确定，所以主要是分析棱镜转动的问题。

这一节我们以炮队镜为例，用上节的微量转动公式，综合分析整个光学系统光轴偏和像倾斜的调整方案。

炮队镜是一种双眼仪器，它的光学系统如图6-47所示。整个系统由一个望远系统和一个平面镜棱镜系统组合而成。平面镜棱镜系统是由一块平面镜和一个90°∧3 的靴形屋脊棱镜所组成。它一方面产生一定的潜望高，同时起倒像作用。平面镜和棱镜就是两个可以用来调整光轴偏和像倾斜的零件。确定仪器合理的调整方案，就是要找出用哪个零件来调整哪一种偏差最方便、最有效。在设计仪器的金属结构时，必须保证这些零件调整的可能性，和足够的调整范围。为了找出最合理的调整方案，首先要对系统中每个平面镜和棱镜的调整可能性进行全面的分析。

1. 平面反射镜的调整可能性

在选择系统的调整方案时，最理想的是能够在系统中找出只影响像倾斜或者只影响

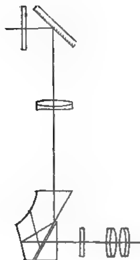


图 6-47

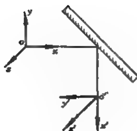


图 6-48

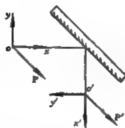


图 6-49

光轴偏的调整因素。这样在装校仪器时可以分别调整光轴偏和像倾斜，这样调整最为方便。对单个平面镜来说，如图 6-48 所示，绕垂直于主截面的 z 轴转动时，系统的入射光轴在垂直方向上将产生二倍的光轴偏，而不产生像倾斜。因此，用它来调整系统垂直方向的光轴偏十分有效。

为了分析平面镜对水平方向的光轴偏以及对像倾斜的影响，我们只要讨论平面镜绕主截面内的轴线转动即可。由于平面反射镜在平行光路中工作，所以只需要考虑像的方向，而无需考虑像空间的位置。由于微量转动可以合成，所以和前面 § 6-10中例 1 分析五角棱镜一样，首先分别讨论棱镜绕 x 轴和 y 轴的转动。

平面镜绕 x 轴转动，如图6-48所示，这时：

$$P=x=-y';\ P'=x';\ n=1$$

代入公式（6-13）得：

$$\Delta A'(x)=\Delta\theta[P+(-1)^{n-1}P']=\Delta\theta(-y'+x')$$

平面镜绕 y 轴转动，如图 6-48 所示，有：

$$P=y=-x';\ P'=y';\ n=1$$

代入公式（6-13）得：

$$\Delta A'(y)=\Delta\theta(y+y')=\Delta\theta(-x'+y')=-\Delta\theta(-y'+x')$$

由以上结果可以看到，当平面镜分别绕 x 轴和 y 轴转动时，对应的合成向量 A' 位于同一直线上，只是相差一个符号，无论绕 x 轴或 y 轴转动，总是同时产生等量的光轴偏和像倾斜。平面镜绕主截面内任意轴的微量转动，可以把它分解成 y 轴和 x 轴上的两个分量。因此，对光轴偏和像倾斜的影响也都是相同的，所不同的只是绕不同方向的轴转动时，灵敏度不一样。当绕 x 和 $-y$ 的合成向量的方向转动时，灵敏度最大，它也就是主截

面内和反射面平行的方向，如图 6-49 所示。在这个方向上$P'=P$，因此

$$\Delta A'=2\Delta\theta P,\quad |\Delta A'_{\xi}|=\sqrt{2}\Delta\theta,\quad |\Delta A'_{\eta}|=-\sqrt{2}\Delta\theta$$

以上是对平面镜独立分析的结果，如果联系到整个系统，当通过望远系统观察时，像倾斜保持不变，但是光轴偏却在像空间被放大了Γ倍（Γ为望远系统的视放大率）。因此，从像空间来看，端部平面镜转动引起的像倾斜和光轴偏分别为$\sqrt{2}\Delta\theta$ 和$-\sqrt{2}\Gamma\Delta\theta$。二者数量上为 1 与Γ之比。

2．底部靴形屋脊棱镜的调整可能性

从上面对端部平面反射镜的分析可以知道，利用端部平面反射镜绕垂直于主截面的轴转动时，可以调整系统的高低光轴偏，而不产生像倾斜。绕主截面内与平面反射镜平行的轴转动时，产生水平光轴偏和像倾斜，但是对整个系统的像空间来说，光轴偏和像倾斜之比等于系统的放大率Γ与 1 之比，所以产生的像倾斜相对来说是比较小的。因此系统像倾斜的调整必须依靠转动底部棱镜来实现。

由于底部靴形屋脊棱镜在会聚光中工作，像空间绕出射光轴的转动相当于像倾斜，而像点的位移则产生光轴偏。因此讨论像倾斜的问题只需要考虑像空间的方向，而讨论光轴偏的问题只需要考虑像点的位置。下面讨论像倾斜。首先找对像倾斜最灵敏的转轴方向。由于靴形屋脊棱镜总反射次数为三次，光轴反射次数为两次，因此当棱镜绕垂直于主截面的轴转动时，像空间方向不变，不产生像倾斜。所以对像倾斜最灵敏的转轴必然位在主截面内。

由图6-50，当棱镜绕x轴或y轴转动时，由公式（6-13）得：

$$\Delta A'(x)=\Delta\theta(x'+x)=\Delta\theta(x'-y')$$
$$\Delta A'(y)=\Delta\theta(y'+y)=\Delta\theta(y'+x')$$

由以上两式可知，当棱镜绕（$x+y$）轴转动，则：

$$\Delta A'(x+y)=2\Delta\theta x'$$

此时像空间合成转动的转轴与出射光轴x'重合，对像倾斜最灵敏，对应的棱镜转轴与$x+y$的方向一致，如图 6-50 所示。

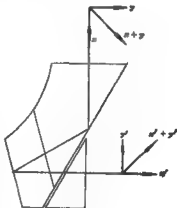


图 6-50

由上面的分析可知，当棱镜绕（$x+y$）轴转动时，出射光轴方向不变，但是出射光轴的位置仍然可能发生变化。光轴位置的变化产生像点位移，由于棱镜在非平行光路中工作，像点位移产生光轴偏。像点位移不仅和转轴方向有关，而且和转轴的位置有关。我们希望在转轴方向和（$x+y$）一致的条件下，找出一个不引起像点移动的转轴位置。这样用转动棱镜调整像倾斜时就不会产生光轴偏了，这当然是最有利的。

下面我们就来找这个转轴位置。图6-51（a）和（b）分别为靴形屋脊棱镜的正视图和侧视图，假定棱镜的通光口径为D，有关尺寸都标注在图形上。屋脊棱镜的主截面必须通过屋脊棱，光轴位在主截面内。由于像倾斜只和转轴方向有关而与转轴位置无

关，因此转轴P既可以位在主截面内，也可以位在主截面外。根据屋脊面的成像性质，P和P'必定位在与主截面对称的两个平面内，它们和主截面的距离都等于a，如图6-51(b)所示。如果$a=0$，则P和P'均位在主截面内。在图6-51(a)中P在主截面上的投影与入射光轴的交点为P，离入射面的距离为l_1，则P'的投影和出射光轴的

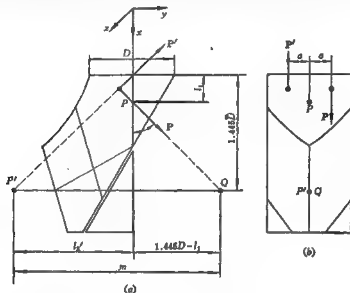


图 6-51

交点P离开出射面的距离l_2'为

$$l_2'=l_1-\frac{L}{n}=l_1-\frac{2.98D}{n}$$

假定棱镜的玻璃材料为$K9$，折射率$n=1.5163$则，

$$l_2'=l_1-1.965D$$

由图6-51(a)，设P'，Q两点之间的距离为m，

$$m=-l_2'+(1.445D-l_1)=-2l_1+3.41D$$

由于棱镜绕P转动时，合成转动向量A'与出射光轴同向，因此出射光轴方向不变，只能产生平移，光轴上任意一点的位移量都相等。我们计算光轴上P'点的位移。由图6-51(a)和(b)我们可以找到P，P'，$r_P=\overrightarrow{QP'}-ak$，$r_{P'}=ak$的解析表示式如下：

$$P=0.7071i+0.7071j$$

$$P'=-0.7071i+0.7071j$$

$$r_P=-mj-ak$$

$$r_{P'}=ak$$

将P，P'，r_P，$r_{P'}$ $n=3$一并代入公式(6-16)得，

$$\Delta r=\Delta\theta(P\times r_P+P'\times r_{P'})=\Delta\theta(1.4142aj-0.7071mk)$$

上式中的第一项代表像点沿出射光轴方向的移动，它将引起光学系统产生视差。数

使棱镜的转动不产生视差，则必须使 $a=0$，即棱镜的转轴必须位在主截面内。与 m 有关的第二项代表像点在垂直主截面方向上的移动，在系统的像空间将产生水平光轴偏。欲不产生光轴偏，必须使 $m=0$，即 P 和 P' 在主截面上的投影相交在出射光轴上。根据前面得到的 m 的公式有：

$$m=-2l_1+3.41D=0,\ 即\ l_1=1.705D$$

它就是我们所要找的不产生光轴偏的转轴位置，如图 6-52 所示。

从上面对靴形屋脊棱镜调整可能性的分析可知，用它来调整象倾斜的最理想的转轴方向和位置是：位在主截面内，与入射光轴夹角 45°，和入射光轴的交点到入射面的距离等于 $1.705D$，表示在图 6-52 中。棱镜绕这样的轴转动时，对像倾斜最灵敏，而不产生光轴偏和视差。

上面分析了端部平面镜和底部靴形屋脊棱镜的调整可能性，在此基础上就可以确定整个系统的调整方案了。利用端部平面反射镜绕垂直于主截面的轴转动，以调整系统的高低光轴偏，在调整过程中不会带来其他的偏差。用平面反射镜绕主截面内与反射镜平行的轴的转动来调整系统的水平光轴偏，但同时要产生少量像倾斜。系统像倾斜的调整依靠底部棱镜的转动来实现，棱镜的转轴位置和方向应该尽量和前面找到的只产生像倾斜不产生光轴偏和视差的理想转轴位置和方向相一致，这样调整像倾斜时就不会影响其他偏差。

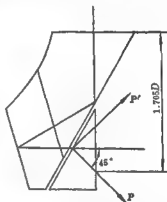


图 6-52

调整的步骤显然应该首先利用端部平面镜调整高低和水平光轴偏，然后利用底部棱镜来调整像倾斜，如果转轴和理想转轴位置一致，则不会影响已经调整好的光轴偏和视差。在设计光学仪器机械结构的时候应该保证这种调整的可能性和足够的调整范围。

§6-12 平行玻璃板的成像性质和棱镜的外形尺寸计算

在§6-4 中曾提到，用棱镜代替平面镜，相当于在系统中多加了一块平行玻璃板。现在就来研究一下玻璃板的成像性质。

公式（6-8）为

$$l_2'=l-\frac{L}{n}$$

式中 L 为玻璃板的厚度，n 为玻璃的折射率、l 为物平面对第一面的物距，l_2' 为像平面对第二面的像距。利用上述公式可以直接由物平面位置求出通过平行玻璃板以后的像平面位置。

由于光线通过平行玻璃板时入射和出射光线永远平行，所以物空间和像空间的会聚角 u 和 u' 相等，同时物、像空间的折射率也相等。根据放大率公式：

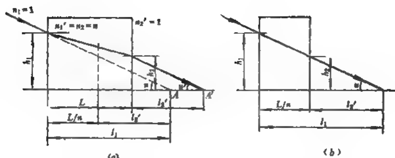


图 6-53

$$\gamma=\frac{n'}{n}=1,\quad \beta=\frac{nn}{n'n'}=1,\quad \alpha=\frac{nn^2}{n'n'^2}=1$$

所以平行玻璃板只是使像平面的位置发生移动，而并不影响系统的光学特性。

由上面得到的公式 $l_2'=l_1-L/n$ 可以看到，物平面经过厚度为 L，折射率为 n 的平行玻璃板后，由平行玻璃板的第二个表面到像平面的距离和通过厚度为 L/n 的空气层后由空气层的第二个表面到像平面的距离相等，如图 6-53 所示。光线在平行玻璃板表面的投射高也和在空气层表面的投射高相同。我们把 L/n 叫做厚度为 L 折射率为 n 的平行玻璃板的"相当空气层厚度"，用 e 表示：

$$e=\frac{L}{n} \tag{6-17}$$

利用相当空气层的概念，进行像平面位置和棱镜外形尺寸计算十分方便。下面结合具体实例进行说明。

假如一个薄透镜组，焦距为 100，通光口径为 20。利用它使无限远物体成像，像的直径为 10。在距离透镜组 50 处加入一个五角棱镜，使光轴折转 90°，求棱镜的尺寸和通过棱镜后的像面位置。

由于物体位在无限远，像平面位在像方焦面上。根据给出的条件，全部成像光束位于一个高为 100，上底和下底分别为 10 和 20 的梯形截面的锥体内，如图 6-54(a)所示。

棱镜第一个表面的通光直径为

$$D_1=\frac{20+10}{2}=15$$

由表 6-1 可查得 90°-2 的五角棱镜展开以后的平行玻璃板厚度为

$$L=3.414D=3.414\times15=51.21$$

假如玻璃的折射率 $n=1.5163$，根据公式（6-17）平行玻璃板的相当空气层厚度为

$$e=\frac{L}{n}=\frac{51.21}{1.5163}=33.8$$

因此，通过棱镜后像平面离开棱镜出射表面的距离为

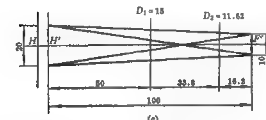
$$l_2'=50-e=50-33.8=16.2$$

棱镜出射表面的通光口径为

$$D_2=10+(20-10)\frac{16.2}{100}=11.62$$

图 6-54(b) 是根据以上计算结果作出的实际光学系统图。

由上面的例子可以看出，把玻璃板换算成相当空气层来进行棱镜的外形尺寸计算相当方便。但是，相当空气层厚度的公式（6-17）是根据近轴光学公式推导出来的，当光束在棱镜表面的入射角较大时，就要产生误差。例如光轴在 0°-1 立方棱镜表面的入射角为 45°，以及对另外一些转角较大的转动棱镜，光束的入射角也可能出现较大的数值。在这些情况下，上面的公式（6-17）就不能应用，必须导出新的公式。



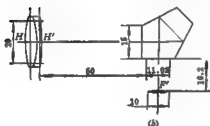


图 6-54

如图 6-55 所示，假如入射光线 P_1A 在棱镜入射面上的入射角为 $-I$，折射角为 $-I'$，光线在出射面上的投射点为 P_2。通过 P_2 作光轴的平行线和入射光线 P_1A 交于一点 K，通过 K 点作光轴的垂直线和光轴交于一点 N，O_1N 即为相当空气层的厚度。为了和前面的相当空气层厚度相区别，用 E 表示。由图得到：

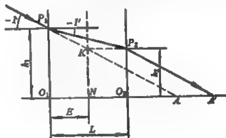


图 6-55

$$E=O_1A-NA$$

由$\triangle P_1O_1A$ 和$\triangle KNA$ 得：

$$O_1A=\frac{h_1}{\text{tg}(-I)};\quad NA=\frac{h_2}{\text{tg}(-I)}=\frac{h_1-L\cdot\text{tg}(-I')}{\text{tg}(-I)}$$

将 O_1A、NA 代入公式得：

$$E=L\frac{\text{tg}\,I'}{\text{tg}\,I}=\frac{L}{n}\cdot\frac{\cos I}{\cos I'}$$

式中 n 为棱镜玻璃的折射率。由上式看到，这里的相当空气层厚度 E 和前面公式（6-17）中的 e 相比，区别是增加了一项 $\cos I/\cos I'$，令 $k=\cos I/\cos I'$，则上式变为

$$E=k\cdot\frac{L}{n};\quad k=\frac{\cos I}{\cos I'} \tag{6-18}$$

一般棱镜的材料都用 K_9 玻璃，$n=1.5163$。为了使用方便，我们把不同入射角 I

对应的 k 值列入表 6-3 中。

表 6-3

I	10°	20°	30°	40°	50°	60°
k	0.99	0.97	0.92	0.85	0.75	0.61

由表 6-3 可以看到，当入射角 I 小于20°时，应用前面的公式（6-17）误差不大。当 I 大于20°时，才需要考虑修正系数 k，表中没有列入的 I 角所对应的 k 值可以按表进行插值。

计算举例 假设直角棱镜的口径为10，如果棱镜转动45°，则入射和出射光轴平行，如图 6-56(a)所示，求这时的光束口径。

将棱镜展开以后玻璃板厚度 $L=10$，棱镜材料为 K_9，$n=1.5163$，$I=45°$，由表 6-3 进行插值求得 $k=0.8$，将以上数值代入公式（6-18），得：

$$E=\frac{10}{1.5163}\times 0.8=5.28$$

按相当空气层厚度作图，如图 6-56(b)所示，由图得光束口径 D 为

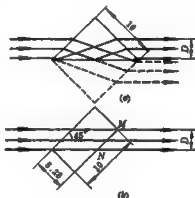


图 6-56

$$D=MN\cdot\sin 45°=(10-5.28)\times 0.7071=3.34$$

以上结果和 § 6-4 中按实际光路计算得到的结果完全相同。显然这里的计算过程比前面要简单得多。

§ 6-13 共轴球面系统和平面镜棱镜系统的组合

目前实际使用的光学仪器，大都是平面镜棱镜系统和共轴球面系统的组合。前面已经分别讨论了共轴球面系统和平面镜棱镜系统的成像性质，这一节将讨论一下二者组合的方法和注意事项。

首先讨论共轴球面系统和平面镜系统组合的情形。

第一 共轴球面系统和平面镜系统组合时，共轴球面系统中的各个透镜组和平面反射镜的配合次序不受限制，因为平面镜可以使任意空间的物体理想成像。例如把图 6-57(a) 中的共轴球面系统和图 6-57(b) 中的平面镜系统组合时，可以任意地组合成图 6-58(a)、(b)、(c) 等各种形式。

第二 为了保持系统的共轴性，共轴球面系统中各个透镜组的光轴，必须和平面镜系统中的同一共轭轴线相重合，也就是使各个透镜组的光轴在平面镜系统中构成一条共轭轴线。否则，共轴球面系统的对称性将被破坏，展开后各透镜组的光轴也不重合。

第三 为了保持共轴球面系统的光学特性不变，必须使各透镜组之间的间隔不变，即沿着光轴由 O_1 到 O_2 的总距离永远等于 6-57(a)中 O_1O_2 之间的原有距离。如果距离

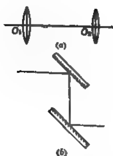


图 6-57

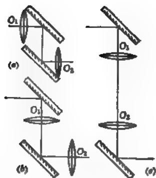


图 6-58

不等，系统的成像性质就要改变。

如果系统中有棱镜，则相当于除了平面镜以外，在系统中另外加入了一块平行玻璃板。因此还必须注意以下几个问题：

第一　如果共轴球面系统的光轴和棱镜的入射表面不垂直（例如0°-1立方棱镜），则该棱镜只能放在平行光束中，否则将破坏系统的共轴性。

第二　必须考虑平行玻璃板产生的像面位移。如图6-59，假如共轴球面系统的两个透镜组之间加入一块平行玻璃板，前一透镜组所成的像通过平行玻璃板以后，像的大小不变，但像平面却产生了一个位移 $A'A''=L\left(1-\frac{1}{n}\right)$。为了使后一个透镜组的成像特性不变，必须使通过玻璃板以后的像平面到该透镜组的距离和没有加入平行玻璃板以前的距离相等。因此，后组透镜也要位移一个相同的距离$\left(L-\frac{L}{n}\right)$。所以，在有棱镜的光学系统中沿着光轴计算的各透镜组之间的间隔应等于共轴球面系统的原有间隔加上棱镜所引起的像平面位移。由于平行玻璃板成像并不符合理想，所以在设计共轴球面系统时，实际上应把玻璃板看作是整个共轴球面系统的一部分来加以考虑。

图 6-59

在确定整个系统的成像方向时，可先分别地确定平面镜棱镜系统和共轴球面系统的成像方向。如果共轴球面系统成倒像，则整个系统的成像方向与平面镜棱镜系统的成像方向相反；如果共轴球面系统成正像，则整个系统的成像方向与平面镜棱镜系统的成像方向相同。

§6-14　棱镜的偏差

根据§6-4对棱镜性质的讨论知道，在共轴系统中用棱镜代替平面镜，相当于系统

中增加了一块平行玻璃板。玻璃板的两个表面对应棱镜的入射面和出射面。为了保持共轴系统的特点，棱镜的结构必须满足以下两个要求：

1 棱镜展开后，玻璃板的两个表面应互相平行；

2 如果棱镜位于非平行光束中，则共轴系统的光轴必须与玻璃板的入射和出射表面相垂直。

如果由于棱镜存在几何形状的误差而使展开成玻璃板后，前后两个表面不互相平行，这将破坏系统的共轴性。这种不平行性，我们称之为棱镜的"光学平行差"。它代表棱镜误差的大小。

一 光学平行差的分类

光学平行差根据产生原因的不同，可分为"第一光学平行差"和"第二光学平行差"，分别以符号 θ_I 和 θ_{II} 来表示。

第一光学平行差——θ_I 表示棱镜展开以后的玻璃板在主截面内的不平行度误差。它是由于棱镜主截面内角度的误差而产生的。例如直角棱镜 90°-I（如图 6-60 所示）的第一光学平行差是由于主截面内两个 45° 角（∠A 和∠B）不相等而引起的。

第二光学平行差——θ_{II} 表示棱镜展开后的玻璃板在垂直于主截面方向上的不平行度误差。它是由棱镜的各个棱的几何位置误差所造成的。这种棱的位置误差称为"棱差"或"尖塔差"。例如图 6-61 所示的直角棱镜，棱的正确位置应该是三个棱互相平行，或者说直角棱应该与所对弦面平行。如果不平行，则称为"棱差"或"尖塔差"。

第一光学平行差 θ_I 和主截面内角度误差的关系，以及第二光学平行差 θ_{II} 和棱差的关系随棱镜的形状而不同，在"光学仪器设计手册"中可以查到。

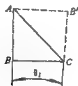


图 6-60

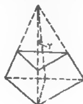


图 6-61

图 6-62

二 屋脊棱镜的双像差

一个理想的屋脊棱镜，两屋脊面之间的夹角应该严格等于90°。如果不等，一束平行光射入棱镜，经过两个屋脊面反射后成为两束相互之间有一定夹角的平行光，因而出现双像。这两束平行光之间的夹角，称为屋脊棱镜的双像差，以 S 表示。

双像差和屋脊角误差 δ 之间的关系从图 6-62 中可以看出，当入射平行光束位于屋脊棱的垂直面内时，经过两屋脊面反射后，形成夹角为 $4n\delta$ 的两束平行光。n 为棱镜材料的折射率，由此得到

$$S = 4n\delta$$

当光束与屋脊棱的垂直面成 ω 角度时，屋脊角误差和双像差的关系变为

$$S = 4n\delta\cos\omega \tag{6-19}$$

例如直角屋脊棱镜，$\omega = 45°$，代入上式得

$$S = 4n\delta\cos\omega = 4n\delta\frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}n\delta$$

本 章 小 结

一　平面镜是平面镜棱镜系统最基本的组成单元。

平面镜能使空间任意物点理想成像。物与像的空间形状对应关系为

奇数个平面镜：成镜像物——像大小相等，形状不同，物空间的左手坐标在像空间成为右手坐标，物平面按顺时针转动，则像平面按逆时针转动；

偶数个平面镜：物像大小和形状全同。

二　确定平面镜棱镜系统成像方向的方法。

(一) 单一主截面的平面镜棱镜系统

1　垂直主截面的 z 轴

没有屋脊面或者有偶数个屋脊面时，z' 与 z 同向；有奇数个屋脊面时，z' 与 z 反向。

2　位于主截面内的 y 轴

光轴同向：主截面内光轴反射次数为偶数，y' 与 y 同向；反射次数为奇数，y' 与 y 反向。

光轴反向：主截面内光轴反射次数为偶数，y' 与 y 反向；反射次数为奇数，y' 与 y 同向。

主截面内的反射次数，屋脊面只计算一次；系统的总反射次数，屋脊面计算两次。

3　与光轴重合的 x 轴

沿着光轴进行的方向，即为 x' 与 x 的对应方向。

(二) 具有两个以上互相垂直的主截面的平面镜棱镜系统

可以将系统划分成几个单一主截面的棱镜系统，利用前面单一主截面平面镜棱镜的方法，逐步地确定整个系统的成像方向。

在 x'、y'、z' 三个坐标中，只要任意地确定了两个，第三个就可以根据系统的总反射次数和物像空间的坐标关系来确定。一般 x' 的方向是已知的，因此 y' 和 z' 中只要用前面的规则确定了其中的一个，另一个就可以根据总反射次数来确定。

三　棱镜转动

(一) 背追定理的符号表示式

$$[A'] = [(-1)^{n-1}\theta P'] + [\theta P] \tag{6-1}$$

(二) 棱镜作有限转动时，任意像点位置和像空间方向的计算

1　像点位置的计算公式

P 和 P' 相交时：

$$r_2 = AA'r \tag{6-6}$$

$$\Delta r = r_2 - r = (AA' - I_0)r \tag{6-7}$$

P和P'不相交时：

$$r_2 = AA'r - (A - I_0)a \tag{6-9}$$

$$\Delta r = r_2 - r = (AA' - I_0)r - (A - I_0)a \tag{6-10}$$

2　单位向量方向的计算公式

$$r_{02} = AA'r_0 \tag{6-11}$$

（三）棱镜作微量转动时，任意像点位置和像空间方向的计算

1　像点位置的计算公式

P和P'相交

$$\Delta r = \Delta A' \times r = \Delta\theta A' \times r \tag{6-15}$$

$$A' = P + (-1)^{n-1}P'$$

P和P'不相交：

$$\Delta r = \Delta\theta P \times r_P + (-1)^{n-1}\Delta\theta P' \times r_{P'} \tag{6-16}$$

2　像空间方向的计算公式

$$\Delta A' = \Delta\theta A',\ A' = P + (-1)^{n-1}P' \tag{6-13}$$

四　棱镜的偏差

光学平行差——棱镜展开成玻璃板后，入射和出射表面的不平行度误差。

第一光学平行差 θ_I——主截面方向的不平行度；

第二光学平行差 θ_{II}——垂直主截面方向的不平行度。

双像差 S——屋脊棱镜的屋脊角不等于 90° 就要出现双像，称为双像差。

习　题

1．根据单个平面镜的成像性质，物象大小相等但形状不同，成"镜像"。为什么日常人们对镜自照时，一般不易感觉到镜中所成的像和自己的实际形像不同？

2　如果要求图6-3中的周视瞄准镜光轴俯仰±15°，问端部直角棱镜应俯仰多大角度？

3．确定本书中遇到的平面镜棱镜系统的成像方向；确定表6-1和表6-2中各种棱镜的成像方向，它们有什么规律性？

4．要求利用棱镜的转动改变系统的出射光轴位置，但不改变光轴的方向和像的方向，应该用什么样性能的棱镜？

5．在§6-8例2中所要设计的棱镜系统，如果要求系统中不能使用屋脊棱镜，该系统如何组成？

6　军用双眼观察望远镜的光学系统如图6-1(b)所示，试分析如何调整光轴偏和像倾斜。

7　由两个直角棱镜90°-1胶合成主截面互相垂直的空间复合棱镜，试分析利用这种棱镜调整光轴偏和像倾斜的可能性。

8．假定望远镜物镜的焦距为80mm，通光口径为20mm，半视场角$\omega = 5°$，在它后面50mm处放一个直角屋脊棱镜90°2，求棱镜的尺寸和像面位置。

第七章　光学系统中的成像光束和光阑

前面已经分别研究了共轴球面系统和平面镜棱镜系统的成像性质。实际的光学系统都是由若干透镜组和平面镜棱镜系统组成的。每个光学零件都有一定的大小，能够进入系统成像的光束总是有一定限度的。决定每个光学零件尺寸的是系统中成像光束的位置和大小，因此在设计光学系统时，都必须考虑如何选择成像光束的位置和大小的问题。这就是本章所要讨论的内容。

不同的光学系统中，选择成像光束位置的原则也不同。在这一章中分析了几种不同类型的光学系统中选择成像光束的原则，并通过对这些具体仪器的分析来掌握选择成像光束的一般规律。

§7-1　照相机和光阑

在第五章中讲眼睛的构造时曾说过，人的眼睛中的虹膜能随着外界光线的强弱改变瞳孔的直径。进入眼睛的光能量将随着瞳孔的直径的改变而改变。当外界景物过亮时，瞳孔就缩小，以减少进入眼睛的光能量，避免过度刺激视神经细胞；当外界景物较暗时，虹膜自动收缩，瞳孔直径加大，使进入眼睛的光能量增加。

照相机的构造实际上与眼睛很相似。图 7-1 就是一个简单的照相机的示意图。前面的透镜相当于人眼的水晶体，用来使外界景物成像。景物通过透镜以后在感光底片K上成一倒像。底片的作用相当于人眼的网膜。透镜的后面还有一个和人眼虹膜的作用相似的圆孔MN，其作用为限制到达感光底片上一个点的成像光束口径。这种限制成像光束的圆孔称为"光阑"。照相机中光阑的孔径一般是可以改变的，用以调节光能量。当外界景物较亮时，可以缩小光阑口径；反之，当景物较暗时，可以加大光阑口径，使像平面上的光能量不致过多或过少。这种孔径可以改变的光阑称为"可变光阑"。

至于成像的范围（视场）则是由照相机的底片框AB的大小确定的。超出了底片框的范围，光线被遮拦，底片就不能感光。

在光学系统中，不论是限制成像光束的口径，或者是限制成像范围的孔或框，都统称为"光阑"。限制进入光学系统的成像光束口径的光阑称为"孔径光阑"。例如，照相机

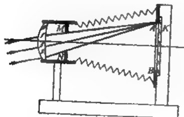


图　7-1

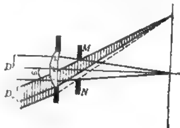


图　7-2

中的可变光阑 MN 即为孔径光阑。限制成像范围的光阑称为“视场光阑”。例如，照相机的底片框 AB 就是视场光阑。另外光学系统中由于折射面和镜筒内壁的反射而产生的杂光，会降低像平面的对比，因此在一些要求较高的长焦距照相物镜中，必须设置几个光阑以遮拦杂光，限制进入光学系统杂光的光阑称为“消杂光光阑”。

实际上，光学系统中每个光学零件的外框，如透镜框、棱镜框，都能起到限制光束的作用，也可以看作光阑。例如图 7-1 所示的简单照相机中，当透镜口径一定时，视场角超过某一范围，成像光束就不能充满孔径光阑 MN，而被透镜框切割，如图 7-2 所示。它虽然不限制轴上点成像光束的口径，但对视场边缘成像光束口径仍有限制作用。

由图 7-2 可以看到，这时斜光束的宽度比轴上点的光束宽度小，因此像平面边缘部分比像平面中心暗，这种现象称为“渐晕”。假定轴向光束口径为 D，视场角为 ω 的斜光束在子午截面内的光束宽度为 D_ω，则 D_ω 与 D 之比称为“线渐晕系数”，用 K_D 表示

$$K_D = \frac{D_\omega}{D} \tag{7-1}$$

轴外光束截面面积与轴上光束截面面积之比称为“面渐晕系数”，用 K_S 表示。

为了缩小光学零件的外形尺寸，实际光学系统中视场边缘一般都有一定的渐晕。视场边缘的线渐晕系数有的达 0.5，即视场边缘成像光束的宽度只有轴上点光束宽度的一半，有的甚至更小些。

根据上面的分析，显然可以看到，在有渐晕时，斜光束的宽度不单由孔径光阑的口径确定，而且还与其余光学零件或光阑的口径有关。这就是说，在有渐晕时，仅仅是轴上像点或靠近光轴的像点的成像光束口径，才由孔径光阑确定，视场边缘部分的成像光束口径，则还与其它光阑的直径有关。因此要了解整个视场内不同部分像点的成像光束，仅仅知道孔径光阑的口径和位置是不够的，必须考虑系统中所有光阑的影响。后面我们将仔细的研究这个问题。

§7-2　望远系统中的成像光束

一般军用光学仪器中的望远系统，都是由若干光学零件和光阑组合而成。系统中限制光束的情况比较复杂。如何选择成像光束的问题，直接影响到系统中各个光学零件尺寸和整个仪器的大小。在设计光学系统时必须很好地考虑。下面结合两个实际光学仪器——双目望远镜和周视瞄准镜加以说明。

一　双目望远镜

双目望远镜的光学系统如图 7-3 所示。它由一个物镜，两个棱镜，一个分划镜和一组目镜构成。有关光学性能数据如下：

视放大率：$\Gamma = 6\times$

出射光束口径：$D' = 5\text{mm}$

成像范围（视场角）：$2\omega = 8°30'$

出瞳距离：$l'_z \sim 11\text{mm}$

物镜焦距：$f'_物 = 10[illegible]\text{mm}$

目镜焦距：$f'_目 = 1[illegible]\text{mm}$

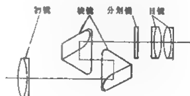


图　7-3

如果把棱镜展开，并将展开以后的平行玻璃板用相当空气层代替，则系统便成为图7-4的形式。

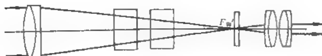


图 7-4

首先看轴上点成像光束的传播情况。根据系统光学性能的要求，以及入射和出射光束口径的关系式（5-6），有

$$\Gamma=\frac{D}{D'}$$

将$\Gamma=6$，$D'=5\text{mm}$代入上式，得$D=30\text{mm}$。即系统入射光束的口径应等于30mm。平行光束经过物镜聚焦以后，显然应会聚在物镜的像方焦点$F'_物$上。光束通过分划镜以后，又经过目镜组的会聚，仍然以平行光束出射。出射光束的口径为5mm。

由图中可以看到，对轴向光束来说，物镜的口径最大。

显然，系统中各个光学零件的通光口径不得小于对应的轴向光束的口径。由于仪器有一定的视场，单是根据轴向光束的口径还不能决定系统中每个零件的尺寸。根据光学特性，系统的视场角$2\omega=8°30'$，也就是要求和光轴倾斜角$\omega=4°15'$的轴外光束也能通过系统成像。如果要求轴外光束的出射口径和轴向光束相同，等于5mm，即边缘视场没有渐晕，则入射斜光束的口径也要等于30mm。为了保证斜光束的通过，它所要求的各个光学零件的尺寸不仅和光束口径有关，而且和所选取的成像光束的位置有关。例如图7-5中，分别取两束口径为30mm的斜平行光束$a-a$和$b-b$，它们和光轴的夹角都等于望远镜的视场角$\omega=4°15'$。这两束光线通过物镜以后，显然应聚交在分划镜上的同一点，对应的像高根据无限远物体理想像高的计算公式（3-47）为

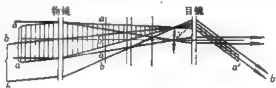


图 7-5

$$y'=-f'_物\cdot\text{tg}\,\omega=8\text{mm}$$

分划镜的通光直径等于两倍的像高，即

$$D_分=2y'=16\text{mm}$$

显然，分划镜框就起了照相机中底片框的作用，限制了系统的视场，它就是系统的"视场光阑。"视场光阑在物空间的像称作入射窗，在像空间的像称作出射窗。入射窗和出射窗对整个系统是共轭的。

除了分划镜的口径完全确定而外，为了保证这两束光线能够通过系统成像，它们所要求的各个光学零件的通光直径并不相同。$a-a$光束要求的物镜口径小，等于轴向光束的口径即可，但棱镜和目镜的口径要求比轴向光束的口径大。$b-b$光束则要求物镜

的口径比轴向光束的口径大。棱镜的尺寸虽然也要求比轴向光束的口径要大，但比 $a-a$ 光束增加得少些。目镜的口径则要比 $a-a$ 光束所要求的口径大些。由于轴向光束在物镜上的口径已经比较大（$D=30$mm），再要加大，物镜的尺寸就更大了，而轴向光束在棱镜和目镜上的口径相对来说要小得多，适当加大它们的口径是允许的，所以实际仪器中采用的是 $a-a$ 光束的情况，如图 7-6 所示

图 7-6

这时无论是轴上像点或者是轴外像点，成像光束的口径都是由物镜框确定的。因此，物镜框就是系统的“孔径光阑”。

孔径光阑在系统像空间所成的像称为“出瞳”，如图中 O' 所示。出瞳的直径显然就等于出射光束的口径 D'。出瞳 O' 离开系统最后一个表面的距离称为“出瞳距离”，通常用 l'_z 表示。不同视场角成像的斜光束必然都通过孔径光阑，它们通过系统以后在像空间也必然通过出瞳。为了使人眼能同时看到整个视场，必须使不同视场角的出射光束能同时进入人眼，显然只有把人眼的瞳孔放到 O' 点附近才有可能。如果出瞳距离太短，则眼睛无法放到 O' 点，就可能看不到全视场，所以出瞳距离不能小于一定限度。

为了保证人眼瞳孔和仪器出瞳重合，而眼睛睫毛又不致和透镜最后一个表面相碰而妨碍观察，仪器所需要的最小出瞳距离大约为 6mm。在军用光学仪器中，由于考虑到加眼罩和在戴防毒面具的情况下仍能观察，出瞳距离一般为 20mm 左右。

由此可见，出瞳直径和出瞳距离都是目视光学仪器的重要光学特性。

和出瞳相对应，我们把孔径光阑在物空间的共轭像称为“入瞳”，入瞳和出瞳对整个系统来说显然是物和像的关系。在上面举的例子中，孔径光阑就是物镜框，它的前面已没有光学零件，因此入瞳就是物镜框本身。而出瞳就是物镜框通过整个系统以后所成的像。入瞳的位置和直径代表了入射光束的位置和口径，而出瞳的位置和直径则代表了出射光束的位置和口径。

二　周视瞄准镜

为了对望远系统中的光束限制有更进一步的认识，下面我们再来分析比双目望远镜更复杂的周视瞄准镜的光束限制情况。周视瞄准镜的光学系统如图 7-7 所示。如果把系统中的棱镜展开并把展开以后的玻璃平板用相当空气层代替，则系统成为图 7-8 的形式。它的光学特性如下：

视放大率：$\Gamma=3.7\times$

物方视场角：$2\omega=10^\circ$

出瞳直径：$D'=4$mm

出瞳距离：$l'_z=20$mm

物镜焦距：$f'_物=80$mm

目镜焦距：$f'_目=21.6\text{mm}$

和前面分析双目望远镜一样，首先察看轴向光束。根据仪器的光学特性要求，出瞳

图 7-7

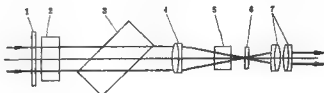


图 7-8

直径 $D'=4\text{mm}$，也就是出射光束的口径。根据入射光束的口径D和出射光束的口径 D' 之间的关系式（5-6），得

$$D=\Gamma D'=3.7\times 4=14.8\text{mm}$$

轴向光束的光路如图 7-8 所示。由图中可以看到，轴向光束在保护玻璃 1 、直角棱镜 2 、道威棱镜 3 以及物镜 4 上的口径都等于14.8mm，在其它光学零件上的口径便大大缩小。

根据视场角的要求，分划镜的直径，即视场光阑直径应为

$$D_{分}=2y'=-2f'_{物}\cdot\text{tg}\,\omega=14\text{mm}$$

为了确定系统中其它光学零件的尺寸，必须选择轴外点成像光束的位置，也就是确定入瞳或孔径光阑的位置。和前面双目望远镜相似，为了使系统中各个光学零件的尺寸比较均匀，应该把孔径光阑选在前面四个光学零件上。但究竟应选在其中的哪一个零件上呢？我们认为选在道威棱镜上最合理，因为在相同的通光口径下，道威棱镜的体积最大。因此希望它的通光口径尽量小。同时，它位于前面四个光学零件的中间位置，其它光学零件和它比较靠近，当斜光束通过时，它们的口径比轴向光束的口径加大较少。实际的光学系统中就是采用这种方案。

如果取道威棱镜的通光口径等于轴向光束的口径，则道威棱镜就起着孔径光阑的作用。由于道威棱镜有一定的长度，它在像空间的共轭像在光轴方向上也有一定的范围，所以出瞳距离就无法确定，必须作新的规定。

如前所述，对一个光学系统出瞳距离的要求，实际上就是对系统出射光束位置的要求。因此，当孔径光阑像的位置不确定的情形下，可以直接根据光束位置来确定出瞳位置。

现在来分析周视瞄准镜的情形。由于道威棱镜有一定长度，和光轴成一定夹角的斜光束被棱镜的两端所切割，斜光束宽度小于轴向光束口径，存在渐晕，如图 7-9 所示。

斜光束的中心光线，如图中 Z-Z 光线，称为“主光线”。主光线通过系统以后和光轴的交点 O' 决定了像空间出射光束的位置，我们就把它作为出瞳位置。系统的出瞳距离就等于出射主光线和光轴交点到系统最后一面的距离。当系统没有渐晕时，主光线显然通过孔径光阑中心。因此出射主光线和光轴的交点就是孔径光阑在像空间的共轭像的位

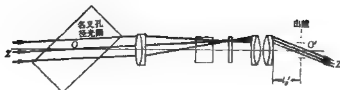


图 7-9

置，也就是出瞳的位置。和出瞳相对应，入射主光线和光轴的交点位置就是入瞳的位置。所以在有两个或两个以上的光阑的直径和轴向光束口径相同的情况下，系统的入瞳，出瞳，孔径光阑的位置，可根据实际成像光束的主光线来确定。例如在上面的周视瞄准镜中，就把入射和出射主光线和光轴交点的位置作为入瞳和出瞳的位置；而把系统中主光线和光轴的交点，即道威棱镜的中点，作为孔径光阑。

根据上面的分析可知，周视瞄准镜中整个视场都有渐晕，但不同视场的主光线和光轴交点的位置是不变的，可以根据主光线的位置找到确定的入瞳和出瞳。但是在有些光学系统中，并不是所有视场都存在渐晕，而是当视场大于一定范围才开始有渐晕。例如，在多数望远系统中，为了减小目镜或棱镜的尺寸，视场边缘允许有较大的渐晕，而视场中央则没有渐晕。例如图7-10中的望远系统，当视场小于 ω_0 时，没有渐晕；大于ω_0时，开始有渐晕，视场边缘的渐晕达50%。在这样的系统中，一般按视场中央没有渐晕的部分来确定系统的孔径光阑和出瞳的位置。因此，图中物镜框仍是孔径光阑，出瞳就是物镜框通过系统所成的像。但这时边缘视场成像光束的中心光线就不再通过入瞳、出瞳和孔径光阑中心，有时二者可能相差很大。为了区别起见，我们把边缘视场出射光束的中心光线和光轴的交点称为"眼点"，眼点到系统最后一面的距离称为"眼点距离"，用 L'_z 表示。

图 7-10

当系统的成像光束位置（即孔径光阑位置）和渐晕大小确定以后，就可以计算出各个光学零件的尺寸。因此，如何选择成像光束位置，即如何限制光束，是进行光学系统外形尺寸计算时首先需要考虑的问题。

通过对前面两个实际光学仪器选择成像光束的分析可以看到，光学系统中成像的光束位置，即系统的光束限制情况，直接影响仪器的外形尺寸和各个光学零件的大小和重量。在军用光学仪器中，对它们都有比较严格的要求。因此，在这些仪器中，大都根据外形尺寸来选择系统的成像光束位置，决定系统中限制光束的方式。

通过对几个具体仪器的分析，我们把如何选择成像光束位置的要点归纳如下：

1. 首先确定轴向光束在系统中的光路，以及它们在每个光学零件或光阑上的口径。因为在系统光学特性确定的情况下，轴向光束的口径便完全确定了。

2. 所谓选择成像光束的位置，实际上就是选择轴外像点的成像光束位置。由于轴外光束的位置在光学特性不变的条件下，可以改变，这就产生了选择什么样的成像光束

位置最为有利的问题。成像光束位置不同主要是影响各个光学零件的口径。为了使系统中各个光学零件的口径比较均匀，一般都使轴外光束的主光线，通过轴向光束口径最大的光学零件或光阑中心，即把它们作为孔径光阑，这个光学零件或光阑的口径就等于轴向光束的口径。

在有些仪器中，根据具体使用要求也可能对系统中成像光束的位置提出一定的要求，例如后面将要讲到的远心光路。因此如何确定轴外像点的成像光束位置，必须进行具体分析。

在成像光束位置确定以后，系统中各个光学零件的口径也就完全决定了，同时也就可以找到相应的入瞳、出瞳、孔径光阑和眼点的位置。用它们来概略的表示系统中成像光束的位置。在设计光学系统的时候，我们的注意力应该集中在如何根据具体的情况，选择最有利的轴外光束位置。而决不能离开光束的位置抽象的讨论如何确定入瞳、出瞳和孔径光阑的位置问题，这样做实际上是舍本求末。在成像光束位置确定的情况下，实际上并不一定需要找出它们对应的入瞳、出瞳或孔径光阑的位置。

3．实际光学系统中，对成像光束的限制情况是十分复杂的。例如有的有渐晕；有的没有渐晕；有的中心视场没有渐晕，而边缘视场有渐晕；有的虽有渐晕，但主光线和光轴交点位置不变；有的随着渐晕改变主光线和光轴交点的位置改变。因此入瞳、出瞳和孔径光阑这些名词在不同情况下实际含义就有所差别，我们不必过分注意这些名词的不同含义。因为我们所关心的本质问题是系统中成像光束的位置和大小。下面我们再就各种不同情况下这些名词的含义作些说明。

（1）当光学系统没有渐晕时，孔径光阑既确定了轴向光束的口径，也确定了轴外光束的口径，因此孔径光阑就是限制光束口径的光阑。孔径光阑在物空间的共轭像称为入瞳，在像空间的共轭像称为出瞳。通过孔径光阑中心的光线就是光束的对称轴线，称为主光线，入射主光线和光轴的交点，就是孔径光阑中心在物空间的共轭点，也就代表了入瞳的位置。同理出射主光线和光轴交点的位置就是出瞳位置。因此也可以通过确定主光线的位置来确定入瞳、出瞳或孔径光阑的位置。

（2）如果中心视场没有渐晕，而边缘视场有渐晕。一般按没有渐晕的那部分视场来确定孔径光阑、入瞳或出瞳位置。这时孔径光阑只决定没有渐晕的这一部分视场的光束口径，而有渐晕的边缘视场的光束口径，不仅和孔径光阑有关，而且和其他光阑也有关。

（3）当系统中有两个或两个以上光阑的口径和轴向光束的口径相同时，除了轴上点而外，其他像点都有渐晕，并随着视场角的加大渐晕逐渐增加。这时可根据轴外斜光束的主光线位置来确定入瞳、出瞳和孔径光阑的位置。例如前面所讲的周视瞄准镜中道威棱镜的两个端面，就是和轴向光束口径相同的两个光阑。根据主光线的位置，相当于孔径光阑位在道威棱镜的中点，而实际上那里并没有限制光束的光阑。

（4）随着视场角的增加，由于渐晕使主光线和光轴交点的位置发生变化，一般则按近轴区内的主光线和光轴交点的位置来确定入瞳、出瞳和孔径光阑。如果边缘视场出射光束的主光线和光轴交点的位置与近轴区内出射光束的主光线和光轴交点的位置相差很远，必要时，则把边缘视场出射主光线和光轴的交点，称为“眼点”，眼点到系统最后一面的距离，称为“眼点距离”，用 L_z' 表示，它和出瞳距离 l_z' 一起作为光学系统的一

个特性指标。如果二者相差不大，一般就不必加以区分。

（5）在有些目视光学仪器中，系统的后面不存在实际出瞳，例如伽里略望远镜、低倍单片放大镜。当与人眼配合使用时，人眼瞳孔也起限制光束作用。在这种情况下，人眼瞳孔可认为是孔径光阑，也是出瞳，它在物空间的像就是入瞳。

4．限制光学系统成像范围的光阑称为视场光阑，视场光阑必须和系统的实像平面重合，或者和实像平面接近，才能使系统具有一个清晰的视场边界。例如照相机的底片框，刻卜勒望远镜中的分划镜框。在有的光学系统中，不存在实像平面。例如伽里略望远镜，在这种系统中无法设置视场光阑，因此也就没有视场光阑。随着视场角的加大，渐晕增加，光束口径逐渐减小，最后消失。视场边缘存在一个由亮到暗的过渡区域，但没有清晰的视场边界。

§7-3 显微镜中的光束限制和远心光路

显微镜也是由物镜和目镜所组成，在一般情况下，系统中成像光束的口径由物镜框限制，物镜框就是孔径光阑，如图7-11所示。

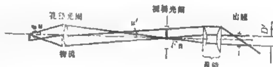


图 7-11

位于目镜物方焦面上的圆孔光阑或分划镜框限制了系统的成像范围，成为系统的视场光阑。

在显微镜中，成像范围不用视场角表示，而直接用成像物体的最大尺寸表示。一般显微镜视场光阑的直径大约为 20mm，它就决定了物镜的视场。根据放大率公式：

$$\beta=\frac{y'}{y}\quad 或\quad y=\frac{y'}{\beta}$$

将 $y'=20$mm 代入上式，得显微镜的最大线视场为

$$y_{max}=\frac{20}{\beta}\tag{7-2}$$

例如一个 40× 的显微镜物镜的最大线视场只有 0.5mm。

显微镜物镜成像光束的大小，一般用轴上点光束和光轴的最大夹角 u 和 u' 表示，如图7-11所示，称为“孔径角”。u 称为“物方孔径角”，u' 称为“像方孔径角”。

如图7-11所示，假定显微镜出射光束的口径为 D'，则物镜的像方孔径角 u' 应为

$$u'=\frac{D'}{2f'_{目}}$$

根据物像空间不变式（3-34）。

$$\beta=\frac{y'}{y}=\frac{nu}{n'u'}\quad 或\quad nu=\beta\cdot n'u'$$

对显微物镜来说，n' 显然等于 1。将 u' 代入上式，得

$$nu=\beta\frac{D'}{2f'_{目}}$$

根据公式（3-22）

$$\beta = -\frac{x'}{f'} = -\frac{\Delta}{f'_物}$$

考虑到上式的关系，得

$$nu = \frac{D'}{2}\cdot\frac{-\Delta}{f'_物\cdot f'_目}$$

上式右边后面这一项就是显微镜系统组合焦距的倒数 $\frac{1}{f'}$ 。根据显微镜的视放大率公式（5-8）

$$\Gamma = \frac{250}{f'} \quad 或 \quad \frac{1}{f'} = \frac{\Gamma}{250}$$

这样，

$$nu = D'\frac{\Gamma}{500} \tag{7-3}$$

显微镜物方孔径角和折射率的乘积 nu 称为"数值孔径"，用 NA 表示。

当显微镜的出射光束直径为 1mm 时，由公式（7-3）得

$$NA = \frac{\Gamma}{500} \tag{7-4}$$

上式表示不同视放大率要求的显微镜物镜数值孔径值。数值孔径是显微镜物镜的重要性能指标之一，一般与放大率一起标注在物镜的镜管上，如图 7-12 所示。

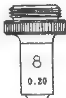


图 7-12

由上式看到，欲得到较高的视放大率 Γ，则必须用数值孔径较大的物镜。增大数值孔径的方法首先是增大物方孔径角 u，其次也可以增加物方介质的折射率 n，即把物体浸在高折射率液体中，譬如油中，那么 n 就是油的折射率。这就是在高倍显微镜中采用浸液物镜的理由。

在设计显微镜物镜时，根据视放大率即可由公式（7-4）求出所需要的 NA 值，从而确定显微镜物镜的数值孔径。例如，一个采用 15× 目镜的显微镜，使用一个 3× 的物镜，则系统总的视放大率为

$$\Gamma = \beta\cdot\Gamma_目 = 3\times 15 = 45\times$$

将 $\Gamma = 45\times$ 代入公式（7-4），得

$$NA \geqslant \frac{\Gamma}{500} = \frac{45}{500} = 0.09$$

一般 3× 的显微镜物镜的数值孔径取为0.1。

在某些用于测量的显微镜中，往往需要在物镜的像方焦平面上加入一个光阑作为系统的孔径光阑，以消除由于像平面位置的误差所引起的测量误差。如图7-13（a）所示，物体 AB 通过物镜成像于 $A'B'$。如果在像平面 $A'B'$ 上测量出像的高度 y'，则根据共轭面的放大率就能求得物体的高度 AB。测量标尺或分划镜离开物镜的距离是一定的，对应的放大率是一个不变的常数，可以预先测定。但是，如果物平面的位置不准确，如图中 A_1B_1 所示，则相应的像平面 $A'_1B'_1$ 和标尺不重合。假定孔径光阑和透镜框重合，并且 A_1B_1 等于 AB，即如图7-13（a）的情形，则 $A'_1B'_1$ 两点分别在标尺平面上形成两个

弥散圆，显然这时所测得的像高是两个弥散圆中心间的距离 y_1'，它小于 y'。这样按已知放大率求出来的物高也一定小于实际的物高，从而造成误差。

如果把孔径光阑安置在物镜的后焦面上，如图7-13(*b*)所示，这时即使像面 $A_1'B_1'$

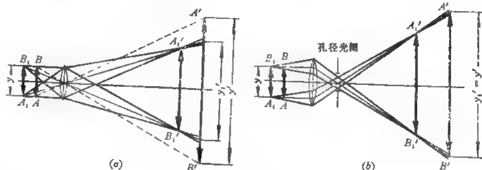


图 7-13

和 $A'B'$ 不重合，但两个弥散圆中心间的距离不变，总是等于 y'，因此不会影响测量结果。这时成像光束的特点是，入射光束的主光线都和光轴平行。孔径光阑位在物镜后焦面上，入瞳位在无穷远，因此把这样的光路称为"物方远心光路"。

在某些用于大地测量的物镜中，常常需要在物方焦平面处加一个光阑做为系统的孔径光阑，以消除由于像平面和标尺分划刻线面不重合而造成的测量误差。如图7-14(*a*)所示，已知高度为 y 的物体 AB 通过物镜成像于 $A'B'$。如果在像平面 $A'B'$ 上测量出像高 y'。根据图中几何关系可得

$$l=\frac{f'}{y'}y$$

其中 f'、y 已知，测得 y' 后，便可求得被测物体的距离。假定孔径光阑位在物镜框上，如果调焦不准，$A'B'$ 和标尺不重合，那么在标尺上形成两个弥散圆，二弥散圆中心间的距离 $y''\neq y'$，则造成测距误差。如果把孔径光阑安置在物镜的前焦面上，如图7-14(*b*)所示，由于出射主光线平行光轴，因此，即使像面 $A'B'$ 与标尺分划刻线面 $A''B''$ 不重合，也不会造成测距误差。

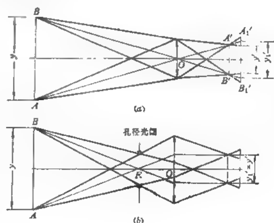


图 7-14

这样的光路称为"像方远心光路"。物方远心光路和像方远心光路统称"远心光路"，它不仅在测量显微镜和大地测量仪器中，而且在其它一些测量仪器中也得到应用。

§7-4 场镜的特性和应用

在一些复杂的光学系统中，系统各个部件的外形尺寸可能对成像光束的位置或者说对入瞳、出瞳位置提出一定的要求。例如在前面分析过的双目望远镜中，假定物镜和目镜的焦距按照系统的光学特性已经被确定，成像光束在系统中的光路也就确定了，如图7-15(a)所示。如果我们希望在系统光学特性不变，即物镜和目镜焦距不变的条件下，把出射光束在目镜上的投射高度降低一些，使目镜组的口径减小，由图7-15(b)可以看到，在像平面$F'_物$上加一个正透镜就可以达到此目的，而不会影响系统的光学特性。这是因为它和物镜所成的像重合，即物镜所成的像正好位于它的主平面上，通过它以后所成的像和原来像的大小相等，从而不会影响系统的成像特性。这样一种和像平面重合，或者和像平面很靠近的透镜称为"场镜"。由以上讨论可知，场镜能够改变成像光束的位置，而不影响系统的光学特性。

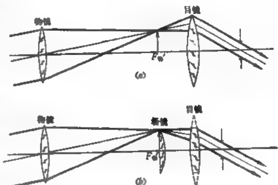


图 7-15

场镜在一些连续成像的组合系统中经常被采用。当两个系统组合在一起成像时，为了使前一个系统的出射光束都能进入后一个系统，而又不使后一个系统的通光口径过大，这就需要在中间像平面上加入一个场镜，如图7-16所示。物体AB先经前组透镜成像在$A'B'$。为了减小前组透镜的口径，把入瞳和前组透镜的镜框重合。$A'B'$将继续通过后组透镜成像，为了使成像光束能进入后组透镜，则后组透镜的口径将大到不堪设想的地步。如果在中间像平面$A'B'$处加入一个场镜，把成像光束向光轴折转，使主光线正好通过后组透镜中心，则后组透镜的口径便大大减小。

确定场镜焦距的方法，可以根据某一条光线通过场镜前后所要求的位置，用成像关系公式或组合系统的光路计算公式求得。例如在图7-16中，假定前组透镜到它的像平面

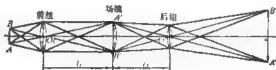


图 7-16

的距离$l'_1=150\text{mm}$，后组透镜离开中间像平面的距离$l_2=-100\text{mm}$，要求主光线既通过前组透镜的中心又通过后组透镜的中心，即要求前组透镜经过场镜以后正好成像在后组透镜上。写出物像关系式：

$$\frac{1}{l'}-\frac{1}{l}=\frac{1}{f'}$$

对于场镜，其 $l'=-l_2=100\text{mm}$，$l=-l'_1=-150\text{mm}$，把 l' 和 l 值代入上式，得

$$\frac{1}{f'}=\frac{1}{100}-\frac{1}{-150}$$

由方程式解出场镜的焦距 $f'=60\text{mm}$

§7-5　空间物体成像的清晰深度——景深

上面我们讨论光学系统的成像性质时，只讨论垂直于光轴的物平面，但是实际的景物都有一定的空间深度，本节就是研究空间的物体在同一个像平面上的成像情况。假定像平面 A' 的共轭面是 A，如图7-17所示。位在 A 平面前后的 A_1 和 A_2 二物平面，同样将通过光学系统成像，它们的像平面为 A'_1 和 A'_2，A 平面上的 B_1 点通过系统后成像于 A'_1 平面上的 B'_1 点，它在像平面 A' 上形成了一个光斑 Z'。同理 A_2 平面上的 B_2 点在 A' 平面上也形成一个光斑。如果光斑的直径很小，那末我们在像平面 A' 上仍然能够看清 A_1 和 A_2 物平面上各物点所成的像。例如照相机所拍摄的照片就是这种情况，照片上的景物并不都位在一个平面上，在基准物平面（即底片在物空间的共轭面）的前后一定距离范围内的景物，在照片上仍旧可以看清楚。但是，如果距离太远，在照片上就显得模糊不清。能在像面上获得清晰像的物空间深度，就是系统的景深。然而，能否看清这只是一个主观的相对概念。因此，它必须对一定的标准来说才有意义，同样景深也必须在一定的标准下才有意义，在几何光学中，将像平面上允许的最大光斑直径 Z' 作为景深的标准。下面我们来求一定光斑直径时的景深范围。

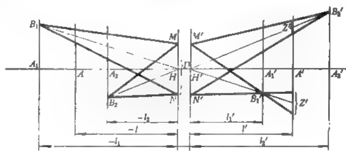


图　7-17

由图 7-17 可以得到：

$$\frac{Z'}{D}=\frac{l'-l'_1}{l'_1}\tag{7-5}$$

$$\frac{Z'}{D}=\frac{l'_2-l'}{l'_2}\tag{7-6}$$

公式中 D 表示主平面上对应的光束口径。假定物空间和像空间介质的折射率相同，对物平面 A 和 A_1 使用共轭点方程式，有：

$$\frac{1}{l'}-\frac{1}{l}=\frac{1}{f'},\quad \frac{1}{l'_1}-\frac{1}{l_1}=\frac{1}{f'}$$

两式相减通分后得到：

$$\frac{l'_1-l'}{l'_1 l'}=\left(\frac{1}{l}-\frac{1}{l_1}\right)$$

或者：

$$l'-l'_1=\left(\frac{1}{l_1}-\frac{1}{l}\right)l'_1 l'$$

代入公式（7-5）得：

$$\frac{Z'}{D}=\left(\frac{1}{l_1}-\frac{1}{l}\right)l'$$

由上式求解$\frac{1}{l_1}$，并将$\frac{1}{l'}$用$\left(\frac{1}{l}+\frac{1}{f'}\right)$代替得：

$$\frac{1}{l_1}=\frac{1}{l}+\frac{Z'}{D}\left(\frac{1}{l}+\frac{1}{f'}\right) \tag{7-7}$$

同理，利用公式（7-6）可以找到：

$$\frac{1}{l_2}=\frac{1}{l}-\frac{Z'}{D}\left(\frac{1}{l}+\frac{1}{f'}\right) \tag{7-8}$$

利用以上公式就可以根据像平面上的容许光斑直径Z'和主平面上的光束口径D，以及基准物平面A的位置l，计算出该物平面前后能够清晰成像的范围。由A_1平面到A_2平面的总距离，就是景深。将（7-7）、（7-8）两式相减得：

$$\frac{1}{l_1}-\frac{1}{l_2}=\frac{2Z'}{D}\left(\frac{1}{l}+\frac{1}{f'}\right) \tag{7-9}$$

下面我们根据公式（7-7）、（7-8）、（7-9）来讨论景深的有关性质。

1．容许的光斑直径越大，景深越大。

这一点从公式（7-9）很容易看到，Z'越大，$\frac{1}{l_1}-\frac{1}{l_2}$越大，也就是说，像的清晰度要求越低，景深就越大，例如有的摄影师，为了加大景深在镜头前面挂上窗纱，利用窗纱上产生的漫射光使像面变得柔和，同时也就加大了景深。

2．照相物镜的相对孔径和焦距与景深的关系。对照相物镜来说，物距l一般比焦距大得多。因此公式（7-9）可以近似写成：

$$\frac{1}{l_1}-\frac{1}{l_2}\approx\frac{2Z'}{Df'}=\frac{2Z'}{\left(\frac{D}{f'}\right)\cdot f'^2} \tag{7-10}$$

公式中的$\left(\frac{D}{f'}\right)$称为相对孔径。在后面第八章中将会知道，照相物镜像面的照度和相对孔径的平方成比例，因此它和焦距均是照相物镜重要的性能指标。由以上公式可以看到，照相物镜的景深和相对孔径$\left(\frac{D}{f'}\right)$成反比，相对孔径越大景深越小。为了加大景深，照像时在照明情况许可的条件下光圈应尽量取得小一些。在光圈相同的条件下，景深和焦距的平方成反比，焦距越小则景深越大。例如135"相机的景深比120"相机的景深大得多，因为同样视场角的135"相机物镜的焦距，要比120"相机物镜的焦距小。

3．如果我们要求最远的清晰范围直到无限远，即 $l_1=-\infty$，求最近的基准物平面位置和总的成像深度。

将 $l_1=-\infty$ 代入公式（7-7），并把相应的 l 用 l_∞ 表示，得到：

$$\frac{1}{l_\infty}+\frac{Z'}{D}\left(\frac{1}{l_\infty}+\frac{1}{f'}\right)=0$$

由上式求解 $\frac{1}{l_\infty}$，得：

$$\frac{1}{l_\infty}=-\frac{Z'}{Df'}\frac{1}{1+\frac{Z'}{D}} \tag{7-11}$$

上式中的 l_∞ 即为前方最远清晰范围直到无限远时，基准物平面的最近位置。

为了求总的成像深度，必须求出最近的清晰物平面位置，其值用 $l_{2\infty}$ 来表示，即 $l_2=l_{2\infty}$。将（7-11）式中的 l_∞ 代入（7-8）式，得到：

$$\frac{1}{l_{2\infty}}=-\frac{2Z'}{Df'}\frac{1}{1+\frac{Z'}{D}}=\frac{2}{l_\infty}$$

或

$$l_{2\infty}=\frac{1}{2}l_\infty \tag{7-12}$$

由无限远到 $l_{2\infty}$ 即为总的成像深度。

下面我们举出一个实际例子：已知照相机物镜的焦距 $f'=50\text{mm}$，像平面上容许的光斑直径为 0.05mm，物镜采用相对孔径为1∶10，要求最远的清晰范围直到无限远，求最近的基准物平面位置和总的成像深度。

根据已知条件，物镜采用的相对孔径为1/10，因此有：

$$D=\frac{f'}{10}=\frac{50}{10}=5\text{mm}$$

$$\frac{Z'}{D}=\frac{0.05}{5}=0.01$$

将 $\frac{Z'}{D}$ 代入公式（7-11）得：

$$\frac{1}{l_\infty}=-\frac{1}{f'}\frac{\frac{Z'}{D}}{1+\frac{Z'}{D}}=-\frac{1}{50}\frac{0.01}{1+0.01}$$

$$l_\infty=-5050\text{mm}=-5.05\text{m}$$

最近的清晰物平面根据公式（7-12）为：

$$l_{2\infty}=\frac{1}{2}l_\infty=-2.525\text{m}$$

第八章　辐射度学和光度学基础

发光体实际上是一个电磁波辐射源。光学系统可以看作是辐射能的传输系统。前面我们研究光学系统成像性质时，只是研究了有关辐射能传播方向的问题，而没有讨论光学系统中辐射能传输的数量问题。光学系统中传输辐射能的强弱，是光学系统除了光学特性和成像质量以外的另一个重要性能指标。波长在 400～760nm 范围内的电磁波称为"可见光"。研究可见光的测试、计量和计算的学科称为"光度学"；研究电磁波辐射的测试、计量和计算的学科称为"辐射度学"。

本章先介绍有关辐射度学和光度学的一些基本概念、基本量的定义和度量单位，以及有关的基本公式，作为研究光学系统中辐射能计算的基础，最后讨论几种有关辐射度和光度的计算问题。

§8-1　立体角的意义和它在光度学中的应用

在这一节我们介绍一个在光度学中常用的几何量——立体角。在平面几何中，把整个平面以某一点为中心分成 360° 或 2π 弧度。但是，发光体都是在它周围一定空间内辐射能量的，因此有关辐射能量的讨论和计算问题，将是一个立体空间问题。和平面角相似，我们把整个空间以某一点为中心，划分成若干立体角。立体角的定义是：一个任意形状的封闭锥面所包含的空间称为立体角，用 Ω 表示，如图 8-1 所示。

立体角的单位：假定以锥顶为球心，以 r 为半径作一圆球，如果锥面在圆球上所截出的面积等于 r^2，则该立体角为一个"球面度"(sr)。整个球面的面积为 $4\pi r^2$，因此对于整个空间有：

$$\Omega = \frac{4\pi r^2}{r^2} = 4\pi$$

即整个空间等于 4π 球面度。

下面举一个计算立体角的实例。如图 8-2 所示。假定一个圆锥面的半顶角为 α，求该圆锥所包含的立体角大小。

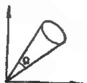


图　8-1

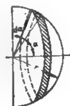


图　8-2

以 r 为半径做一圆球，假定在圆球上取一个 $d\alpha$ 对应的环带，则环带的宽度为 $rd\alpha$，环带半径为 $r\sin\alpha$，所以环带的长度为 $2\pi r\sin\alpha$，而环带的总面积为

$$dS = r d\alpha \cdot 2\pi r \sin\alpha = 2\pi r^2 \sin\alpha d\alpha$$

它对应的立体角为：

$$d\Omega = \frac{dS}{r^2} = 2\pi\sin\alpha\, d\alpha = -2\pi d\cos\alpha \tag{8-1}$$

将上式积分得：

$$\Omega = -\int_0^\alpha 2\pi d\cos\alpha = 2\pi(1-\cos\alpha)$$

或者

$$\Omega = 4\pi\sin^2\frac{\alpha}{2} \tag{8-2}$$

当 α 较小时，可用 $\frac{\alpha}{2}$ 代替 $\sin\frac{\alpha}{2}$，则得：

$$\Omega = \pi\alpha^2 \tag{8-3}$$

§8-2 辐射度学中的基本量及其计量单位

为了研究光学系统中辐射能传输的强弱问题，首先介绍辐射度学中常用的几个基本量及它们的计量单位。

一 辐射通量的定义及其单位

一个辐射体辐射的强弱，可以用单位时间内该辐射体所辐射的总能量来表示，称为"辐射通量"，用符号 Φ_e 表示，并采用一般的功率单位瓦特作为辐射通量的计量单位。实际上，辐射通量就是辐射体的辐射功率。

大部分辐射体的电磁波辐射，都有一定的波长范围，通常用图 8-3 所示的辐射通量的光谱密集度 $\Phi_{e\lambda}$ 曲线来表示辐射体的辐射通量按波长分布的特性。

图中纵坐标 $\Phi_{e\lambda}$ 的意义如下：

$$\Phi_{e\lambda} = \lim_{\Delta\lambda\to 0}\frac{\Delta\Phi_\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{d\Phi_\lambda}{d\lambda}$$

或写成

$$d\Phi_\lambda = \Phi_{e\lambda}d\lambda \tag{8-4}$$

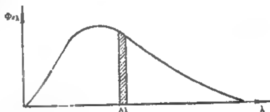


图 8-3

辐射体的总辐射通量，也即辐射体的总辐射功率为

$$\Phi_e = \int_0^\infty \Phi_{e\lambda}d\lambda \tag{8-5}$$

二 辐射强度的定义及其单位

上述的辐射通量只表示辐射体以辐射形式发射、传播或接受的功率大小，而不能表示辐射体在不同方向上的辐射特性。为了表示辐射体在不同方向上的辐射特性，我们在给定方向上取立体角 $d\Omega$，在 $d\Omega$ 范围内的辐射通量为 $d\Phi_e$，如图 8-4所示。我们把$d\Phi_e$

图 8-4

与 dΩ 之比称辐射体在该方向上的"辐射强度"，用符号 I_e 代表。

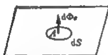
$$I_e = \frac{d\Phi_e}{d\Omega} \tag{8-6}$$

辐射强度的单位为瓦每球面度（W/sr）。

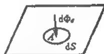
三　辐(射)出射度、辐(射)照度的定义及其单位

辐射强度表示辐射体在不同方向上的辐射特性，但不能表示辐射体表面不同位置的辐射特性。为了表示辐射体表面上任意一点 A 处的辐射强弱，在 A 点周围取微小面积 dS，不管其辐射方向，也不管在多大立体角内辐射，假定 dS 微面辐射出的辐射通量为 $d\Phi_e$，如图8-5(a)所示，则 A 点的辐（射）出射度为

$$M_e = \frac{d\Phi_e}{dS} \tag{8-7}$$



(a)



(b)

图 8-5

我们把 $d\Phi_e$ 与 dS 之比称作"辐（射）出射度"，单位为瓦每平方米（W/m²）。

如果某一表面被其它辐射体照射，如图8-5(b)所示。为了表示 A 点被照射的强弱，我们在 A 点周围取微小面积 dS，假定它接受辐射通量为 $d\Phi_e$，我们把微面 dS 接受的 $d\Phi_e$ 与 dS 之比称为"辐（射）照度"，用符号 E_e 表示，即

$$E_e = \frac{d\Phi_e}{dS} \tag{8-8}$$

辐（射）照度与辐（射）出射度的单位一样，也是瓦每平方米（W/m²）。

四　辐(射)亮度的定义及其单位

辐（射）出射度只表示辐射表面不同位置的辐射特性，而不考虑辐射方向，所以不能表示辐射体表面不同位置和不同方向上的辐射特性。怎样表示这种特性呢？如图8-6所示，在辐射体表面 A 点周围取微面 dS，在 AO 方向上取微小立体角 $d\Omega$，dS 在 AO 垂直方向上的投影面积为 dS_n，$dS_n = dS \cdot \cos\alpha$。假定在 AO 方向上的辐射强度为 I_e，我们把 I_e 与 dS_n 之比称为"辐(射)亮度"，用符号 L_e 表示

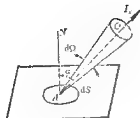


图 8-6

$$L_e = \frac{I_e}{dS_n} \tag{8-9}$$

辐（射）亮度等于辐射体表面上某点周围的微面在给定方向上的辐射强度除以该微面在垂直于给定方向上的投影面积。它代表了辐射体不同位置和不同方向上的辐射特性。单位为瓦每球面度平方米（W/(sr·m²)）。

§8-3　人眼的视见函数(光谱光视效率)

前面讨论的是辐射能的计量和计算问题，它不考虑辐射体所辐射的电磁波的波长，而只注意总能量的大小。辐射通量和辐射强度，只讨论辐射的功率和辐射体在指定方向上辐射功率的大小。它们都属于辐射度学的问题。

当人眼从某一方向观察一个辐射体时，人眼视觉的强弱，不仅取决于辐射体在该方向上的辐射强度，同时还和辐射的波长有关。前面说过，人眼只能对波长在400～760nm范围内的电磁波辐射产生视觉，在此波长范围内的电磁辐射称为可见光。即使在可见光范围内，人眼对不同波长光的视觉敏感度也是不一样的，对黄绿光最敏感，对红光和紫光较差，对可见光以外的红外线和紫外线则全无视觉反应。光度学中，为了表示人眼对不同波长辐射的敏感度差别，定义了一个函数$V(\lambda)$，称为"视见函数"（"光谱光视效率"）。

把对人眼最灵敏的波长$\lambda=555$nm 的视见函数规定为1，即$V(555)=1$。假定人眼同时观察两个位在相同距离上的辐射体A和B，这两个辐射体在观察方向上的辐射强度相等，A辐射的电磁波波长为λ，B辐射的波长为555nm，人眼对A的视觉强度与人眼对B的视觉强度之比，作为λ波长的视见函数$V(\lambda)$，显然$V(\lambda)\leqslant 1$。

不同人在不同观察条件下，视见函数略有差别，为统一起见，1971年国际光照委员会在大量测定基础上，规定了视见函数的国际标准。表8-1就是明视觉视见函数的国际标准。图8-7为相应的视见函数曲线。

有了视见函数就能比较两个不同波长的辐射体对人眼产生视觉的强弱。例如人眼同时观察距离相同的两个辐射体A和B，假定A和B在观察方向的辐射强度相等，辐射体A辐射波长600nm，辐射体B辐射波长500nm。由表8-1可得，$V(600)=0.631$，$V(500)=0.323$，这样辐射体A对人眼产生的视觉强度是辐射体B对人眼产生的视觉强度的0.631/0.323倍，即近似等于两倍。反之，欲使辐射体A和辐射体B对人眼产生相同的视觉强度，则辐射体A的辐射强度应该是辐射体B辐射强度的一半。

表8-1 明视觉视见函数国际标准

光线颜色	波长 (nm)	V_λ	光线颜色	波长 (nm)	V_λ
紫	400	0.0004	黄	580	0.8700
紫	410	0.0012	黄	590	0.7570
紫	420	0.0040	橙	600	0.6310
紫	430	0.0116	橙	610	0.5030
靛	440	0 0230	橙	620	0 3810
蓝	450	0.0380	橙	630	0.2650
蓝	460	0.0600	橙	640	0.1750
蓝	470	0.0910	橙	650	0.1070
蓝	480	0.1390	红	660	0.0610
蓝	490	0.2080	红	670	0.0320
绿	500	0 3230	红	680	0.0170
绿	510	0.5030	红	690	0.0082
绿	520	0.7100	红	700	0.0041
绿	530	0.8620	红	710	0.0021
黄	540	0.9540	红	720	0.00105
黄	550	0.9950	红	730	0.00052
黄	555	1.0000	红	740	0.00025
黄	560	0.9950	红	750	0.00012
黄	570	0.9520	红	760	0.00006

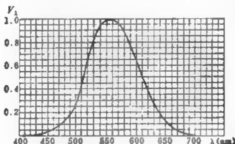


图 8-7

§8-4 发光强度、光通量和它们的计量单位

发光强度是光度学中的一个最基本的量，它和辐射度学中的辐射强度相对应，我们首先介绍它的意义。

某辐射体辐射波长为λ的单色光，在人眼观察方向上的辐射强度为I_e，人眼瞳孔对它所张的立体角为dΩ，则人眼接收到的辐射通量为

$$d\Phi_e = I_e d\Omega$$

根据视见函数的意义，人眼产生的视觉强度应与辐射通量$d\Phi_e$和视见函数$V(\lambda)$成正比，因此我们用

$$d\Phi = C\cdot V(\lambda)\cdot d\Phi_e \tag{8-10}$$

来表示该辐射产生的视觉强度。dΦ就是按人眼视觉强度来度量的辐射通量，称为"光通

量"。公式右边的常数C由$d\Phi$和$d\Phi_e$所采用的单位决定，为单位换算常数。我们把人眼所接收的光通量$d\Phi$与辐射体对瞳孔所张立体角$d\Omega$之比用I代表，它和辐射强度相对应称为"发光强度"。发光强度表示在指定方向上光源发光的强弱。

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega} \tag{8-11}$$

把公式（8-10）中的$d\Phi$代入公式（8-11）得

$$I = C \cdot V(\lambda) \cdot \frac{d\Phi_e}{d\Omega} = C \cdot V(\lambda) \cdot I_e \tag{8-12}$$

发光强度的单位为坎（德拉）(cd)。如果发光体发出的电磁波频率为540×10^{12}Hz的单色辐射（波长$\lambda=555$nm），且在此方向上的辐射强度为(1/683)W/sr。则发光体在该方向上的发光强度为1 cd(坎德拉)。坎（德拉）是光度学中最基本的单位，也是七个国际基本计量单位之一。根据坎（德拉）的定义，我们把

$$V(555)=1,\quad I_e=(1/683)\text{W/sr},\quad I=1\text{cd}$$

代入公式（8-12）得

$$C = 683(\text{cd}\cdot\text{sr})/\text{W}$$

把C代回公式（8-12）得

$$I = 683V(\lambda)I_e \tag{8-13}$$

以上公式中，辐射强度以W/sr为单位，发光强度以cd为单位。

由公式（8-11）可得

$$d\Phi = I d\Omega \tag{8-14}$$

光通量$d\Phi$的单位为流明（lm）。如果发光体在某方向上的发光强度为1cd，则该发光体辐射在单位立体角内的光通量为1lm，即

$$1\text{lm} = 1\text{cd}\cdot\text{sr}$$

我们把公式（8-10）中的系数$C\cdot V(\lambda)$用符号$K(\lambda)$表示，则有

$$K(\lambda) = C \cdot V(\lambda) = 683V(\lambda) \tag{8-15}$$

$K(\lambda)$称为λ波长的"光谱光视效能"，单位为(cd·sr)/W，显然它的最大值K_m为

$$K_m = 683(\text{cd}\cdot\text{sr})/\text{W}$$

称为"最大光谱光视效能"。将$K(\lambda)$代入公式（8-10）得

$$d\Phi = K(\lambda) d\Phi_e \tag{8-16}$$

以上公式中辐射通量$d\Phi_e$以瓦（W）为单位，光通量$d\Phi$以流明（lm）为单位。

在上面的讨论中，我们都假定辐射体的辐射为同一波长。但是自然界中实际辐射体的辐射都有一定的波长范围，对这类辐射体来说，求它们的光通量和辐射通量之间的关系时，应对公式（8-16）在整个波长范围内进行积分

$$\Phi = \int_{\lambda=0}^{\infty} d\Phi = \int_{\lambda=0}^{\infty} K(\lambda) d\Phi_e = \int_{\lambda=0}^{\infty} K(\lambda) \Phi_{e\lambda} d\lambda \tag{8-17}$$

我们用Φ和Φ_e之比K，表示发光体的发光特性。

$$K = \frac{\Phi}{\Phi_e} = \frac{\int_0^{\infty} K(\lambda)\Phi_{e\lambda} d\lambda}{\int_0^{\infty} \Phi_{e\lambda} d\lambda} \tag{8-18}$$

K称为发光体的“光视效能”。Φ的单位为流明（lm），Φ_e的单位为瓦（W），因此K的单位为流明每瓦（lm/W）。K表示辐射体消耗1W功率所发出的流明数。

在表 8-2 中列出了一些常用光源的光视效能。

表8-2　常用光源光视效能

光源种类	光视效能（lm/W）	光源种类	光视效能（lm/W）
钨丝灯（真空）	8～9.2	日光灯	27～41
钨丝灯（充气）	9.2～21	高压水银灯	34～45
石英卤钨灯	30	超高压水银灯	40～47.5
气体放电管	16～30	钠光灯	60

计算举例：一个功率（辐射通量）为60W的钨丝充气灯泡，假定它在各个方向上均匀发光，求它的发光强度。

根据表8-2，钨丝充气灯泡的光视效能为 9.2～21 lm/W，假定取它的平均值等于15 lm/W，则该灯泡所发出的总光通量为

$$\Phi = K\Phi_e = 15\times 60 = 900\ \text{lm}$$

由于假定光源向整个空间各方向均匀发光，根据发光强度的定义有

$$I = \frac{\Phi}{\Omega} = \frac{\Phi}{4\pi} = \frac{900}{4\pi} = 71.62\text{cd}$$

§8-5　光出射度和光照度

对于具有一定面积的发光体，表面上不同位置发光的强弱可能是不一致的。为了表示任意一点A处的发光强弱，在A点周围取微小面积dS，假定它发出的光通量为$d\Phi$（不管它的辐射方向和辐射范围立体角的大小），如图8-8（a）所示，A点的光出射度表示为

$$M = \frac{d\Phi}{dS} \tag{8-19}$$

公式所表示的光出射度，就是发光表面单位面积内所发出的光通量，与辐射度学中的辐（射）出射度相对应。在发光表面均匀发光的情况下，公式表示为

$$M = \frac{\Phi}{S} \tag{8-20}$$

反之，某一表面被发光体照明，为了表示被照明表面A点处的照明强弱，在A点周围取微小面积dS，它接收了$d\Phi$光通量，如图8-8（b）所示，则$d\Phi$与dS之比称作A点处的“光照度”，用下式表示

(a)　　(b)

图 8-8

$$E = \frac{d\Phi}{dS} \tag{8-21}$$

在均匀照明情况下，公式表示为

$$E = \frac{\Phi}{S} \tag{8-22}$$

光照度表示被照明的表面单位面积上所接收的光通量。与辐射度学中的辐（射）照度相对应。显然，光出射度和光照度具有相同的单位，不过是一个用于发光体，而另一个用于被照明体。它们的单位是勒克斯（lx），1 lx等于1m²面积上发出或接收 1 lm 的光通量。即1 lx = 1 lm/m²。

表 8-3 中列出了一些常见的光照度值。

计算举例：利用如图8-9所示的照明器，在15m远的地方照明直径为2.5m的圆面积，

表8-3　常见的物体光照度值

夜间天空在地面上产生的光照度	3×10^{-4} lx
满月在天顶时对地面产生的光照度	0.2
辨认方向所需要的光照度	1
晴朗夏天室内的光照度	100～500
太阳直照的光照度	100000

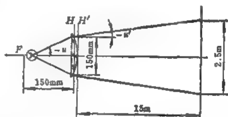


图　8-9

要求达到的平均照度为50 lx，聚光镜的焦距为150mm，通光直径也等于150mm。试求灯泡的发光强度和灯泡通过聚光镜成像后在照明范围内的平均发光强度，以及灯泡的功率和位置。

根据式（8-22），在均匀照明的情况下

$$\Phi = ES = 50\times\pi\times(1.25)^2 = 246 \text{ lm}$$

Φ为照明范围内接受的总光通量。

从图中看到，照明范围对应的光锥角u'为：

$$\text{tg}(-u') = \frac{1.25-0.075}{15} = 0.0783$$

或者

$$u' = -4.5^\circ$$

根据理想光学系统中光路计算公式

$$n'\text{tg}u' - n\text{tg}u = h\frac{n'}{f'}$$

将 $n = n' = 1$，$\text{tg}u' = -0.0783$，$h = 75\text{mm}$，$f' = 150\text{mm}$代入上式，得：

$$\text{tg}u = \text{tg}u' - \frac{h}{f'} = -0.0783 - \frac{75}{150} = -0.578$$

$$u = -30^\circ$$

对应的立体角可根据公式（8-2）求得：

$$\Omega' = 4\pi\sin^2\frac{u'}{2} = 4\pi\sin^2(2.25^\circ) = 0.0195\text{sr}$$

$$\Omega=4\pi\sin^2\frac{u}{2}=4\pi\sin^2(15^\circ)=0.845\text{sr}$$

照明空间的平均发光强度为：

$$I'=\frac{\Phi}{\Omega'}=\frac{246}{0.0195}=1.26\times10^4\text{cd}$$

假定忽略聚光镜的光能损失，则灯泡的发光强度为：

$$I=\frac{\Phi}{\Omega}=\frac{246}{0.845}=292\text{cd}$$

如果灯泡在各方向均匀发光，则灯泡所发出的总光通量为

$$\Phi=4\pi I=4\pi\times292=3670\ \text{lm}$$

若采用充气钨丝灯泡，假定光视效能$K=15$ lm/W，则根据公式（8-18）求出灯泡的功率为

$$\Phi_e=\frac{\Phi}{K}=\frac{3670}{15}=245\text{W}$$

灯泡的位置：

$$l=\frac{h}{\text{tg}u}=\frac{75}{-0.578}=-130\text{mm}$$

l为灯泡离开聚光镜物方主平面的距离。

从以上结果可以看到，照明空间的发光强度I'比原来灯泡的发光强度I大得很多，也就是说，可以利用光学系统大大地提高光源在某一方向上的发光强度。在探照灯中，照明方向上的发光强度可以达到上亿个坎（德拉）。

§8-6　光照度公式

假定点光源A照明一个微小的平面dS，如图8-10所示。dS离开光源的距离为l，其表面法线方向ON和照明方向成夹角α，假定光源在AO方向上的发光强度为I，则光源射入微小面积dS内的光通量为

$$d\Phi=Id\Omega$$

由图得到

$$d\Omega=\frac{dS\cos\alpha}{l^2}$$

代入上式，得

$$d\Phi=I\frac{dS\cos\alpha}{l^2}$$

根据光照度公式（8-21），则有

$$E=\frac{d\Phi}{dS}=\frac{I\cos\alpha}{l^2}\tag{8-23}$$

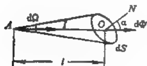


图　8-10

图　8-11

上式就是实际应用的光照度公式。从上式看出，被照明物体表面的光照度和光源在照明方向上的发光强度 I 及被照明表面的倾斜角 α 的余弦成正比，而与距离的平方成反比。以上由点光源导出的公式，对于光源大小与距离 l 比较起来不大的情况，同样可以应用。在应用以上公式时，I 以坎为单位，l 以米为单位，则 E 的单位为勒克斯。

上述的光照度公式常用来测量光源的发光强度。如图8-11所示，假定 A_1 为一个已知发光强度为 I_1 的标准光源，A_2 是一个待测光源，设它的发光强度为 I_2，用它们来照明两个同样的表面，改变两光源到照射表面的距离 l_1 和 l_2，当我们看到两表面的光照度相等时，以下关系显然成立：

$$\frac{I_1\cos\alpha}{l_1^2}=\frac{I_2\cos\alpha}{l_2^2}$$

或写成

$$\frac{I_1}{I_2}=\frac{l_1^2}{l_2^2}$$

根据已知的 I_1，并测出 l_1 和 l_2，代入上式即可求得待测光源的发光强度 I_2。

§8-7　光亮度的定义及其单位

仅仅有了光出射度还不足以充分表示出具有一定面积的发光体的全部发光特性，因为光出射度只表示单位面积上发出的光通量的多少，而不考虑辐射的方向，所以不能表示发光面不同方向的发光特性。光亮度则能表示发光表面不同位置和不同方向的发光特性。下面我们介绍光亮度的意义。

假定在发光面上 A 点周围取一个微小面积 dS，如图8-12所示。在某一方向 AO 的发光强度为 I，且 dS 在垂直于 AO 方向上的投影面积为 dS_n，则光亮度用下式表示：

$$L=\frac{I}{dS_n}=\frac{I}{dS\cdot\cos\alpha}\qquad(8-24)$$

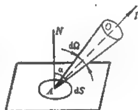


图　8-12

L 代表发光面上 A 点处在 AO 方向上的发光特性，它等于发光表面上某点周围的微面在给定方向上的发光强度除以该微面在垂直于给定方向的投影面积。光亮度与辐射度学中的辐亮度相对应。

光亮度的单位为坎（德拉）/米²(cd/m²)。假定 $I=1\text{cd}$，$dS_n=1\text{m}^2$，则光亮度 L 为1cd/m²。

下面我们求光亮度与光通量之间的关系。根据公式（8-11）

$$I=\frac{d\Phi}{d\Omega}$$

将上式代入公式（8-24），得：

$$L=\frac{I}{dS_n}=\frac{d\Phi}{dS\cdot\cos\alpha\cdot d\Omega}\qquad(8-25)$$

由公式（8-25）可知，光亮度表示发光面上单位投影面积在单位立体角内所发出的光

通量。

表8-4列出一些常见物体的光亮度。

表 8-4

光源名称	光亮度 (cd/m²)	光源名称	光亮度 (cd/m²)
在地球上看到的太阳	1.5×10^{9}	在地球上看到的月亮表面	2.5×10^{3}
普通电弧	1.5×10^{8}	人工照明下书写阅读时的纸面	10
钨丝白炽灯灯丝	$(5\sim15)\times10^{6}$		
太阳照射下漫射的白色表面	3×10^{4}	白天的晴朗天空	5×10^{3}

§8-8 发光强度余弦定律

大多数均匀发光的物体，不论其表面形状如何，在各个方向上的光亮度都近似一致。例如，太阳虽然是一个圆球，但我们看到在整个表面上中心和边缘都一样亮，和看到一个均匀发光的圆形平面相同，这说明太阳表面各方向的光亮度是一样的。下面讨论当发光体在各方向的光亮度相同时，不同方向上发光强度变化规律。

假定发光微面dS在与该微面垂直方向上的发光强度为I_0，如图8-13所示。设发光体在各方向上的光亮度一致，根据光亮度公式（8-24）有

$$L=\frac{I_0}{dS}=\frac{I}{dS\cdot\cos\alpha}$$

由上式得

$$I=I_0\cos\alpha \tag{8-26}$$

上式就是发光强度余弦定律，又称“朗伯定律”。该定律可用图8-14表示。符合余弦定律的发光体称作“余弦辐射体”或“朗伯辐射体”。

下面根据发光强度的余弦定律，求发光微面发出的光通量。

假定发光面的光亮度为L，面积为dS，如图8-15所示。求它在半顶角为u的圆锥内所辐射的总光通量。

图 8-13

图 8-14

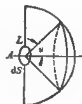


图 8-15

对公式（8-14）进行积分，得

$$\Phi=\int_0^{\Omega}I\,d\Omega$$

根据发光强度的余弦定律有：

$$I=I_0\cos\alpha$$

以A为球心，以r为半径作球面，在球面上取一个$d\alpha$的环带，它所对应的立体角

$d\Omega$根据公式（8-1）为：

$$d\Omega=-2\pi d\cos\alpha$$

将I和$d\Omega$的关系一并代入Φ的公式，则有：

$$\Phi=-\pi\int_0^u I_0 2\cos\alpha d\cos\alpha=-\pi\int_0^u I_0 d\cos^2\alpha$$

由此得到

$$\Phi=\pi I_0(1-\cos^2 u)=\pi L dS\sin^2 u \qquad (8\text{-}27)$$

如果发光面为单面发光，则发光物体发出的总光通量Φ，相当于以上公式中$u=90°$，则得

$$\Phi=\pi L dS \qquad (8\text{-}28)$$

如发光面为两面发光，则

$$\Phi=2\pi L dS \qquad (8\text{-}29)$$

计算举例：假定一个钨丝充气灯泡的功率为300W，光视效能为20lm/W，灯丝尺寸为$8\times8.5\text{mm}^2$，如图8-16所示，双面发光，求在灯丝面内的平均光亮度。

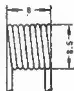


图 8-16

发光面所发出的总光通量为

$$\Phi=K\Phi_e=20\times300=6000\ \text{lm}$$

由于灯丝两面发光，则代入公式（8-29），得

$$L=\frac{\Phi}{2\pi dS}=\frac{6000}{2\pi\times8\times10^{-3}\times8.5\times10^{-3}}=1.4\times10^7\text{cd/m}^2$$

§8-9 全扩散表面的光亮度

在自然界中，我们所看到的大多数物体本身并不发光，而是被其它发光体照明以后，光线在物体表面进行漫反射。本节就是讨论不发光物体表面的光亮度问题。

如果被照明物体的表面在各方向上的光亮度是相同的，则称这样的表面为全扩散表面。全扩散表面具有余弦辐射特性。

假定一个全扩散表面dS，它的光照度为E，则根据公式（8-21），dS微面接收的光通量$d\Phi$为

$$d\Phi=EdS$$

假定该扩散表面的漫反射系数为ρ，则它所反射出来的总光通量$d\Phi'$为

$$d\Phi'=\rho d\Phi=\rho EdS$$

根据前面所述的全扩散表面的定义，表面光亮度L对各方向都是相同的，即符合发光强度余弦定律，因此可按照公式（8-28）求出表面发出的总光通量$d\Phi'$和光亮度L之间的关系为

$$d\Phi'=\pi LdS$$

将前面$d\Phi'$关系代入上式，则得

$$\pi LdS=\rho EdS$$

或写成

$$L=\frac{1}{\pi}\rho E \qquad (8\text{-}30)$$

上式就是全扩散表面的光亮度公式。公式中光照度以勒克斯（lx）为单位，光亮度的单位则为坎（德拉）每平方米（cd/m²）。

表 8-5 列出了一些常见表面的漫反射系数。

表8-5　物体表面漫反射系数值

照明表面	漫反射系数（%）	照明表面	漫反射系数（%）
氧化镁	96	粘土	16
石膏	91	月亮	10~20
雪	78	黑土	5~10
白纸	70~80	黑呢绒	1~4
白砂	25	黑丝绒	0.2~1

§8-10　光学系统中光束的光亮度

上面介绍了光度学的基本知识，现在开始进行光学系统中光能的讨论。为了全面地了解光学系统中光束光亮度变化的规律，我们对光束在均匀透明介质中传播和在两介质分界面上的折射和反射等三种情况分别加以研究。

一　均匀透明介质情形

假定A_1A_2直线为均匀透明介质中的一条光线，如图8-17所示。我们讨论该光线上的任意两点A_1和A_2在光线进行方向上的光亮度L_1和L_2之间的关系。在A_1和A_2两点垂直于光线的方向上分别取两个微面dS_1和dS_2。dS_1输入到dS_2内的光通量为$d\Phi_1$。

根据公式（8-25），且$\alpha=0°$，有

$$d\Phi_1=L_1dS_1d\Omega_1=L_1\frac{dS_1\cdot dS_2}{l^2}$$

式中l为dS_1到dS_2的距离。

同理得到从dS_2射出的光通量$d\Phi_2$为

$$d\Phi_2=L_2dS_2d\Omega_2=L_2\frac{dS_2\cdot dS_1}{l^2}$$

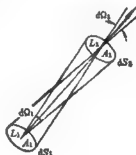


图　8-17

假定不考虑光能损失，则从dS_1输入到dS_2中的光通量应该等于dS_2所射出的光通量，即

$$d\Phi_1=d\Phi_2$$

由此得到

$$L_1=L_2 \tag{8-31}$$

根据以上讨论，我们可以得到如下结论：在均匀透明介质中，如果不考虑光能损失，则位于同一条光线上的各点，在光线进行的方向上光亮度不变。

二　折射情形

假定AO光线通过两介质的分界面P折射后进入第二种介质，如图8-18所示。以O点为球心，以r为半径作一球面，在球面上取一微面$ABCD$，所对应的立体角为$d\Omega_1$，由

图得到

$$d\Omega_1=\frac{dS_1}{r^2}=\frac{r\sin I_1 d\varphi r dI_1}{r^2}=\sin I_1 dI_1 d\varphi$$

假定入射光束的光亮度为L_1，在介质分界面上O点附近取一微面ΔS，设ΔS位于折射率为n_1的第一种介质内，则通过ΔS输出的光通量根据公式（8-25）有

$$d\Phi_1=L_1\Delta S\cos I_1 d\Omega_1=L_1\Delta S\cos I_1\sin I_1 dI_1 d\varphi$$

也可以把ΔS看作位于折射率为n_2的介质内，并设它的光亮度为L_2。假定$d\Omega_1$经过折射以后对应的立体角为$d\Omega_2$，同理可以找到与$d\Omega_1$相似的计算式

$$d\Omega_2=\sin I_2 dI_2 d\varphi$$

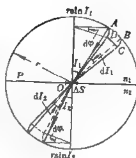


图 8-16

由ΔS输出的光通量为

$$d\Phi_2=L_2\Delta S\cos I_2 d\Omega_2=L_2\Delta S\cos I_2\sin I_2 dI_2 d\varphi$$

无论把ΔS看作位在n_1介质内还是位在n_2介质内，它所输出的光通量应该相同，即$d\Phi_1=d\Phi_2$。将$d\Phi_1$和$d\Phi_2$的公式代入上述等式，得

$$L_1\Delta S\cos I_1\sin I_1 dI_1 d\varphi=L_2\Delta S\cos I_2\sin I_2 dI_2 d\varphi$$

或者

$$\frac{L_2}{L_1}=\frac{\cos I_1\sin I_1 dI_1}{\cos I_2\sin I_2 dI_2}$$

根据折射定律有

$$n_1\sin I_1=n_2\sin I_2$$

微分上式，得

$$n_1\cos I_1 dI_1=n_2\cos I_2 dI_2$$

或者

$$\frac{\cos I_1 dI_1}{\cos I_2 dI_2}=\frac{n_2}{n_1}$$

将以上关系代入前面光亮度关系式，得

$$\frac{L_2}{L_1}=\frac{n_2^2}{n_1^2}$$

或者

$$\frac{L_2}{n_2^2}=\frac{L_1}{n_1^2} \tag{8-32}$$

当光线处在同一种介质中，即$n_1=n_2$时，$L_1=L_2$。这就是前面我们曾得到的结论。

三 反射情形

反射可以看成是$n_2=-n_1$的折射，代入公式（8-32），得

$$L_2=L_1$$

由此可以看到，光束在均匀介质中传播，或在两种介质的分界面上反射时，光亮度变化都可看成是折射时的特例。因此，可以写出以下普遍关系式

$$\frac{L_1}{n_1^2}=\frac{L_2}{n_2^2}=\cdots\cdots=\frac{L_k}{n_k^2}=L_0 \tag{8-33}$$

上式不论光束经过任意次折射、反射，或者在均匀介质中传播，永远成立。

我们称式中的L_0为"折合光亮度"。当光束位于空气中时，即$n=1$，折合光亮度和实际光亮度相等。

以上关系可以表达如下：如果不考虑光束在传播中的光能损失，则位于同一条光线上的所有各点，在该光线传播方向上的折合光亮度不变。

在理想成像时，由于物点A发出的光线均通过像点A'，因此物和像的光亮度L和L'之间有以下关系

$$L'=L\left(\frac{n'}{n}\right)^2 \tag{8-34}$$

如图8-19所示，n和n'分别为物、像空间介质的折射率，当物、像空间折射率相同时，则

$$L'=L$$

图 8-19

在实际光学系统中，必须考虑光能损失，则公式（8-34）表示为

$$L'=\tau L\left(\frac{n'}{n}\right)^2 \tag{8-35}$$

式中τ称为光学系统的透过率。显然τ永远小于1。因此，当系统物像空间介质相同时，像的光亮度永远小于物的光亮度。

§8-11 像平面的光照度

一 轴上点的光照度公式

假定物平面上轴上物点A的光亮度为L，且各方向上光亮度相同，相应的像平面上A'点的光亮度为L'，如图8-20所示，像平面上光轴周围微小面积dS'所输出的光通量，根据公式（8-27）有

$$\Phi'=\pi L'\,dS'\sin^2 u'_{max}$$

由此得到光轴周围像平面的光照度公式如下：

$$E'_0=\frac{\Phi'}{dS'}=\pi L'\sin^2 u'_{max} \tag{8-36}$$

图 8-20

将物像之间光亮度关系公式（8-35）代入上式，则有

$$E'_0=\tau\pi L\left(\frac{n'}{n}\right)^2\sin^2 u'_{max} \tag{8-37}$$

在物空间和像空间折射率相等的情况下，将$n'=n$代入上式得

$$E'_0=\tau\pi L\sin^2 u'_{max} \tag{8-38}$$

以上公式中，L以坎（德拉）/米²为单位，E'_0以勒克斯为单位。

二 轴外像点的光照度公式

上面得出了轴上像点的光照度公式，如果知道了轴上点和轴外点的光照度之间的关系，就可以求得轴外点的光照度。假定物平面的光亮度是均匀的，并且轴上点和轴外点对应的光束截面积相等，即不存在斜光束渐晕，如图 8-21 所示。

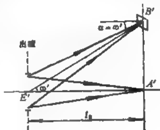


图 8-21

由图可以看到，像平面上每一点对应的光束都充满了整个出瞳，光学系统的出瞳好像是一个发光面，照亮了像平面上的每一点。出瞳射向像平面上不同像点的光束，是由物平面上不同的对应点发出的。如果物平面的光亮度是均匀的，则出瞳射向不同方向的光束光亮度也是相同的。假定出瞳的直径和出瞳离开像平面的距离比较起来不大，即光束孔径角较小，则可以近似应用光照度公式（8-23）表示像平面光照度：

$$E' = \frac{I\cos\alpha}{l^2}$$

式中α即为像方视场角ω′。

由图可以看到，像平面上轴外点的光照度一定小于轴上点的光照度，因为：

第一、由于轴外光束倾斜以后，出瞳在光束垂直方向上的投影面积减小。根据公式（8-26）有：

$$I = I_0\cos\omega'$$

因此轴外点的发光强度比轴上点的发光强度I_0小。

第二、照明距离比轴上点增加，其关系为：

$$l = \frac{l_0}{\cos\omega'}$$

将以上关系代入光照度公式（8-26），则得到

$$E' = \frac{I_0\cos\omega'\cos\omega'}{\left(\dfrac{l_0}{\cos\omega'}\right)^2} = \frac{I_0}{l_0^2}\cos^4\omega'$$

根据公式（8-26），当α=0°时 $E=\frac{I}{l^2}$，显然，轴上点光照度 $E_0'=\frac{I_0}{l_0^2}$。由此得到

$$\frac{E'}{E_0'} = \cos^4\omega' \qquad (8\text{-}39)$$

上式说明：在没有斜光束渐晕时，随着像方视场角ω′的增加，像平面光照度按 cosω′ 的四次方降低。表 8-6 是不同ω′对应的 $\frac{E'}{E_0'}$ 值。

表8-6 不同视场角的 $\frac{E'}{E_0'}$ 值

ω′	E'/E_0'	ω′	E'/E_0'
10°	0.941	40°	0.344
20	0.780	50°	0.171
30°	0.563	60°	0.063

由表中看到，当像方视场角ω′达到60°时，边缘光照度不到视场中央的百分之十。

这是设计100°～120°特广角照相物镜时所遇到的主要困难之一。

在实际光学系统中，往往存在斜光束渐晕现象。假定斜光束的通光面积和轴向光束的通光面积之比为K，则

$$\frac{E'}{E'_0}=K\cos^4\omega' \tag{8-40}$$

在一般系统中，K均小于1。因此像平面边缘光照度下降得更快。

§8-12 照相物镜像平面的光照度和光圈数

照相物镜的作用是把景物成像在感光底片上。由于景物距离和物镜焦距比较，一般都达到数十倍，因此，可以认为像平面近似位于物镜的像方焦面上，如图8-22所示。由图得到

$$\sin U'_{max}\approx\frac{D}{2f'}$$

将以上关系代入公式（8-38），得

$$E'_0=\frac{\pi}{4}\tau L\left(\frac{D}{f'}\right)^2 \tag{8-41}$$

以上即为照相物镜的像平面光照度公式。$\frac{D}{f'}$称为物镜的相对孔径，用A表示。照相物镜的像平面光照度和相对孔径平方成比例。所以相对孔径是照相物镜的重要光学特性，一般和物镜的焦距f'一起标注在镜框上，如图8-23所示。

图 8-22

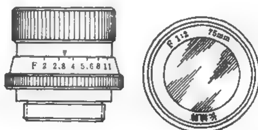


图 8-23

在§7-1中说过，照相物镜孔径光阑的口径是可变的，可以根据镜圈上的刻度值来改变物镜的孔径。分度的方法一般是按每一刻度值对应的像平面光照度依次减少一半，由于像平面光照度与相对孔径平方成比例，所以相对孔径按$\frac{1}{\sqrt{2}}$等比级数变化，一般分度值为：

1:1；1:1.4；1:2；1:2.8；1:4；1:5.6；1:8；1:11；1:16；1:22；1:32

为了简便，镜圈上的刻度值并不是相对孔径值，而是相对孔径的倒数$\left(\frac{f'}{D}\right)$，称为光圈数，用$F$表示。因此，镜圈上的实际刻度值为：

1；1.4；2；2.8；4；5.6；8；11；16；22；32

如图8-23所示。

由于不同型式的物镜结构不同，透过率 τ 也不一样，由公式（8-41）可知，即使它们的相对孔径相同，像平面光照度仍然不等。为了避免透过率的影响，近来实行一种T制光圈。T制光圈的意义如下：假定某一个物镜的透过率为 τ，相对孔径为 $\frac{D}{f'}$，T制光圈的相对孔径为 $\left(\frac{D}{f'}\right)_\tau$，三者之间存在以下关系：

$$\left(\frac{D}{f'}\right)_\tau^2 = \tau\left(\frac{D}{f'}\right)^2$$

或者

$$\frac{D}{f'} = \frac{1}{\sqrt{\tau}}\left(\frac{D}{f'}\right)_\tau \tag{8-42}$$

为了区别起见，把一般相对孔径 $\frac{D}{f'}$ 称为F制光圈。

例如，某一个照相物镜的透过率为0.85，T制光圈为 $\left(\frac{D}{f'}\right)_\tau = 1:2$，由公式(8-42)求得对应的F制光圈为

$$\frac{D}{f'} = \frac{1}{\sqrt{\tau}}\left(\frac{D}{f'}\right)_\tau = \frac{1}{\sqrt{0.85}}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{1.84}$$

将公式（8-42）的关系代入公式（8-41），得

$$E_v' = \frac{\pi}{4} L\left(\frac{D}{f'}\right)_\tau^2 \tag{8-43}$$

由上式看到，只要T制光圈数相同，景物的光亮度相同，尽管物镜的焦距和结构不同，它们的透过率也不同，但像平面光照度都是相等的。

假定照相物镜的像平面光照度为 E，曝光时间为 t，显然底片上单位面积接受的曝光量 H 为：

$$H = Et \tag{8-44}$$

H 的单位为勒克斯·秒（lx·s）。为了使底片曝光，要求底片达到一定的曝光量。光圈下降一档，像平面光照度 E 就要减小一半，欲获得同样的曝光量，曝光时间就需要增加一倍。

计算举例：在晴朗的白天进行外景摄影，要求天空在底片上的曝光量 $H = 0.4$ lx·s假定取曝光时间 $t = \frac{1}{100}$（s）物镜的透过率 $\tau = 0.85$，问应选多大的光圈数。

将 $H = 0.4$ lx·s，$t = \frac{1}{100}$（s）代入公式（8-44），得到要求的像平面光照度为

$$E = \frac{H}{t} = \frac{0.4}{\frac{1}{100}} = 40 \text{ lx}$$

由8-4查得晴朗白天天空的光亮度为500cd/m²，将 $E = 40$ lx，$L = 500\text{cd/m}^2$，$\tau = 0.85$ 代入公式（8-41），得

$$\left(\frac{D}{f'}\right)^2=\frac{4E}{\pi\tau L}=\frac{4\times 40}{\pi\times 0.85\times 500}=0.012$$

$$\frac{D}{f'}=0.11=\frac{1}{9.1}$$

根据前面光圈数的刻度值，可以选用光圈数 8 或11，也可以取二者之间。

§8-13 人眼的主观光亮度

外界物体通过眼睛成像在网膜上，刺激视神经细胞引起视觉。由于刺激的强度不同，从而产生亮暗的感觉。我们把刺激强度称为主观光亮度。下面研究主观光亮度如何表示，它由哪些因素决定。首先，根据网膜上成像情况的不同，将外界物体分成两大类。第一类，假定物体对眼睛的视角很小，在网膜上所成的像小于一个视神经细胞的直径，这样的物体称为发光点；第二类，物体比较大，在网膜上所成的像具有较大的面积，这样的发光体称为发光面。下面分别进行讨论。

一 发 光 点

由于发光点的像小于一个视神经细胞的直径，显然对该细胞刺激的强度取决于它所接受的光通量，因此，对发光点的情形，主观光亮度由光通量决定。

假定某一发光点，它的发光强度为 I，离开眼睛的距离为 l，眼睛的瞳孔直径为 a，如图 8-24(a) 所示，则进入眼睛的光通量根据公式 (8-14) 为

$$d\Phi=Id\Omega=I\frac{\pi a^2}{4l^2} \tag{8-45}$$

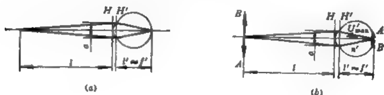


图 8-24

由上式看到，在发光点的情况下，主观光亮度和光源的发光强度 I 以及瞳孔直径的平方成正比，而和光源到眼睛的距离平方成反比。例如，晚上观察发光强度相同、距离不同的两个电灯时，距离远的感觉暗，近的就感觉亮。

二 发 光 面

发光面在网膜上所成的像具有一定大小，如图 8-24(b) 所示。显然，对于视神经细胞刺激的强弱决定于网膜上单位面积所接受的光通量，即取决于像面的光照度。因此，发光面的主观光亮度用网膜上的光照度表示。根据成像的光照度公式 (8-37) 有：

$$E'=\tau\pi L\left(\frac{n'}{n}\right)^2\sin^2 U'_{max}$$

通常物体位于空气中，因此 $n=1$，n' 为眼睛玻璃液的折射率，等于 1.336。另外，根

将前面已经用过的关系，$\sin U'_{max}=\frac{a}{2f'}$，代入上式，得

$$E'=1.4\tau L\left(\frac{a}{f'}\right)^2 \tag{8-46}$$

公式中L为物体的光亮度，τ为眼睛的透过率，f'为眼睛的像方焦距，a为眼睛瞳孔直径。由此可知，人眼观察发光面时的主观光亮度和物体的光亮度及瞳孔直径的平方成正比，而和物体的距离无关。当我们同时观察两个发光面时，瞳孔的直径a显然相同，不论两物体的距离如何，感觉明亮的发光面的光亮度就一定大。

§8-14　通过望远镜观察时的主观光亮度

上节我们研究了人眼直接观察时的主观光亮度。这一节讨论使用望远镜观察时人眼的主观光亮度，并且把它和人眼直接观察时的主观光亮度进行比较。

一　发　光　点

人眼直接观察时，主观光亮度的公式（8-45）为

$$d\Phi=I\frac{\pi a^2}{4l^2}$$

当使用仪器观察时，如果仪器的出瞳直径D'小于或等于眼睛的瞳孔直径a，则进入仪器的光通量除了一部分损失而外，都能进入眼睛。如果仪器的出瞳直径D'大于眼睛的瞳孔直径，则进入仪器的光通量不能全部进入眼睛。在计算主观光亮度时，应按能进入眼睛的有效光通量计算，下面分别进行讨论。

1．$D'\leqslant a$　假定仪器的入瞳直径为D，发光点的发光强度为I，它离观察者的距离为l，和公式（8-45）相似，进入仪器的光通量$d\Phi_{仪}$为：

$$d\Phi_{仪}=I\frac{\pi D^2}{4l^2}$$

假定仪器的透过率为$\tau_{仪}$，则进入眼睛的光通量$d\Phi'_{仪}$为：

$$d\Phi'_{仪}=\tau_{仪}I\frac{\pi D^2}{4l^2} \tag{8-47}$$

眼睛能感觉发光点的存在，必须接受一定的光通量。当$d\Phi'_{仪}$和物点的发光强度I一定时，观察距离l和物镜口径D成正比。因此，使用了望远镜以后，有可能大大地增加观察距离。为了能够观察到更远的宇宙星体，要求采用更大口径的望远镜。在一定的观察距离l内，望远镜的口径D越大，I可以越小。因此，使用大口径的望远镜可以观察到更为微弱的发光点。

下面再把用望远镜观察和用眼睛直接观察二者进行比较，将公式（8-47）除以公式（8-45），得

$$\frac{d\Phi'_{仪}}{d\Phi}=\tau_{仪}\left(\frac{D}{a}\right)^2 \tag{8-48}$$

由此可知，如果不考虑仪器的光能损失，使用望远镜观察和人眼直接观察时主观光亮度的比，就等于仪器入瞳直径D和人眼瞳孔直径a的平方之比。所以使用望远镜可以大大地提高对发光点的主观光亮度。

2. $D'>a$　当仪器的出瞳直径 D' 大于眼睛的瞳孔直径 a 时，能够进入眼睛的有效光束显然由眼睛的瞳孔所确定，如图 8-25 所示。这时，有效的入射光束口径为 D_e，根据公式（5-6）

$$\Gamma=\frac{1}{\beta}=\frac{D_e}{a}$$

或者

$$D_e=\Gamma a$$

图 8-25

进入眼睛的有效光通量 $d\Phi'_{R}$ 为：

$$d\Phi'_{R}=\tau_{R}I\frac{\pi D_e^2}{4l^2}=\tau_{R}I\frac{\pi a^2}{4l^2}\Gamma^2 \tag{8-49}$$

将公式（8-49）除以公式（8-45），得

$$\frac{d\Phi'_{R}}{d\Phi}=\tau_{R}\Gamma^2 \tag{8-50}$$

由此可知，当仪器的出瞳直径大于眼睛的瞳孔直径时，如果忽略系统的光能损失，通过望远镜观察时的主观光亮度等于人眼直接观察时主观光亮度的 Γ^2 倍。

二　发　光　面

同样分两种情况来讨论。

1. $D'<a$　发光面的主观光亮度由网膜上的光照度确定。当人眼直接观察时，根据公式（8-46），网膜上的光照度为

$$E'=1.4\tau L\left(\frac{a}{f'}\right)^2$$

当通过仪器观察时，系统所成的像相当于眼睛的物，但像的光亮度不等于物的光亮度 L，而等于 $\tau_{R}L$。τ_{R} 为系统的透过率。同时进入眼睛的光束口径不等于 a，而等于 D'。把以上公式中的 L 用 $\tau_{R}L$ 代替，a 用 D' 代替，就得到通过仪器观察时网膜上的光照度 E'' 为：

$$E''=1.4\tau\tau_{R}L\left(\frac{D'}{f'}\right)^2 \tag{8-51}$$

将公式（8-51）除以公式（8-46），得

$$\frac{E''}{E'}=\tau_{R}\left(\frac{D'}{a}\right)^2 \tag{8-52}$$

系统的透过率 τ_{R} 永远小于 1，在 $D'<a$ 的情况下，$\frac{D'}{a}$ 也小于 1。因此，通过仪器观察的主观光亮度 E'' 就大大地小于用眼睛直接观察的主观光亮度 E'。

2. $D'\geqslant a$　这时进入眼睛的有效光束口径仍为 a。因此，网膜上的光照度为

$$E''=1.4\tau\tau_{R}L\left(\frac{a}{f'}\right)^2$$

将以上公式除以公式（8-46），得

$$\frac{E''}{E'}=\tau_{R} \tag{8-53}$$

由于 τ_{R} 永远小于 1，所以通过仪器观察的主观光亮度仍然小于用眼睛直接观察的主观光亮度。由此得出结论：当使用望远镜观察发光面时的主观光亮度，永远小于眼睛直接

观察时的主观光亮度。这和发光点的情形完全不同。

以上结论乍看起来似乎不好理解，使用了仪器以后，进入眼睛的光通量增加了，为什么主观光亮度反而降低了呢？这是因为虽然光通量增加了，但是由于仪器的放大作用，网膜上所成的像也加大了，所以单位面积上的光通量并没有增加，反而减少了的缘故。

§8-15　光学系统中光能损失的计算

任何实际光学系统都不可能完全透明，从系统射出的光通量 Φ' 永远比进入系统的光通量 Φ 要少，即系统的透过率 τ 永远小于 1。为了求出光学系统成像的实际光亮度和光照度，必须求出 τ 的数值。

首先分析一下光学系统中造成光能损失的原因，以及由它造成的影响。

如图 8-26 所示，假定一束光线 Φ 投射到透镜的表面上，其中必有一部分光线 Φ_1'' 被反射回来，其余光线 Φ_1' 则经过折射以后进入透镜内部。Φ_1' 光线在通过介质时，由于介质不可能绝对透明，将有一部分光线被吸收。光线通过介质后，在透镜第二表面上同样有一部分光线 Φ_2'' 被反射。于是进入透镜的光线只有经过第二表面折射后的光线 Φ_2' 被利用来成像。由以上分析可以见到，造成光学系统光能损失的原因有两个：第一，光束在光学零件表面的反射；第二，光束通过介质的吸收。

图　8-26

光能损失首先使光学系统成像光亮度降低。另外，由于反射光再经过它前面的表面反射回到像平面上（例如图 8-26 中第二表面反射光 Φ_2'' 的情况），使像平面上形成一个亮的背景，降低了像平面的对比，使像的清晰度下降。在有的情况下，多次反射的光线可能在像平面附近成像，即出现所谓的寄生像，对像质特别有害。

下面分别讨论光学系统中光能反射和吸收损失的计算。

一　反射损失计算

介质分界面上反射光通量和入射光通量之比，称为反射系数，用 ρ 表示。

假定入射光通量为 Φ，折射光通量为 Φ'，反射光通量为 Φ''，根据能量守恒定律有

$$\Phi = \Phi' + \Phi''$$

根据反射系数定义：

$$\rho = \frac{\Phi''}{\Phi}$$

将此关系代入前面公式，并消去 Φ''，则得

$$\Phi' = \Phi(1-\rho) \tag{8-54}$$

对光学系统第一表面来说，可写成

$$\Phi_1' = \Phi_1(1-\rho_1)$$

如果不考虑介质吸收损失，则从第一表面折射出的光通量 Φ_1' 便是第二表面的入射光通量 Φ_2，即

$$\Phi_1' = \Phi_2$$

因此，对第二表面可写出

$$\Phi_2'=\Phi_2(1-\rho_2)=\Phi_1(1-\rho_1)(1-\rho_2)$$

对具有K个折射面的系统，同理可写出

$$\Phi_K'=\Phi_1(1-\rho_1)(1-\rho_2)\cdots\cdots(1-\rho_K) \tag{8-55}$$

上式即为计算反射损失的公式。式中 Φ_1 为入射光通量，Φ_K' 为出射光通量，$\rho_1\cdots\cdots\rho_K$ 为各折射面的反射系数。

二　吸收损失的计算

光束通过介质时，由于介质的吸收，光通量逐渐减少。因此，通过介质的光通量随着介质厚度的增加而减少。

如图 8-27 所示，我们在介质中取出一个无限小的薄层 dl。假定进入 dl 的光通量为 Φ，通过 dl 以后变化了$d\Phi$(显然 $d\Phi<0$)。$d\Phi$的大小与薄层厚度 dl 和光通量Φ成正比例。因此有

$$d\Phi=-K\Phi dl$$

图 8-27

或写成

$$\frac{d\Phi}{\Phi}=-Kdl$$

对上式进行积分，得到

$$\int_{\Phi_1'}^{\Phi_2}\frac{d\Phi}{\Phi}=-K\int_0^l dl$$

由此得到

$$\ln\Phi_2-\ln\Phi_1'=-Kl=\ln e^{-Kl}$$

所以

$$\ln\Phi_2=\ln e^{-Kl}+\ln\Phi_1'$$

或写成

$$\Phi_2=\Phi_1'e^{-Kl}$$

令

$$e^{-K}=P$$

则

$$\Phi_2=\Phi_1'P^l \tag{8-56}$$

由式中可以看到，当 $l=1$时，得

$$P=\frac{\Phi_2}{\Phi_1'}$$

所以P就代表光束通过单位长度的介质时，出射和入射光通量之比，称为介质的透明系数。通常规定 l 以厘米为单位，P就是通过 1 cm的介质时，出射和入射光通量之比。

如果同时考虑到光能的反射和吸收损失，则有

$$\Phi_2'=\Phi_2(1-\rho_2)$$
$$\Phi_2=\Phi_1'P_1^{l_1}$$
$$\Phi_1'=\Phi_1(1-\rho_1)$$

将以上三式合并，则得

$$\Phi_2' = \Phi_1(1-\rho_1)(1-\rho_2)P_1^{l_1}$$

同理，当系统中有m个折射表面和n种介质时，则有

$$\Phi_m' = \Phi_1(1-\rho_1)(1-\rho_2)\cdots\cdots(1-\rho_m)P_1^{l_1}P_2^{l_2}\cdots\cdots P_n^{l_n}$$

或写成

$$\tau = \frac{\Phi_m'}{\Phi_1} = (1-\rho_1)(1-\rho_2)\cdots\cdots(1-\rho_m)P_1^{l_1}P_2^{l_2}\cdots\cdots P_n^{l_n} \qquad (8\text{-}57)$$

上式就是计算光学系统透过率的公式。

反射系数ρ是分界面两边介质的折射率n、n'和光束入射角I的函数。图8-28是介质折射率n改变时空气和介质的分界面（包括光线由空气到介质或由介质到空气）反射系数变化曲线。图8-29则为当入射角I改变时，反射系数变化曲线。由图中看到，当

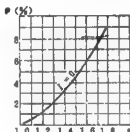


图 8-28

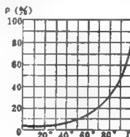


图 8-29

入射角$I<40°$时，反射系数基本不变。因此，可以不考虑由于入射角的改变引起的反射系数的变化。在实际计算中，为了简便起见，取冕牌玻璃的平均反射系数为0.04，火石牌玻璃的平均反射系数为0.05。在透镜组的胶合面和棱镜的全反射面上的反射损失一般可以忽略不计。

对于具有金属镀层的反射镜，由于一部分光能被反射层吸收和散射，也要产生光能损失。光能损失的大小随所镀物质的种类和工艺方法而不同。不同反射膜层的反射系数和机械物理性能可以在《光学仪器设计手册》中查到。目前最常用的是真空镀铝后氧化加固或化学镀银后镀铜，再涂保护漆。前者用于光学零件外表面反射，后者用于光学零件内表面反射（例如棱镜的非全反射面）。镀铝的平均反射系数为0.85，镀银的平均反射系数为0.9。光学玻璃的透明系数P通常取平均值0.99。将以上这些数据代入公式(8-57)，得到计算光学系统透过系数τ的近似公式如下：

$$\tau = (0.85)^{N_1}(0.90)^{N_2}(0.96)^{N_3}(0.95)^{N_4}(0.99)^{l} \qquad (8\text{-}58)$$

式中 N_1——镀铝面数；

N_2——镀银面数；

N_3——冕牌玻璃和空气接触面数；

N_4——火石牌玻璃和空气接触面数；

l——沿光轴计算的玻璃总厚度（以厘米为单位）。

下面举一个具体例子说明上述公式的应用。

根据前面§7-2中周视瞄准镜的光学系统，如图7-7所示。各个光学零件的材料和

它们与空气接触的表面数如表 8-7 所示。

表 8-7

零件号	名　　称	材　料	透镜厚度或棱镜展开厚度 (cm)	与空气接触的表面数	镀银面数
1	保护玻璃	冕	0.3	2	
2	直角棱镜	冕	2.6	2	
3	道威棱镜	冕	5.28	2	1
4	物镜正透镜	冕	0.35	1	
	物镜负透镜	火石	0.2	1	
5	屋脊棱镜	冕	2.9	2	
6	分划板	冕	0.3	2	
7	目镜第一透镜	火石	0.1	1	
	目镜第二透镜	冕	0.52	1	
	目镜第三透镜	冕	0.52	1	
	目镜第四透镜	火石	0.1	1	

由表中看到，镀银面 1 个，冕牌玻璃与空气接触表面 13 个，火石玻璃与空气接触表面 3 个，光学系统中介质总厚度为 13.17cm。将以上数据代入公式 (8-58)，得

$$\tau=(0.90)^{1}(0.96)^{13}(0.95)^{3}(0.99)^{13.17}=0.39$$

由计算结果可见，复杂的光学系统中光能损失是十分严重的，而造成光能损失的主要原因则是反射损失。

为了减少光学零件表面的反射损失，可以在光学零件表面镀透光膜。不同的透光膜的反射系数同样可以在《光学仪器设计手册》中查得。最常用的化学镀双层透光膜使反射损失降到 0.01。如果所有透镜表面的反射系数都按 0.01 计算，则公式 (8-58) 变为：

$$\tau=(0.85)^{N_1}(0.90)^{N_2}(0.99)^{N_3+N_4+l} \tag{8-59}$$

将前面周视瞄准镜的有关数据代入上式，得

$$\tau=(0.90)^{1}(0.99)^{29.17}=0.67$$

由以上结果看到，镀透光膜以后，光学系统的透过率大大提高。因此，目前几乎所有的光学零件表面都要镀透光膜，以减少表面的反射损失。

习　题

1　一般钨丝白炽灯各方向的平均发光强度 (cd) 大约和灯泡的功率 (W) 相等，问灯泡的光视效能如何？

2　日常生活中人们说 40W 的日光灯比 40W 的白炽灯亮，是否说明日光灯的亮度比灯泡大？这里所说的亮是指什么？

3　我们晚上看天空的星星，有的亮有的暗，是否说明亮的星星亮度大？当我们白天看到天空的白云比蓝天亮，这里所说的亮是指什么？

4　照相时光圈数取 8，曝光时间用 $\frac{1}{50}$ s，为了抓拍运动目标，将曝光时间改为 $\frac{1}{500}$ s，问应取多大光圈数？

5　用于跟踪天空飞行目标的电视摄像机，摄像管要求最低的像面光照度为 20 lx，假定天空的光亮度为 2500cd/m² 光学系统的透过率 τ 等于 0.7，问要求使用多大相对孔径的摄影物镜？

6　图 7-3 所示的双目望远镜的光学系统中，所有凹透镜都是用火石玻璃做的，凸透镜和棱镜是用冕牌玻璃做的，透镜和棱镜中总的光路长为 110mm，计算光学零件表面不镀透光膜和镀透光膜两种情况下系统的透过率。

第九章　光学系统成像质量评价

§9-1　概　　述

对光学系统成像性能的要求，可以分为两个主要方面。第一方面是光学特性，包括焦距、物距、像距、放大率、入瞳位置、出瞳位置等。第二方面是成像质量，光学系统所成的像应该足够清晰，并且物像相似，变形要小。有关光学特性的问题，前面各章已经介绍，这一章讨论第二方面的问题，即光学系统成像质量评价问题。

在第二章中已经说明，一般来说，实际光学系统成像不可能完全符合理想。也就是说，不可能绝对的清晰和没有变形，因此，在设计和制造光学仪器时，必须制定一个合理的标准，以评价实际光学系统成像质量的优劣。光学系统成像的变形大小，可以通过测量像的几何尺寸得到，比较简单。对成像清晰度的评价问题，则要复杂得多。

最早用来评价光学系统成像清晰度的指标是分辨率。所谓分辨率就是光学系统成像时，所能分清的最小间隔。绝大多数成像光学系统，都是用于扩大人的视觉能力，帮助人眼观察那些直接观察时看不清的细小物体，因此，光学系统能够清晰成像的最小间隔，可以用来代表该系统成像的清晰度。实际检验时，使用类似图 9-1 那样的图案作为物平面，通过被检验的光学系统成像，在像平面上检查所能分辨的最小间隔 δ (mm)，用它作为该系统分辨率的指标。有时也用它的倒数作为分辨率的指标：

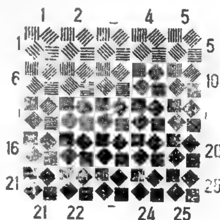


图　9-1

$$\mu = \frac{1}{\delta}\,(\mathrm{lp/mm}) \qquad (9\text{-}1)$$

μ 的单位（lp/mm）代表每毫米能分辨的线对数，也称为空间频率，光学系统的分辨率越高，能分辨的最小间隔越小，对应的空间频率 μ 越大。

另一种评价光学系统成像质量的方法是把一个发光点通过被检系统成像。按照几何光学的观点，在理想成像时，像点也应该是一个理想的几何点，如果成像不符合理想，则形成有一定大小的弥散斑（实际上，由于光的波动性，即使理想成像，像点也不是一个几何点），根据弥散斑的大小和能量分布的情况，评定系统成像质量的优劣。

上面介绍的就是最早的两种评定实际光学系统成像质量的方法，而且仍然是目前使用得最广泛的方法，前者称为"分辨率检验"，后者称为"星点检验"。

以上两种方法，只能在光学系统实际制造完成以后才能进行。我们希望在光学系统还没有制造出来以前，即在设计阶段，就能通过计算，评定所设计系统的质量。考虑到加工误差的影响之后，如果能够保证最后成品的质量才投入制造，以免造成人力物力的浪费。因此，我们还需要有一种在设计阶段评价系统质量的标准。

在第一章中我们说过，在会聚光束的聚焦点附近，几何光学误差较大，而讨论成像质量的问题，正是在光束的聚焦点前后考虑像平面上光能的分布问题，几何光学不能满足要求，必须应用物理光学的方法。因此，光学系统像质评价的问题，是一个比较复杂的问题。

本章主要介绍在设计阶段评价成像质量的方法。它们可以分成两大类，一类是几何光学的方法，包括几何像差、波像差、点列图、几何光学传递函数等。另一类是物理光学的方法，包括点扩散函数、相对中心光强、物理光学传递函数等。我们这里不可能对这些问题进行详细讨论，只是作一般介绍。先介绍几何光学的方法，然后介绍物理光学的方法。

§9-2　介质的色散和光学系统的色差

从本节开始，我们首先介绍最常用的一种评价光学系统成像质量的几何光学方法——几何像差。整个几何像差分成三节来介绍，这一节先介绍色差，后面两节分别介绍轴上点和轴外点的单色像差。

在§1-1中曾经介绍过，光实际上是波长为400～760nm的电磁波。不同波长的光具有不同的颜色。一般把光的颜色分成红、橙、黄、绿、蓝、靛、紫七种。红光的波长最长，紫光的波长最短。白光则是由各种颜色的光混合而成的。

不同波长的光线在真空中传播的速度 c 都是一样的，但在透明介质中（如水、玻璃等）传播的速度随波长而改变。波长长的速度大，波长短的速度小。根据§1-3中折射率和光速的关系式（1-3）：

$$n=\frac{c}{v}$$

由上式可知，在介质中的传播速度 v 大，折射率 n 就小；反之，传播速度 v 小，则折射率 n 就大。因此，红光的折射率最小，紫光的折射率最大。某一种介质对两种不同颜色的光线（用波长 λ_1 和 λ_2 表示）的折射率之差（$n_{\lambda_1}-n_{\lambda_2}$）称为该介质对这两种颜色光的“色散”。一般用波长为656.28nm的 C 光和波长为486.13nm的 F 光的折射率之差（n_F-n_C）代表介质色散的大小，称为该介质的“中部色散”。

前面讨论透镜的成像性质时，都把某一种介质的折射率看作常数，实际上只是对同一波长的光线而言，这样的光线称为“单色光”。

根据前面薄透镜的焦距公式（3-67）：

$$\frac{1}{f'}=(n-1)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)$$

当折射率 n 改变时，焦距 f' 显然也随着改变。折射率越高，焦距越短。因此，对同一个透镜，红光的焦距最长，紫光的焦距最短。如果把一个简单的正透镜用来使无限远物体成像，由于各种颜色光线的焦距不同，所成像的位置也不同，如图9-2所示。

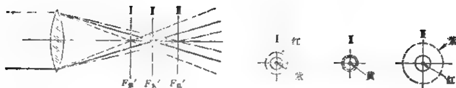


图 9-2

红光的像点最远，紫光的像点最近。各种颜色光线的像点依次排列在光轴上。这种不同颜色光线的像点沿光轴方向的位置之差，称为"轴向色差"。如果在紫光的像点 F_B' 用屏幕观察，则屏幕上呈现一个圆形的光斑，光斑中心带一紫色亮点，外边绕有红色边缘，如图中位置 I 所示。如果在 F_R' 位置观察，则光斑中心为黄色亮点，周围为绛色，因为红光和紫光混合后成为绛色，如图中位置 II 所示。如果在 F_R' 位置观察，则光斑中心为红色亮点，周围绕有紫色边缘，如图中位置 III 所示。因此，像平面在任何位置上，都不能得到一个清晰的白色像点。在不同像平面位置观察时像都带有颜色，使像模糊不清。通常用 C、F 两种波长光线的像平面间的距离表示轴向色差，即

$$\Delta l'_{FC}=l'_F-l'_C \tag{9-2}$$

另外，根据无限远物体像高计算公式，当 $n'=n=1$ 时，有

$$y'=-f'\,\mathrm{tg}\omega$$

当 f' 改变时，像高 y' 也就改变。因此，不同颜色光线所成的像高也不一样。如图 9-3(*a*) 所示。红光的像高最大，紫光的像高最小。换句话说，不同颜色光线的放大率不一样。这种像的大小的差异称为"垂轴色差"。当光学系统存在垂轴色差时，像的周围出现由红到紫或由紫到红的色边，它同样也会使像模糊不清。如图 9-3(*b*) 所示，垂轴

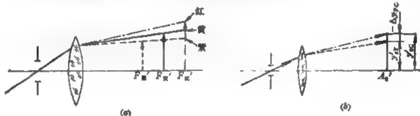


图 9-3

色差一般用 C、F 光线在同一像平面上像高之差表示，即

$$\Delta y'_{FC}=y'_{ZF}-y'_{ZC} \tag{9-3}$$

用不同的玻璃做成正透镜和负透镜，把它们组合在一起，就可以消除色差。实际光学系统中所使用的透镜组，都是由正透镜和负透镜组合起来的。例如在望远镜中，最常用的物镜就是由一个正透镜和一个负透镜胶合在一起做成的。

§9-3 轴上像点的单色像差——球差

由§3-3 中实际光路计算的结果表明，在球面折射的情形，即使同一种颜色的光线

通过球面成像时，由同一物点发出的不同口径的光线，经球面折射后，折射光线并不相交于一点。表9-1列出了表3-1中第一面的计算结果，表示由轴上同一点发出的不同孔径角的入射光线对应的出射光线位置。

表 9-1

入射光线坐标		出射光线坐标	
U	L	U_1'	L_1'
−3°	−100	9.8354°	32.227
−2°	−100	5.9095°	34.591
−1°	−100	2.7946°	35.969
0°	−100	0°	36.423

由表可以看到，随着光线和光轴夹角的增加，光线和光轴的交点逐渐向球面顶点靠拢。表中最后一行是由表3-2用近轴光学公式计算出来的结果。通常用它近似地表示像的位置，并作为衡量实际光学系统成像质量的标准。因为如果光学系统成像符合理想，则所有的出射光线必交于近轴像点，所以我们把用近轴光学公式求出的像称为实际光学系统的理想像。实际光线和理想像点位置之差称为“像差”。显然，光学系统的像差越小，则成像质量越好。

在设计光学系统过程中，一方面要求系统成像的位置和大小满足一定的要求，这就必须合理地安排系统中各组透镜的位置和确定各组透镜的焦距；另一方面还要求系统成像清晰，并且物像相似。为此目的，在光学系统中都采用不同的玻璃做成不同形状的透镜组合在一起，使实际光学系统的像差减小到一定的容许限度以内，通常称为“消除像差”或“校正像差”。单个透镜是无法消除像差的，它所成的像虽然也可以满足一定位置和大小的要求，但成像不清晰，同时像有变形。另外，在光学系统设计中即使消除了像差，如果加工装配有误差，仍然还会有像差存在。下面介绍有关像差的基本概念。首先介绍最简单的轴上物点成像的像差。图9-4中是一个简单的平凸透镜，用它来使位于光轴上的无限远物点成像。由无限远轴上物点发出的光线，应该是平行于光轴的一束平行光

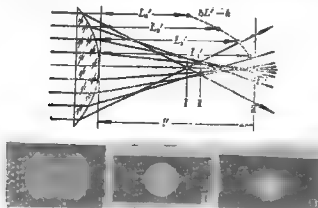


图 9-4

利用§3-1中的光路计算公式(3-2)~(3-4)、(3-19)，可以计算出不同入射高度h的光线经过透镜以后的折射光线位置。离开光轴距离相等的上下两条光线，由于透镜对光轴对称，显然应该交于光轴上同一点。但是，当入射高度改变时，这些成对光线的交点位置也将沿着光轴移动，形成图9-4的形式。和光轴很靠近的平行光束的聚焦点，显然就是该透镜的近轴焦点F'。一般把大口径边缘光线对的交点和近轴像点位置的差称为球差，用$\delta L'$表示

$$\delta L' = L' - l' \tag{9-4}$$

为了表示整个通光口径内入射高度h和球差的关系，一般作出$\delta L' - h$曲线，如图9-4中$\delta L' - h$曲线所示。

当存在球差时，不同像平面位置得到的实际像点图形如下。当像平面在图9-4中位置Ⅰ时，光线的弥散图形为一个四周带有亮圈的圆斑；当像平面逐渐往右移时，弥散图形面积逐渐缩小，亮度增大，并且除了四周的亮圈而外，中心开始出现亮斑；当像平面到达位置Ⅱ时，弥散图形的面积最小，亮度最大，称为“最小弥散圆”；当像平面继续往右移动，弥散图形周围的亮圈逐渐消失，如图9-4中位置Ⅲ所示。如果像平面再往右移，则弥散图形面积很快扩大，亮度迅速减小，最后中央亮斑消失。总之，在任何位置都不能得到一个理想的像点，不过比较来说，当像平面位于最小弥散圆位置时，成像质量最好。上面实际像点的弥散图形之所以出现复杂的花纹，是由于光波衍射引起的。

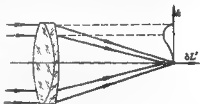


图 9-5

利用正负透镜的组合，可以消除球差。例如，设计良好的双胶合透镜，它的球差曲线如图9-5所示。这时边缘光线的交点和近轴光线的像点重合，而其它高度光线的交点，并不完全和近轴像点重合，仍有少量球差存在。

当边缘光线的交点位于近轴像点左边时，球差为负，或称为“球差欠校正”，如图9-4所示。反之，当边缘光线交点位于近轴像点右边时，球差为正，或称为“球差过校正”。适当地选择玻璃材料和球面半径，有可能使边缘球差为零，如图9-5所示。

对于轴上物点来说，仅有轴向色差$\Delta l'_{FC}$和球差$\delta L'$这两种像差，用它们就可以表示一个光学系统轴上点成像质量的优劣。

§9-4　轴外像点的单色像差

上节讨论了轴上像点的单色像差——球差。由于共轴系统对称于光轴，当物点位于光轴上时，光轴就是整个光束的对称轴线，通过光轴的任意截面内光束的结构都是相同的。位于过光轴的某一个截面内的光束结构可以用球差曲线表示。球差曲线能够表示轴上物点的光束结构，它代表了系统轴上物点成像质量的优劣。轴外物点的光束结构就要复杂得多。

如图9-6所示，由无限远轴外点发出的一束平行光线，投射在透镜O上，经透镜折射以后出现像差。此时出射光束不再存在对称轴线，而只存在一个对称面，它就是通过光轴和入射光束平行的截面（当物点位于有限距离时，就是通过光轴和物点的截面）。显

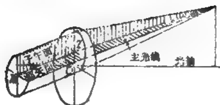


图 9-6

然，无论是折射前还是折射后，整个光束对该截面是对称的。我们把入射光束的中心光线 BZ 称为主光线。为了了解斜光束的结构，一般在整个光束中通过主光线取出两个互相垂直的截面，其中一个就是光束的对称面，即主光线和光轴决定的平面，称为“子午面”；另一个为通过主光线和子午面垂直的截面，称为“弧矢面”。这两个截面内光束的相交情况一般就能近似代表整个光束的成像质量。如果要更全面地了解光束结构，仅仅了解这两个截面内光线的情况还是不够的，还须研究截面以外的其它光线。

为了表示两个截面内的光束结构，需要规定若干描述光束结构的几何量，用以度量光束的成像质量。下面分别按子午面和弧矢面进行说明。

一 子 午 面

由于系统对子午面对称，位于子午面内的光线通过系统后永远位于此同一平面内。因此，计算子午面内光线的光路，是一个平面的三角、几何问题，比较简单，用得也最多。

图 9-7 为子午面内斜光束的光路图。为了描述子午光束的结构，取对称于主光线 BZ 的成对的光线 BM^+ 和 BM^-，称为子午光线对。如果光学系统没有像差，则所有光线对都应交在理想像平面上的同一点。由于有像差存在，BM^+，BM^- 光线对的交点 B'_T，既不在主光线上，也不在理想像平面上。我们把 B'_T 离开理想像平面的距离 X'_T，称为“子午场曲”，把 B'_T 离开主光线的距离 K'_T，称为“子午彗差”。X'_T、K'_T 这两个量就表示了 BM^+ 和 BM^- 这一对光线的相交情况。为了了解整个子午光束的结构，可以在光束中取不同宽度的若干子午光线对，每一个子午光线对都有它们自己相应的 X'_T 和 K'_T 值。当光线对逐渐向主光线靠近，宽度趋于零时，它们的交点趋近于一点 B'_t，B'_t 点显然应该位于主光线上，它离开理想像平面的距离称为“细光束子午场曲”，用 x'_t 表示。不同宽度子午光线对的子午场曲 X'_T 和细光束子午场曲 x'_t 之差 $(X'_T-x'_t)$，代表细光束和宽光束交点前后位置的差。此差值和轴上点的球差具有类似的意义，因此称为“轴外子午球差”，用 $\delta L'_T$ 表示。它描述光束宽度改变时交点前后

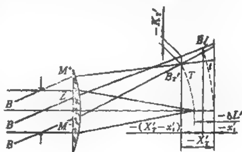


图 9-7

位置的变化情况。子午彗差 K'_T 表示子午光线对相对于主光线不对称的程度。如果子午彗差为零，则表示折射以后的子午光线对相对于主光线仍然是对称的，它们的交点在主光线上。

一般随着光束口径的减小，$\delta L'_T$ 和 K'_T 都逐渐减小。因此，用 x'_t 和最大口径子午光线对的 $\delta L'_T$ 和 K'_T 就可以大体说明子午光束的成像质量。如果要更仔细地了解子午光束的结构，可以计算其它口径子午光线对的 X'_T 和 K'_T。

当像高减小时，$\delta L'_T$ 和 x'_t 也随着减小，如图 9-7 中曲线 T 和 t 所示。当像高等于零时（即对应轴上点的情形），子午细光束的焦点也就是近轴像点，x'_t 显然等于零，K'_T 也必然等于零，此时，

$$X'_T-x'_t=X'_T=\delta L'$$

子午球差也就等于轴上球差。

二 弧 矢 面

图 9-8 表示光束的弧矢截面，处在主光线两侧和主光线距离相等的弧矢光线对 BD^+，BD^- 显然是对称的，它们的交点必然在子午面上。和子午光线对的情形相对应，我们把弧矢光线对的交点 B'_S 到理想像平面的距离用 X'_S 表示，称为"弧矢场曲"，B'_S 到主光线的距离用 K'_S 表示，称为"弧矢彗差"。主光线附近的弧矢细光束的交点 B'_s 到理想像平面的距离用 x'_s 表示，称为"细光束弧矢场曲"，$X'_S-x'_s$ 称为"轴外弧矢球差"，用 $\delta L'_S$ 表示。当像高改变时，B'_S、B'_s 同样在两条曲线上，如图 9-8 中曲线 S、s 所示。对于轴上点，x'_s 和 K'_S 等于零，同时

$$X'_S-x'_s=X'_S=\delta L'$$

综上所述，X'_T、K'_T、x'_t 和 X'_S、K'_S、x'_s 这六种参数就是用来描述轴外像点光束结构的几何量。子午细光束焦点和弧矢细光束焦点之间的距离（$x'_t-x'_s$）称为"像散"，它代表主光线周围的细光束的成像质量，像散越小，像质越好。

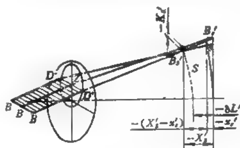


图 9-8

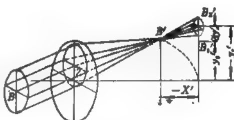


图 9-9

如果（$x'_t-x'_s$）、（$X'_T-x'_t$）、（$X'_S-x'_s$）、K'_T、K'_S 都等于零，则所有光线都交于一点，而获得一清晰的像点，如图 9-9 所示。但该像点并不一定在理想像平面上。这时，理想像平面上得到的是一个弥散圆。弥散圆的中心就是主光线和理想像平面的交点 B'_z，它也不一定和理想像点 B'_0 重合。我们把实际像点 B' 到理想像平面的距离称为"场曲"，

用X'表示。当像高改变时，实际像点B'沿着曲线变化，如图 9-9 中曲线所示，整个像平面在一个曲面上，这就是所以称为“场曲”的由来。弥散圆的中心相当于理想像平面上光束的实际成像位置，它和理想像点B'_0之差称为“畸变”。用$\delta y'_z$表示，而

$$\delta y'_z = y'_z - y'_0$$

畸变反应了光学系统成像的变形，因为理想像是和物体相似的。在一般情形下，像散、球差和彗差都不可能完全消除，这时我们把子午焦线和弧矢焦线的中点到理想像平面的距离作为系统实际场曲大小的度量，称为“平均场曲”：

$$x' = \frac{x'_t + x'_s}{2}$$

而把主光线和像平面的交点B'_z到理想像点B'_0的距离$\delta y'_z$作为系统的畸变度量。

以上就是全部轴外像点的单色像差。为了系统起见，我们把轴外像点单色像差作下列分类。

1．球差：（1）轴外子午球差——$\delta L'_T$；

（2）轴外弧矢球差 ——$\delta L'_s$。

2．彗差：（1）子午彗差——K'_T；

（2）弧矢彗差——K'_s。

3．像散：$x'_t - x'_s$。

4．平均场曲：$x' = \dfrac{x'_t + x'_s}{2}$。

5．畸变：$\delta y'_z = y'_z - y'_0$。

其中前三种确定光束的结构，后两种确定像点的位置。

在实际光学系统中，这五类像差一般同时存在。但是在一定的光学系统中，往往以其中某一、二种像差为主。为了便于在实际工作中判断系统中究竟那一种像差为主，下面讨论各种像差单独存在时，光束的结构和像点的形状，以及它们的主要特性。

一　球　差

轴外球差和轴上球差的性质基本相同。在视场不大的情形下，轴外球差的大小和轴上球差也基本相等。轴上球差的性质在 § 9-3 中已经讨论过，这里不再重复。

二　彗　差

在斜光束中子午彗差和弧矢彗差一般都同时存在，并且弧矢彗差总比子午彗差小，大约等于子午彗差的三分之一。因此，根据其中任意一个就能判断系统彗差的大小。如果光学系统只存在彗差，光束结构如图9-10所示，像点的形状如图9-11所示。图中分别

图 9-10

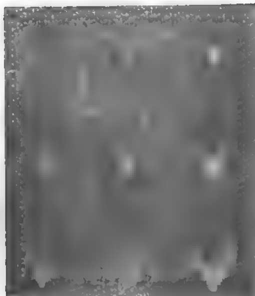


图 9-11

为彗差由小到大的像点形状。

三 像 散

如果光学系统只存在像散，则子午光束和弧矢光束均分别交于主光线上的同一点。但是，两交点的位置并不重合，光束结构如图9-12所示，整个光束形成两条焦线，分别称为“子午焦线”和“弧矢焦线”。子午焦线和弧矢焦线之间的距离即为像散($x_t' - x_s'$)。当像平面在子午焦线位置时，得到一条水平焦线，在弧矢焦线位置时，得到一条垂直焦线，如图 9-13(a) 所示。在两焦线中间得到的弥散图形如图 9-13(b) 所示。光学系

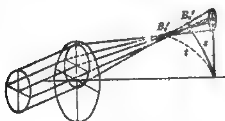
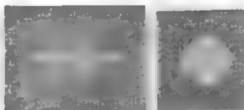


图 9-12



(a)　　　　(b)

图 9-13

统的像散，通常用图 9-12 中的像差曲线 t、s 表示。

四 场 曲

如前所述，当其它像差都等于零，而只存在场曲时，整个光束交于一点，但交点却

理想像点并不重合。虽然对每一个物点都能得到一个清晰的像点，但是整个像面不在一个平面上，而是在一个回转的曲面上。因此，不能得到一个清晰的像平面，它实际上仍然要影响像平面上的清晰度。每一个像点在像平面上得到一个弥散圆，如图 9-9 所示。

五　畸　变

当光学系统只存在畸变时，整个物平面能够成一清晰的平面像，但像的大小和理想像高不等，整个像就要发生变形。如果实际像高小于理想像高，则像的变形如图9-14（a）所示；反之，实际像高大于理想像高，则像的变形如图 9-14（b）所示。通常把图（a）

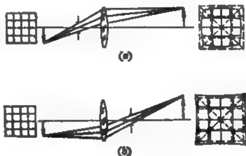


图　9-14

称为"桶形畸变"，而把图（b）称为"鞍形畸变"。畸变随着视场减小而迅速减小。因此，在视场比较小的光学系统中畸变不显著，同时因为它不影响像平面的清晰度，一般要求不很严格。

§9-5　几何像差的曲线表示

前面介绍的几何像差，是用于设计阶段评价光学系统成像质量的最简单的方法。当光学系统结构参数确定以后，就可以用光路计算的方法，求出它的各种几何像差的数值。两个不同结构的系统，通过比较它们像差的大小，就可以确定它们的优劣。因此，几何像差是最早用于评价光学系统设计质量的指标。目前，仍然是用得最多的方法。过去像差计算是手工进行的，计算量很大，是一个十分繁琐的过程。目前，像差计算已全部通过电子计算机来完成了。

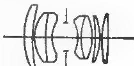


图　9-15

下面是一个实际光学系统的全部像差计算结果，系统的结构形式如图9-15所示。它的结构参数如表 9-2 所示。系统光学特性为

$$L=\infty,\quad \omega=-18^\circ,\quad h=10$$

系统的主要近轴参数为

$$f'=40.111,\quad l'_p=28.269,\quad y'=13.42$$

系统的轴上球差和色差如表 9-3 所示。

表 9-2

光学系统结构参数				
r	d	n_D	n_F	n_C
58.83		1.0	1.0	1.0
115.88	5.7	1.6568	1.67306	1.65306
20 99	0.1	1.0	1.0	1.0
42.56	6.45	1.6568	1.67306	1.65306
10 032	1.9	1.6475	1.67245	1.64208
∞(光阑)	6.83	1.0	1.0	1.0
−11.117	6.8	1.0	1.0	1.0
118.3	1.9	1.6725	1.69983	1.66680
−16 596	5.86	1 67779	1.69308	1.67420
−97.5	0.1	1.0	1.0	1.0
−25.82	3.4	1.67779	1.69308	1.67420
61.08	0.1	1.0	1.0	1.0
−347.5	2.5	1.67779	1.69308	1.67420
		1 0	1.0	1.0

表 9-3

像差 \ 孔径	1 0 h	0.85 h	0.7 h	0.5 h	0.3 h	0.0 h
$\delta L'$	0.01632	−0 03319	−0 04516	−0.03377	−0.01451	0.
SC'	−0 00048	−0.00036	−0.00026	−0 00014	−0 00005	0.
$\delta L'_F$	0.08203	0.02128	0.00262	0.00808	0.02416	0 03704
$\delta L'_C$	0.05059	0.00044	−0.01213	−0.00144	0.01740	0.03169
$\Delta L'_{FC}$	0.03143	0.02084	0.01476	0.00952	0 00676	0.00535

表中 SC' 为"正弦差"。在第二章中我们曾导出了共轴系统光轴周围，垂直于光轴的微小线段理想成像的条件——正弦条件。正弦差 SC' 代表系统偏离正弦条件的程度，它的值越小，像面上光轴周围小范围内的成像质量越好。

表 9-4 为轴外细光束像差。

表 9-4

视场 \ 像差	$\delta y'_z$	x'_t	x'_s	x'_{ts}	$\Delta y'_{FC}$
1.0ω	−0.11120	0 06395	−0 03940	−0.02455	0.00445
0.85ω	−0.07304	−0.01826	−0.05270	0.03444	−0.00241
0.7ω	−0.04400	0.00068	−0.05028	0.06106	−0.00565
0.5ω	−0.01634	0 00605	−0.02363	0.03968	−0 00655
0.3ω	−0 00363	0 00373	−0 01390	0.01763	−0.00484

表 9-5 为轴外宽光束像差。

除了上面的各种单项几何像差而外，用像面上子午光束和弧矢光束的弥散范围来评价系统的质量有时更加方便。如图9-16所示，为了表示子午光束的成像质量，我们在整个子午光束截面内取若干对光线，一般取 ±1.0 h、±0.85 h、±0.7 h、±0.5 h、±0.3 h

表 9-5

视场 \ 像差	$\delta L'_{T1.a}$	$K'_{T1.a}$	$\delta L'_{T.7a}$	$K'_{T.7a}$	$\delta L'_{S1.a}$	$K'_{S1.a}$
1.0ω	0.38848	-0.00666	0.11662	0.01040	0.63299	0.03192
0.85ω	0.37336	-0.00855	0.09534	0.00375	0.45824	-0.02101
0.7ω	0.31459	0.00941	0.06912	0.00712	0.32002	-0.01343
0.5ω	0.19827	-0.00647	0.02227	-0.00448	0.16716	-0.00601
0.3ω	0.08993	0.00595	-0.01602	-0.00278	0.07041	-0.00258

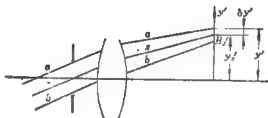


图 9-16

这样十条光线，求出它们与像面的交点到主光线的距离$\delta y'$。

$$\delta y' = y' - y'_z \tag{9-5}$$

表 9-6 即为上述系统的子午垂轴像差，根据表中给出的像差值，即可了解子午光束的弥散情况。

表 9-6

孔径 \ 视场	1.0ω	0.85ω	0.7ω	0.5ω	0.3ω	0 ω
+1.0h	0.07063	0.07617	0.06767	0.01179	0.01725	0.00120
+0.85h	0.01823	0.02518	0.02293	0.01251	-0.00056	-0.00720
+0.7h	-0.00285	0.00411	0.00485	0.00065	-0.00532	-0.00809
+0.5h	-0.00980	-0.00423	-0.00223	-0.00252	-0.00389	-0.00425
+0.3h	-0.00648	-0.00308	-0.00156	-0.00106	-0.00117	-0.00109
0	0.	0	0.	0	0.	0
-0.3h	0.00082	-0.000154	-0.00207	-0.00132	-0.00016	0.00109
-0.5h	-0.00390	-0.00700	-0.00663	-0.00319	0.00062	0.00425
-0.7h	-0.01795	-0.02166	-0.01908	-0.00961	-0.00024	0.00809
-0.85h	-0.03942	-0.04446	-0.03976	-0.02306	-0.00701	0.00720
-1.0h	-0.08394	-0.09331	-0.08050	-0.05772	-0.02934	-0.00420

对于弧矢光束也采用同样的方法，在光束的弧矢截面内选取若干条光线，如图9-17所示。由于弧矢光束对子午面对称，我们只要计算子午面上一半光线即可。一般计算1 h、.85 h、.7 h、.5 h、.3 h 五条光线。每条光线与像平面的交点，相对主光线的位置用 y、z 轴方向的两个分量$\delta y'_s$、$\delta z'_s$表示。表 9-7 即为弧矢垂轴像差的数值。

上面对轴外像差和子午垂轴像差和弧矢垂轴像差只列出了D光的像差值，如果要个

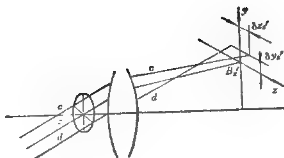


图 9-17

表 9-7

孔径 \ 像差 \ 视场		1.0ω	0.85ω	0.7ω	0.5ω	0.3ω
1.0h	$\delta y'_s$	-0.03192	-0.02101	-0.01343	-0.00601	-0.00258
	$\delta z'_s$	0.14715	0.10156	0.06814	0.03407	0.01450
0.85h	$\delta y'_s$	-0.02228	-0.01470	-0.00943	-0.00435	-0.00188
	$\delta z'_s$	0.07163	0.04467	0.02574	0.00747	-0.00231
0.7h	$\delta y'_s$	-0.01525	-0.01011	-0.00653	-0.00311	-0.00134
	$\delta z'_s$	0.03248	0.01698	0.00679	-0.00215	-0.00628
0.5h	$\delta y'_s$	-0.00763	-0.00510	-0.00333	-0.00164	-0.00072
	$\delta z'_s$	0.00675	0.00070	-0.00257	-0.00447	-0.00456
0.3h	$\delta y'_s$	-0.00276	-0.00186	-0.00122	-0.00061	-0.00027
	$\delta z'_s$	-0.00066	-0.00258	-0.00317	-0.00277	-0.00183

面了解E光和C光的像差，还必须和D光一样给出它们的轴外像差和子午、弧矢垂轴像差。

从上面给出的像差数据可以看到，要比较全面地了解一个光学系统的像差情况，像差数据的量是很大的，根据如此大量的像差数据，不容易很快得出对整个系统像差的明确结论。为了能够使我们对系统的各种像差有一个一目了然的概念，一般把前面的各种像差数据作成像差曲线。图 9-18 即为前面系统的主要像差曲线。根据这些像差曲线，就可以很快了解系统的全部像差情况。也很容易比较两个不同系统成像质量的优劣。

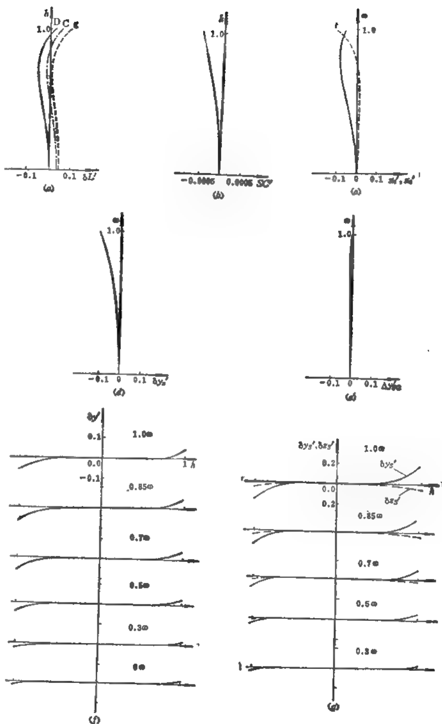


图 9 18

§9-6 用波像差评价光学系统的成像质量

上面我们介绍了用几何像差作为评价光学系统成像质量的指标。几何像差的优点是计算方便，意义直观。这一节我们介绍另一种用于设计阶段评价光学系统质量的指标——波像差。下面首先介绍波像差的意义。

如果光学系统成像符合理想，则各种几何像差都等于零，由同一物点发出的全部光线均聚交于理想像点。根据光线和波面的对应关系，光线是波面的法线，波面为与所有光线垂直的曲面。因此，在理想成像的情况下，对应的波面应该是一个以理想像点为中心的球面——理想波面。如果光学系统成像不符合理想，存在几何像差，则对应的波面也不再是一个以理想像点为中心的球面。我们可以把实际波面和理想波面之间的光程差，作为衡量该像点质量优劣的指标，称为波像差，如图9-19所示。

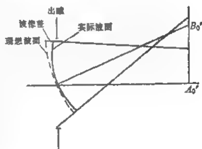


图 9-19

由于波面和光线存在着相互垂直的关系，因此，几何像差和波像差之间必然存在着一定的对应关系。根据这种关系，我们可以由波像差求出对应的几何像差，也可以由几何像差求出波像差。在很多情况下，波像差比几何像差更能反映系统的成像质量。一般认为最大波像差小于四分之一波长，则系统质量与理想光学系统没有显著差别。这是长期以来评价高质量光学系统质量的一个经验标准，称为瑞利（Lord Rayleigh）准则。

不同的几何像差对应的波像差W如图9-20所示。

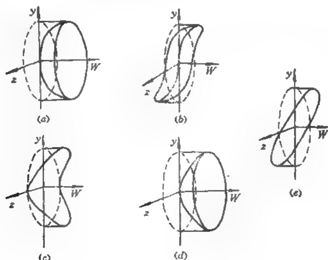
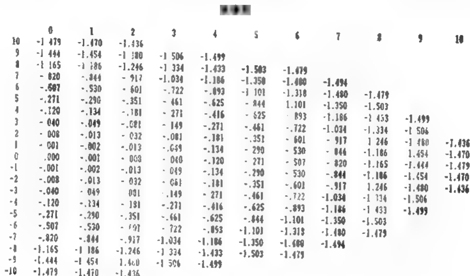


图 9-20

图中（a）、（b）、（c）、（d）、（e）分别为球差、彗差、像散、场曲、畸变对应的波像差。色差的波像差则用C光和F光波面之间的光程差表示，称为波色差。

一般用整个光瞳面内最大的波像差值作为评价系统质量的指标。对于不同的几何像差，即使它们的最大波像差相同，但对应的波面形状并不一定相同。它们的成像质量也不完全相同。

为了更确切地评价系统的质量，可以采用图 9-21 那样的瞳面波像差分布图。图中只给出了半个瞳面的波像差。由于共轴系统的对称性，波面对于子午面对称。子午面前后



	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	-1.479	-1.470	-1.436								
9	-1.444	-1.454	-1.380	-1.506	-1.499						
8	-1.165	-1.186	-1.246	-1.334	-1.433	-1.503	-1.479				
7	-.820	-.844	-.917	-1.034	-1.106	-1.350	-1.400	-1.494			
6	-.507	-.530	-.601	-.722	-.893	-1.101	-1.318	-1.480	-1.479		
5	-.271	-.290	-.351	-.461	-.625	-.844	1.101	-1.350	-1.503		
4	-.120	-.134	-.181	-.271	-.416	-.625	-.893	-1.186	-1.453	-1.499	
3	-.040	-.049	-.081	-.149	-.271	-.461	-.722	-1.034	-1.334	-1.506	
2	-.008	-.013	-.032	-.081	-.181	-.351	-.601	-.917	1.246	-1.480	-1.436
1	-.001	-.002	-.013	-.049	-.134	-.290	-.530	-.844	-1.186	1.454	-1.470
0	.000	-.001	-.008	-.040	-.120	-.271	-.507	-.820	-1.165	-1.444	-1.479
-1	-.001	-.002	-.013	-.049	-.134	-.290	-.530	-.844	-1.106	-1.454	-1.470
-2	-.008	-.013	-.032	-.061	-.181	-.351	-.601	-.917	1.246	-1.480	-1.436
-3	-.040	-.049	.081	.149	-.271	-.461	-.722	-1.034	-1.334	-1.506	
-4	-.120	-.134	-.181	-.271	-.416	-.625	-.893	-1.186	-1.433	-1.499	
-5	-.271	-.290	-.351	-.461	-.625	-.844	-1.101	-1.350	-1.503		
-6	-.507	-.530	-.601	-.722	-.893	-1.101	-1.318	-1.480	-1.479		
-7	-.820	-.844	-.917	-1.034	-1.106	-1.350	-1.400	-1.494			
-8	-1.165	-1.186	-1.246	-1.334	-1.433	-1.503	-1.479				
-9	-1.444	-1.454	1.460	-1.506	-1.499						
-10	-1.479	-1.470	-1.436								

图 9-21

的两个半部是完全相同的。图中把瞳面在半径方向分成了10等份。左边和上边的一排数字代表瞳面的相对坐标。瞳面上不同位置给出的数字，即为该坐标位置上，以波长为单位的波像差数值。

§9-7 理想光学系统的分辨率

在§9-1中，我们已经介绍，目前检验实际光学系统成像质量用得最多的方法是“分辨率”检验。为了根据检验结果，评定系统质量的优劣，还必须给出一个标准，这个标准就是理想光学系统的分辨率。所谓理想光学系统的分辨率，就是完全没有像差、成像符合理想的光学系统所能分辨的最小间隔。实际光学系统由于存在像差和加工、装配误差，分辨率必然下降，它和理想分辨率的差，就可以作为衡量这个系统设计、制造质量优劣的综合指标。为此我们在这一节中讨论理想光学系统的分辨率。

按照第二章中理想像的定义，由同一物点发出的光线，通过光学系统以后，应全部聚交于一点——理想像点。光线是传输能量的几何线，这些几何线的交点应该是一个既没有体积也没有面积的几何点。但是，在像面上实际得到的是一个具有一定面积的光

斑，如图9-22所示。

为什么会出现上述现象呢？这是因为，把光看作光线只是几何光学的一个基本假说，实际上光并不是几何线，而是电磁波，虽然大部分光学现象可以利用光线的假说进行说明，但是，在某些特殊情况下，就不能用它来准确地说明光的传播现象。在§1-11中我们曾经说过在光束的聚交点附近，几何光学的误差很大，不能应用，而必须采用把光看作电磁波的物理光学方法进行研究。上述现象的产生，是因为电磁波通过光学系统中限制光束口径的孔径光阑，发生衍射造成的。

根据物理光学中圆孔衍射原理可以求得：衍射光斑的中央亮斑集中了全部能量的80%以上，其中第一亮环的最大强度不到中央亮斑最大强度的2%。衍射光斑中各环能量分布如图9-23中曲线所示。

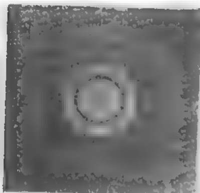


图 9-22

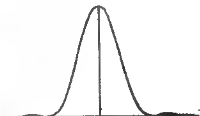


图 9-23

通常把衍射光斑的中央亮斑作为物点通过理想光学系统的衍射像。中央亮斑的直径由下式表示。

$$2R=\frac{1.22\lambda}{n'\sin U'_{max}} \tag{9-6}$$

式中　λ——光的波长；

n'——像空间介质的折射率；

U'_{max}——光束的会聚角，如图9-24所示。

图 9-24

由于衍射像有一定的大小，如果两个像点之间的距离太短，就无法分辨出这是两个像点。我们把两个衍射像间所能分辨的最小间隔称为理想光学系统的衍射分辨率。

假定A、B两发光点间的距离足够大，它们的理想像点A'、B'间的距离较中央亮斑的直径为大，如图9-25(a)所示。这时，在像面上出现两个分离的亮斑，显然能够分清这是两个像点。当两物点逐渐靠近时，像面上的亮斑随之靠近。当A'、B'间的距离小于中央亮斑的直径时，二亮斑将部分重叠，如图9-25(b)所示，像面上总的能量分布如图中的实线。在能量的两个极大值之间，存在一个极小值。如果极大值和极小值之间的差足够大，则仍然能够分清这是两个像点。随着二物点继续接近，极大值和极小值间

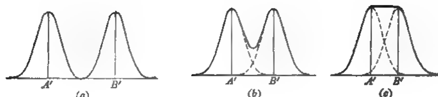


图 9-25

的差减小，最后能量极小值消失，合成一个亮斑。如图9-25(c)所示。此时，显然无法分清这是两个像点。根据实验证明，两个像点间能够分辨的最短距离约等于中央亮斑的半径R，如图9-26所示。

从公式（9-6）得到

$$R=\frac{0.61\lambda}{n'\sin U'_{max}} \qquad (9-7)$$

上式即为理想光学系统的衍射分辨率公式。

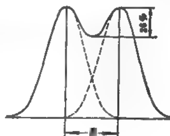


图 9-26

光强度分布曲线上极大值和极小值之差与极大值和极小值之和的比称为对比，用K表示：

$$K=\frac{E_{max}-E_{min}}{E_{max}+E_{min}} \qquad (9-8)$$

式中E为光强度。在上述条件下，相应的对比为0.15。实际上，当对比为0.02时，人眼就可能分辨出两个像点。这时相应的二像点间距离约为$0.85R$。

上面给出的是理想光学系统的分辨率，实际光学系统由于存在像差和加工、装配误差，像点弥散斑将比理想像点的衍射斑扩大，能量分散。前面图9-4、9-11、9-13中所给出的，就是不同像差对应的实际像点的弥散斑形状，前面说过它们所以形成各种复杂的图案，也是由于光的衍射造成的。当存在像差时，像点的能量分散，弥散图形扩大，分辨率显然会下降，因此，我们把实际光学系统的分辨率和理想光学系统的衍射分辨率的差，作为评价实际光学系统成像质量的指标。分辨率检验，只有在实际光学系统制成以后才能进行，所以，它只能用于生产过程中检验具体系统的实际成像质量，而不能用于设计阶段。因为很难根据系统的结构参数直接计算出它的分辨率。

§9-8 各类光学系统分辨率的表示方法

光学系统的分辨率代表了该系统分辨物体细节的能力。不同类型的光学系统，由于用途不同，成像的物体位置不同，其分辨率采用不同的表示方法。分别介绍如下：

一 望远镜的分辨率公式

对望远镜而言，被分辨的物体位于无限远，所以分辨率就以能分辨开的两物点对望远物镜的张角α表示，如图9-27所示。

根据无限远物体理想像高的公式可得：

$$y'=f'\operatorname{tg}\alpha$$

式中 f 为物镜的物方焦距，y' 为像平面上刚被分辨开的二衍射光斑间的距离。由于此像高等于理想的衍射分辨率 R，所以

$$y' = \frac{0.61\lambda}{n'\sin U'_{max}}$$

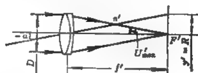


图 9-27

将 y' 值代入理想像高的公式，由于 α 很小，近似用 α 代替 $\mathrm{tg}\,\alpha$ 即得

$$\alpha = \frac{0.61\lambda}{n'\sin U'_{max} f}$$

通常系统位于空气中，所以 $n' = 1$，$f' = -f$。另外，从图中有：

$$\sin U'_{max} \approx \frac{D}{2f'}$$

将以上关系一并代入 α 的公式并取绝对值，则得

$$\alpha = \frac{1.22\lambda}{D} \tag{9-9}$$

由上式看出，分辨率和光的波长 λ，以及望远物镜的光束口径 D 有关。对眼睛最灵敏的谱线的波长为 $\lambda = 555\text{nm}$。代入上式并将角度化成以秒为单位表示，得

$$\alpha = \frac{1.22 \times 0.000555}{D} \times 206000'' = \frac{140''}{D} \tag{9-10}$$

上式即为望远镜的衍射分辨率公式，其中物镜的光束口径 D 以毫米为单位。从式中可以看出，欲提高望远镜分辨率，必须增大物镜的口径。

二 照相系统分辨率

照相物镜的作用是将外界物体成像在感光胶片上。照相物镜分辨率一般以像平面上每毫米内能分辨开的线对数 N 表示。下面求出它的关系式。

照相物镜与望远物镜一样，也可以近似地认为对无限远物体成像。由图 9-27 可以得出

$$\sin U'_{max} \approx \frac{D}{2f'}$$

将此关系式代入理想衍射分辨率公式(9-7)，则有

$$R = \frac{1.22\lambda f'}{n' D}$$

照相系统通常在空气中工作，所以 $n' = 1$，并设

$$F = \frac{f'}{D} \quad 或 \quad D = \frac{f'}{F}$$

F 称为物镜的光圈数。将以上关系代入 R 式中，得

$$R = 1.22\lambda F$$

这就是像平面上刚被分辨开的两个像点间的最短距离。前已叙述，照相物镜的分辨率用每毫米能够分辨的线对数 N 表示，它应该等于 R 的倒数，因此

$$N = \frac{1}{R} = \frac{1}{1.22\lambda F}$$

如果用 $\lambda=0.000555\text{mm}$ 代入，则得

$$N=\frac{1500}{F}\ (\text{lp/mm}) \tag{9-11}$$

上式便是照相物镜目视分辨率公式。物镜的光圈数 F 一般直接标在物镜的镜框上。光圈数的倒数 $\frac{1}{F}=\frac{D}{f'}$，即为"相对孔径"。由上式可知，照相物镜的相对孔径越大，光圈数越小，分辨率越高。

三　显微镜物镜分辨率

在显微镜系统中，物体在近距离，一般以物平面上刚能分辨开的两物体间的最短距离 σ 表示。

理想衍射分辨率公式（9-7）表示显微镜物镜像平面上刚被分辨开的两个像点间的最短距离。下面求物平面上对应的两物点间距离 σ 值。根据理想成像的物像空间不变式：

$$\beta=\frac{y'}{y}=\frac{R}{\sigma}=\frac{nu}{n'u'}$$

将公式（9-7）代入上式，并将 $\sin U'_{max}$ 近似用 u' 代替，则得

$$\sigma=\frac{0.61\lambda}{nu}=\frac{0.61\lambda}{NA} \tag{9-12}$$

式中 $NA=nu$，在显微镜中 $nu=n\sin U_{max}=NA$，NA 称为显微镜物镜的数值孔径。十分明显，欲提高显微镜物镜的分辨率，应该增大物镜数值孔径。

§9-9　光学传递函数

上面我们介绍了三种评价光学系统成像质量的方法，第一种是几何像差，第二种是波像差，第三种是分辨率。前两种主要用于设计阶段评价系统的设计质量，后者主要用于生产过程中检验产品的实际成像质量。由于像差和分辨率之间没有简单的数量对应关系，因此，光学系统设计完成以后，必须试制出实际的产品，通过分辨率检验才能确定实际光学系统的质量。如果不满足要求，就要重新修改设计，把像差校正得更小，再进行试制，直到获得满意的像质为止，这样做既浪费时间又浪费人力物力。因此，很久以来，人们希望找到一种对设计和使用都适用的统一的像质评价指标。在设计阶段就能预知光学系统的实际使用质量。直到二十世纪四十年代，把傅里叶分析的方法应用于光学系统的质量评价中，并且使用了电子计算机以后，这个问题才得到解决，这就是光学传递函数。

为了说明光学传递函数的意义，首先介绍图像分解和合成的概念。前面在讨论光学系统的成像性质时，我们总是把光强度连续分布的物面图形，看作是由无限多个点构成的，这就相当于把物平面分解为无限多个物点。每个物点通过光学系统以后，在像面上形成一个弥散斑。假定每个弥散斑的形状相同，它们的光强度与物点的光强度成正比，把这些弥散斑累加起来，就得到物面通过光学系统所成的像，这样的系统我们称为空间不变的线性系统。前一个过程是物面图形的分解，后一个过程是像面图像的合成。这是前面研究光学系统成像质量的一种常用方法。显然，这种分解和合成的研究方法只有对空间不变线性系统才可能应用。

实际光学系统在使用非相干光照明的条件下，在一定成像区域内，才近似符合线性和空间不变性。今后我们都假定光学系统是符合线性和空间不变性的，这将使研究大大简化。

把物平面分解为无穷多个物点，这只是讨论光学系统成像性质的一种方法。利用傅里叶分析的方法，还可以对物平面作另一种形式的分解。根据傅里叶级数和傅里叶变换的性质，我们知道，任意周期函数可以展开成傅里叶级数。例如图9-28(*a*)中的一个以*p*为周期的矩形周期函数，它就是与我们前面介绍的分辨率板相对应的光强度分布函数。

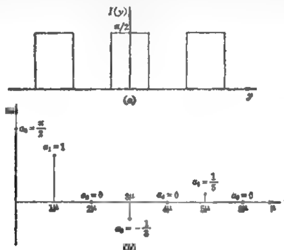


图 9-28

可以把它分解为以下的傅里叶级数：

$$I(y)=\frac{\pi}{4}+\cos\omega y-\frac{1}{3}\cos 3\omega y+\frac{1}{5}\cos 5\omega y-\frac{1}{7}\cos 7\omega y+\cdots$$

其中$\omega=2\pi/p$称为空间圆频率；空间频率$\mu=1/p$(lp/mm)。

对光学系统来说，这个分解过程的物理意义是：如果物平面的强度分布函数是一个周期函数，我们可以把它看作是由很多频率、振幅和初位相不同的余弦函数合成的，例如上面这个矩形周期函数就是由空间圆频率为ω、3ω、5ω、…，振幅分别为1、$-1/3$、$1/5$、…，初位相均为零的余弦函数合成的。振幅与空间频率之间的函数关系称为振幅频谱函数，初位相与空间频率之间的函数关系称为位相频谱函数。图9-28(*b*)即为矩形周期函数的振幅频谱函数，该函数的位相频谱函数恒等于零。对周期函数来说，它们的频谱函数只是若干不连续的离散点。

对于非周期函数，可以把它看作周期*p*趋于无限大的周期函数。对应的空间频率ω、μ趋于无限小量$d\omega$、$d\mu$。与周期函数相似，非周期函数可以分解成无限多个频率间隔为$d\mu$的余弦函数。不过，这些余弦函数对应的振幅频谱函数和位相频谱函数变成了空间频率的连续函数，而不再像周期函数那样只是不连续的离散点。

例如图9-29(*a*)所示的非周期的矩形函数，它的振幅频谱函数如图9-29(*b*)所示，

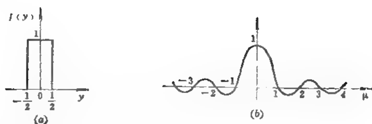


图 9-29

它的位相频谱函数恒等于零。

综上所述，无论是周期函数还是非周期函数，我们都可以把它们分解为频率、振幅和位相不同的余弦函数。不过，对于周期函数只存在与原函数的空间频率成整倍数的频率的余弦函数；而非周期函数则存在无限多个频率连续改变的余弦函数。一般我们把这些余弦函数称为原函数的余弦基元。

把物面图形分解成余弦基元来研究光学系统的成像性质，这就是光学传递函数理论的基本出发点。

假定光学系统符合线性和空间不变性，物平面上强度按余弦函数分布的余弦基元，通过光学系统以后，在像面上也是一个余弦分布，但是，两者的初位相和对比都将发生变化。两个余弦函数的空间频率之比等于光学系统的放大率。这就是空间不变线性系统的基本成像性质。

下面对上述成像性质作进一步具体说明，设物平面输入的余弦基元为

$$I(y) = 1 + a\cos(2\pi\mu y)$$

如图9-30(a)所示。该余弦基元的空间频率为μ，周期为p，振幅等于a，初位相等于

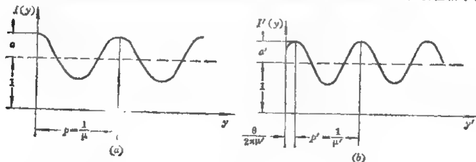


图 9-30

零。在余弦函数前面加1，是因为光强度必须是正值($a<1$)，该物平面的平均强度等于1。根据公式(9-8)，物面图形的对比K为

$$K=\frac{I_{max}-I_{min}}{I_{max}+I_{min}}=\frac{2a}{2}=a$$

在像面上相应输出的余弦基元为

$$I(y')=1+a'\cos(2\pi\mu' y'+\theta)$$

它的空间频率为μ'，周期为p'，初位相为θ，振幅为a'，如图9-30(b)所示。a'同样是按平均强度等于1进行规化后得到的规化值。像面的对比K'为：

$$K'=\frac{I'_{max}-I'_{min}}{I'_{max}+I'_{min}}=\frac{2a'}{2}=a'$$

这两个余弦函数的空间频率μ、μ'符合以下关系：

$$\beta=\frac{p'}{p}=\frac{\mu}{\mu'} \tag{9-13}$$

β为光学系统的垂轴放大率。

像面和物面对比之比称为光学系统对指定空间频率μ的对比传递因子，用MTF_μ表示：

$$MTF_\mu=\frac{K'}{K}=\frac{a'}{a} \tag{9-14}$$

由上式看到对比传递因子MTF_μ，也等于像面和物面余弦基元振幅之比（在物面和像面平均强度同时规化为1的条件下），因此，MTF_μ也称为振幅传递因子。

像面和物面两余弦基元的初位相之差θ，用PTF_μ表示，称为位相传递因子。

$$PTF_\mu=\theta \tag{9-15}$$

光学系统的振幅传递因子和位相传递因子，随空间频率μ不同而改变。它们都是μ的函数，用以下形式表示这两个函数：

$$MTF(\mu)=\left(\frac{a'}{a}\right)_\mu,\quad PTF(\mu)=\theta_\mu \tag{9-16}$$

$MTF(\mu)$称为振幅传递函数，$PTF(\mu)$称为位相传递函数，二者统称为光学传递函数，用$OTF(\mu)$表示。以上即为光学传递函数的物理意义。

已知光学系统对指定共轭面的光学传递函数，这一对共轭面的成像性质就完全确定了。因为我们能够找出物平面上任意的强度分布图形，所对应的像面图形。只要把物面图形分解成不同空间频率的余弦基元。然后根据系统的光学传递函数，利用公式(9-14)、(9-15)，即可求出它们相应的像面余弦基元。把这些像面余弦基元合成以后，就是要求的像面图形。

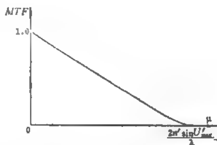


图 9-31

因此，光学传递函数能全面的代表光学系统的成像性质。一个完全没有像差的理想光学系统，它的像点是一个如图9-22所示的理想衍射图形，对应的理想光学系统的振幅传递函数曲线如图9-31所示，由于弥散图形对称，所以位相传递函数恒等于零。

§9-10　用光学传递函数评价系统的像质

由于光学传递函数能全面反映光学系统的成像性质，因此，可以用它来评价成像质量。除了共轴系统的轴上点而外，像点的弥散图形一般是不对称的，因此，不同方向上

的光学传递函数也不相等。为了全面表示该像点在不同方向上的光学传递函数，必须用一个三维空间曲面来表示。但是，这样的三维立体图形，既不容易绘制，也不便于使用。为了简化，和前面讨论几何像差的方法相似，我们用子午和弧矢两个方向的光学传递函数曲线，来代表该像点的光学传递函数。另外，实践证明，决定光学系统成像质量的主要是振幅传递函数，因此，一般只给出振幅传递函数曲线，而不考虑位相传递函数。光学传递函数的基本出发点是系统必须满足线性和空间不变性，否则，物面的余弦基元通过系统以后，在像面上不再是余弦基元，因此，也就不存在所谓光学传递函数。但是，实际光学系统不可能在整个像面上成像质量完全一致，也就是说，不完全符合空间不变性。为了表示整个像面的成像质量，选取不同像高的若干像点，在每个像点周围的一定区域内，近似符合空间不变性。因此，可以用光学传递函数来评价它的成像质量。图9-32就是前面§9-5中举例的照相物镜的传递函数曲线图。每个轴外视场有两条曲线，分别代表子午和弧矢的振幅传递函数。轴上点只有一条曲线，因为轴上点是对称的，各方向的振幅传递函数相同。图9-32中的点划线代表相同光学特性的理想光学系统的光学传递函数。

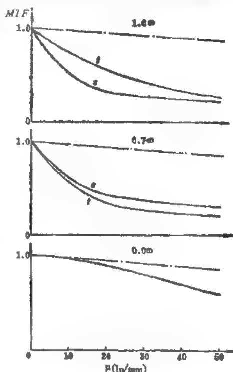


图 9-32

由前面图9-31可以看到，即使是理想光学系统，它的光学传递函数超过一定空间频率也就等于零了。该空间频率我们称为系统的截止频率。物面上超过截止频率的余弦基元，在像面上余弦基元的振幅为零，实际上就是不能获得余弦分布而是一个均匀背景，也就是说光学系统已不传递这样空间频率的余弦基元了。因此，我们可以把光学系统看作是一个只能通过较低空间频率余弦基元的低通的空间滤波器。它使我们对光学系统成像质量的研究大为简化。我们不再需要研究由零到无限的整个空间频率范围内余弦基元的成像性质，而只要研究低于截止频率的余弦基元就可以了，把一个无限的问题变成了一个有限的问题。特别是对强度按周期函数分布的图像，只要研究在截止频率以内与原函数空间频率成整倍数的若干个空间频率的余弦基元的成像性质就可以了。实际工作中总是采用周期性的图像来检验光学系统的成像质量。从这里可以看出把物面图形分解成余弦基元的傅里叶分析方法与传统的把物面图形分解成无限多物点的方法比较，有很大的优越性。光学传递函数还有很多优越性，例如由两个系统构成的组合系统，它的光学传递函数等于该两个分系统的光学传递函数乘积，如下式所示：

$$MTF(\mu)=MTF_1(\mu)\cdot MTF_2(\mu) \tag{9-17}$$

公式中$MTF(\mu)$为组合系统的光学传递函数，$MTF_1(\mu)$和$MTF_2(\mu)$为两个分系统的光学传递函数。但是，我们知道了每个分系统独立成像的弥散图形，要想得到组合系统的弥散图形几乎是不可能的。

光学系统的截止空间频率就是该系统的分辨率极限。实际光学系统的像总要用一定的接收器接收，例如目视光学仪器的接收器，是人的眼睛，照相机的接收器是感光胶片，电视摄像机的接收器是摄像管的光电阴极面。实际光学系统的分辨率一般是指通过光学系统成像以后，这些特定的接收器所能分辨的最高空间频率。因此，分辨率的高低不仅与光学系统有关，而且也和这些接收器的特性有关。接收器的特性常用阈值曲线表示，图 9-33 中曲线 1 为某种照相底片的阈值曲线，它代表底片在不同对比度下所能分辨的极限空间频率，图中曲线 2 为照相物镜的 MTF 曲线。两曲线的交点对应的空间频率就是光学系统加接收器构成的组合系统的分辨率，也就是照相物镜的摄影分辨率。

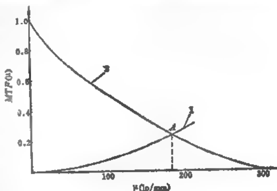


图 9-33

应用光学传递函数来表示系统的成像质量，使很多用点光源成像的概念很难解决的问题，变得比较容易解决了。在使用电子计算机的条件下，给出光学系统的结构参数，就可以计算出系统的光学传递函数。而且实际光学系统的传递函数也能方便地利用仪器进行测量。因此，光学传递函数就把光学系统的设计质量和实际使用性能统一起来了。使我们在设计阶段就能预知系统的实际使用性能，而用不着像过去那样，设计完成以后，必须试制出实际的光学仪器才能通过分辨率检验，确定系统的实际使用性能。这就大大增加了设计的可靠性，避免了人力、物力的浪费。

用光学传递函数评价像质，除了像前面那样给出不同视场的振幅传递函数曲线而外，为了进一步简化，直接选用若干指定空间频率的传递函数值表示，这些选用的空间频率称为特征频率。特征频率的选取，随仪器的用途不同而不同。例如用于电视摄像的物镜，由于电视画面在水平方向的总扫描行数约为六百线，相当于三百线对(lp)。如果采用一英寸的摄像管，像面尺寸约为$15\times20mm^2$，则垂直方向上的扫描空间频率为：

$$\mu=\frac{300}{15}\ lp/mm=20\ lp/mm$$

它就是摄像管的截止频率。因此，一般取20 lp/mm和10 lp/mm作为与这种摄像管配合使用的光学镜头的特征频率。

照相物镜的特征频率，我国定为25 lp/mm 与10 lp/mm，国外也有选用 30 lp/mm 和15 lp/mm 的。

用特征空间频率的传递函数值来评价光学系统的成像质量是一种最简单、直观的像质评价方法。

评价不同类型系统成像质量优劣的光学传递函数标准，尚在陆续制定中，对照相物镜，我国已制定了MTF的评价标准。

对画幅为$24\times36\mathrm{mm}^2$的135$^{\#}$照相物镜，其MTF的标准如表9-8所示。

表 9-8

MTF 特征频率 / 视场 / 孔径	10 lp/mm		25 lp/mm	
	轴 上	0.707ω	轴 上	0.707ω
全孔径	0.7	0.35	0.4	0.15
F5.6	0.8	0.4	0.5	0.2

对画幅为$56\times56\mathrm{mm}^2$的120$^{\#}$照相物镜，其MTF的标准如表9-9所示。

表 9-9

MTF 特征频率 / 视场 / 孔径	10 lp/mm		25 lp/mm	
	轴 上	0.707ω	轴 上	0.707ω
全孔径	0.55	0.3	0.3	0.15
F5.6	0.6	0.35	0.35	0.15

第十章 望 远 镜

前面各章已经分别研究了光学系统的各种普遍性质。从本章开始，分别介绍各种不同类型光学仪器。本章介绍望远镜，首先讨论望远镜的光学性能和技术条件，各个部件（物镜、目镜，倒像系统）的性能和类型，然后用实例说明望远镜的外形尺寸计算方法。外形尺寸计算的任务主要是：根据对仪器提出的要求（光学性能、外形、重量、以及有关技术条件）拟定光学系统原理图，确定系统中各透镜组的焦距、各光学部件和零件的尺寸，以及相互之间的间隔等，是前面各章的综合应用。

§10-1 望远镜的光学性能和技术条件

对一个望远镜的要求，首先是它的光学性能，主要有：

视放大率——Γ；

视场角——2ω；

出瞳直径——D'；

出瞳距离——l'_z。

另外，对于军用光学仪器来说，仪器的外形、体积和重量也是十分重要的技术指标。它和系统的光学性能往往形成突出的矛盾。

除了系统的光学性能和对仪器的外形、体积和重量提出的要求而外，一般还提出一些保证产品质量的技术条件，例如：

分辨率——α；

视差角——ε。

对双眼仪器，还有光轴平行性和相对像倾斜的要求。

上述这些光学性能和技术条件之间，彼此具有密切的联系。如何合理地选择各种指标，对仪器的性能具有决定性的意义。

这些光学性能和技术条件，一般是由使用单位提出来的，但设计人员也必须对它有所了解。下面分别讨论它们之间的相互关系，以及确定这些性能指标的一般原则。

一 视放大率Γ

视放大率是望远镜最重要的光学性能之一，它表示仪器放大作用的大小。它和其它性能指标之间有着十分密切的关系。视放大率必须满足对仪器的精度要求。对不同的仪器精度要求也不一样。例如：

1. 观察仪器。对观察仪器的精度要求，就是它的分辨角。望远镜的分辨角和视放大率之间有以下关系：

$$\alpha = \frac{60''}{\Gamma} \tag{10-1}$$

根据上式，由要求的分辨角α即可求出需要的视放大率Γ。

2. 瞄准仪器。对瞄准仪器的精度要求是它的瞄准误差$\Delta\alpha$。它和视放大率之间的关系和瞄准方式有关。

使用压线瞄准时为

$$\Delta\alpha=\frac{60''}{\Gamma}$$

用对线、双线或叉线瞄准时为

$$\Delta\alpha=\frac{10''}{\Gamma} \tag{10-2}$$

以上这些关系在第五章中已经说明。

3. 测距仪器。测距仪器的精度要求是测距误差。双眼体视测距仪的测距误差和视放大率的关系已由公式（5-17）表示：

$$\Delta l=5\times10^{-6}\frac{l^2}{B\Gamma}$$

根据一定距离 l 上要求的测距误差Δl和仪器的基线B，即可求得视放大率Γ。

由以上这些关系所确定的视放大率只是作为确定仪器视放大率的初步依据，因为视放大率除了和仪器的工作精度有关而外，还与其它一系列因素有关，必须同时兼顾。下面分别加以介绍。

1. 视放大率和仪器体积、重量的关系。

由公式（5-5）和（5-6）得

$$\Gamma=-\frac{f'_物}{f'_目}，\quad \Gamma=\frac{D}{D'}$$

在目镜焦距$f'_目$和出瞳直径D'一定的条件下（$f'_目$和D'的确定将在后面讨论），Γ越大，物镜的焦距$f'_物$和口径D越大。因此，必然增加仪器的体积和重量，这往往是军用光学仪器中增大视放大率的重要障碍。

2. 视放大率Γ和视场2ω的关系。

由公式（5-4）得

$$\Gamma=\frac{\mathrm{tg}\omega'}{\mathrm{tg}\omega}$$

式中ω'为望远镜的像方视场角，也就是目镜的视场角；ω则为望远镜的物方视场角，它标志着仪器的观察范围。一定类型的目镜，它的视场角$2\omega'$是一定的。增大视放大率Γ必然同时减少视场角2ω。因此，视放大率总是和仪器的视场角同时加以考虑。

3. 仪器的使用条件对视放大率的限制。

例如，地面观察瞄准仪器，由于气流的影响，引起景物抖动达$1''\sim2''$。因此，限制了仪器的有效分辨率。这就使地面仪器的视放大率一般不超过30×～40×。另外，手持的仪器，由于人体的颤动，视放大率一般不超过8×。8×以上的仪器必须使用支架。

4. 望远镜的有效放大率

由（9-10）望远镜衍射分辨率公式可得$\alpha=\frac{140''}{D}$，要提高望远镜的分辨率，必须加大物镜口径。望远镜是目视光学仪器，因此受到人眼生理特性的限制。当通过望远镜观察两个发光点时，必须使它们通过仪器后对应的视角大于人眼的视角分辨率60″，人

眼才能分辨开这两个点。因此，要提高望远镜的分辨本领，除了增大物镜口径以提高衍射分辨率外，还要同时增大系统的视放大率，使其符合人眼分辨角的要求，在一定的物镜口径条件下，仪器的衍射分辨率一定，无限度地增大视放大率也不会看到更多的物体细节。下面来讨论它们之间的关系。

人眼的视角分辨率为60″，根据视放大率公式，有

$$\Gamma=\frac{\operatorname{tg}\omega'}{\operatorname{tg}\omega}\approx\frac{60''}{\alpha}$$

或写成

$$\alpha=\frac{60''}{\Gamma}$$

利用上式求出的分辨率称为仪器的视角分辨率。如果要求仪器的视角分辨率和衍射分辨率相等，则应满足下列关系：

$$\frac{60''}{\Gamma}=\frac{140''}{D} \qquad \text{或} \qquad \Gamma_{a}=\frac{D}{2.3} \tag{10-3}$$

符合以上关系的视放大率称为望远镜的"有效放大率"。当望远镜的实际视放大率大于有效放大率时，虽然仪器的视角分辨率提高了，但由于受到衍射分辨率的限制，并不能看清更多的物体细节。但对于实验室或车间使用的检验仪器（如前置镜和检验用的显微镜等），由于操作人员往往需要连续工作，为了保证检验精度和减轻操作人员的疲劳，一般仪器的实际视放大率是有效放大率的2～3倍。

二　视场角2ω

视场角代表望远镜能够同时观察到的最大范围。前面说过，对于一定视场角2ω′的目镜，望远镜的视场2ω和视放大率Γ成反比。因此，选择仪器的视场角和视放大率时，二者必须同时考虑。目前常用的目镜视场角2ω′≈40°～70°，一些结构特别复杂的目镜的视场角2ω′可以达到80°～100°。但由于光能损失严重，像差较大，像质不好，因而应用不多。

对于双眼仪器，一般要求左右两目镜的最小瞳孔间隔不能大于55～57mm，除去镜框以后目镜的通光口径不得大于42～44mm，因而限制了目镜视场的扩大，一般视场2ω′不大于70°～75°。

三　出瞳直径D′

和出瞳直径直接相关的是仪器的主观光亮度。根据§8-14的讨论，当观察发光面时，为了尽可能提高仪器的主观光亮度，仪器出瞳的直径应不小于人眼瞳孔的直径。但人眼瞳孔的直径是随着外界景物的光亮度改变的，白天大约为2mm，黄昏为4～5mm，夜间可达8mm。从主观光亮度的要求出发，大部分军用观察瞄准仪器都要求能够同时在白天和黄昏使用。因此，出瞳直径一般取4mm左右。专为夜间使用的仪器，出瞳直径有的达到8mm。对于某些只在白天使用的仪器，如经纬仪和水平仪，出瞳直径为1.5～2mm。

除了主观光亮度而外，出瞳直径还间接和仪器的衍射分辨率有关。按望远镜的衍射

分辨率公式（9-10）有

$$\alpha=\frac{140''}{D}$$

根据仪器鉴别角 α 的要求，由上式可以求出入瞳的直径 D。根据公式（5-6）

$$\Gamma=\frac{D}{D'}$$

将仪器的视放大率确定以后，就可以求出相应的出瞳直径 D'。假定仪器的衍射分辨率 $\left(\frac{140''}{D}\right)$ 正好等于视角分辨率 $\left(\frac{60''}{\Gamma}\right)$ 时，相应的视放大率称为有效放大率，根据公式（10-3）有

$$\Gamma_{有}=\frac{D}{2.3}$$

将以上二式进行比较，显然可以得到出瞳直径 $D'=2.3$mm。出瞳直径大于 2.3mm 的仪器，衍射分辨率高于视角分辨率，小于 2.3mm则视角分辨率高于衍射分辨率。

前面已经说过，对于检验仪器，为了减轻操作人员的疲劳，一般取实际的视放大率为有效放大率的 2～3 倍。这时相应的出瞳直径大约为 1 mm。至于它们主观光亮度的降低，可以用增强照明的办法加以弥补。

另外，仪器的使用条件也对出瞳直径提出一定要求。当仪器在不规则震动状态下工作时，为了保证不致由于仪器的震动而使观察中断，要求适当加大仪器的出瞳直径。例如，坦克和飞机上使用的仪器，出瞳直径有达到 8～10mm的。

四　出瞳距离 l_z'

在§7-2 中曾经说过，为了避免观察时眼睫毛碰到镜面，要求 l_z' 不小于 6 mm，对于军用光学仪器一般要求不小于 20mm。在某些武器上使用的瞄准镜，为了防止武器后座力的撞击，出瞳距离可达到数十毫米。

前面说过，除了对望远镜的光学性能和外形、体积以及重量提出要求而外，为了保证仪器的质量，通常对产品还提出一些技术条件。下面讨论规定这些技术条件的原则。

五　分辨率 α

根据公式（9-10），一个理想的望远镜系统，它的衍射分辨率由入瞳直径 D 确定。在望远镜的视放大率 Γ 和出瞳直径 D' 确定以后，入瞳直径 D 也就确定了。因此，对应的理想衍射分辨率就是一个确定的数值。实际仪器的衍射分辨率，由于系统设计时的剩余像差，以及加工装配误差的影响，一般都要低于理想的衍射分辨率。因此，通常把系统的实际衍射分辨率 α 作为控制仪器质量的一个综合指标，它的数值一般略高于理想的衍射分辨角：

$$\alpha=K\frac{140''}{D} \tag{10-4}$$

式中系数 K 一般在 1.05～2 之间，视产品质量要求而定。另外，也和仪器的出瞳直径有关。如果仪器的出瞳直径比 2.3mm大得多，则系统理想的衍射分辨率大大地高于视

角分辨率，K可以取大些，如果出瞳直径比 2.3mm小，K应尽量取小些。

六 视差角 ε

对装有分划镜的瞄准仪器，要求分划线和像平面重合。对望远镜来说，也就是要求分划线应该准确地安装在物镜的像方焦平面上。如果分划线和像平面不重合，便产生“视差”。仪器有视差，就可能引起瞄准误差。如图 10-1 所示，假定分划线离开物镜像方焦平面的距离为 b，轴上无限远的目标通过物镜成像在$F'_物$，再经过目镜成像在无限远。平行于光轴入射的光线平行于光轴出射。由于分划线不在物镜的像方焦点$F'_物$上，所以经过目镜以后，成像在有限距离。轴上点K发出的光线经过目镜以后，不是平行光束。由图中可以看到，当人眼在出瞳的上边缘观察时，看到分划线K位于目标的下方；如果人眼逐渐由上往下移动，这时看到分划线和目标产生相对位移，二者逐渐靠拢；当眼睛在光轴上观察时，目标和分划线重合；如果眼睛继续向光轴下方移动，这时分划线K便位于目标的上方。这样，分划线和目标的相对位置便不固定，随眼睛位置的改变而改变。这就会引起瞄准误差。所以，必须根据仪器要求的瞄准精度规定视差的公差范围。

图 10-1

视差有三种不同的表示形式。

1. 线视差。所谓线视差就是用像平面和分划线之间的轴向距离 b 表示的系统视差。

2 角视差。角视差就是由视差引起的最大瞄准角误差。它可以用物空间的角度 ε 表示，也可以用像空间的角度ε'表示。下面我们推导角视差和线视差的关系。

假定系统的线视差为 b，根据牛顿公式，经过目镜以后分划线的像距x'为：

$$x' = -\frac{f'^2_目}{b}$$

出瞳边缘光束的最大发散角即像空间的视差角ε'为：

$$\varepsilon' \approx \frac{D'}{x'} = \frac{D'b}{-f'^2_目}$$

根据望远镜的视放大率公式，在物空间对应的视差角 ε 应为：

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon'}{\Gamma} = \varepsilon'\left(-\frac{f'_目}{f'_物}\right)$$

将ε'代入上式，并以“分”为单位，得到

$$\varepsilon = 3438\ \frac{D'b}{f'_物 f'_目} \qquad (10\text{-}5)$$

式中常数 3438 为一个弧度对应的“分”值。

3. 用视度表示视差。根据视度公式 (5-11) 有

$$SD=-\frac{1000x}{f_{目}'^{2}}$$

将 $x=b$ 代入上式，就得到以视度表示视差的公式：

$$\Delta SD=-\frac{1000b}{f_{目}'^{2}} \tag{10-6}$$

作为望远镜的技术条件，一般标注角视差 ε。

望远镜的技术条件除了分辨率和视差而外，对双眼仪器还要规定光轴平行差和像倾斜，它们在§5-8中已经讨论过，这里就不再重复了。

以上就是望远系统光学性能和技术条件的一般要求。由上面的分析可以看到，望远镜的各种光学性能和技术条件之间并非彼此孤立的，而是相互联系和相互制约的。因此，在确定它们的指标时，必须全面考虑，不应片面地追求某一、二个指标，而应该使它们之间达到合理的配合。这一任务往往不是单纯地依靠理论上的分析所能完成的，必须通过实际的调查研究才能解决。

§10-2 望远镜物镜

望远镜由物镜和目镜组合而成。对望远镜的光学性能和技术条件的要求，决定了对物镜和目镜的要求。例如，望远镜的物方视场角 2ω 就是物镜的视场角，而像方视场角 $2\omega'$ 就等于目镜的视场角。因此，当我们根据望远镜的要求来拟定光学系统的结构时，就要预先考虑到对物镜和目镜的要求。下面分别介绍一些常用的望远镜物镜和目镜的结构型式，以及它们可能达到的光学性能，作为拟定光学系统结构的参考。

物镜的光学特性主要有三个：焦距 $f_{物}'$、相对孔径 $\frac{D}{f_{物}'}$ 和视场 2ω。

一 焦距 $f_{物}'$

望远镜物镜的焦距和系统的视放大率有关，由公式(5-5)

$$\Gamma=-\frac{f_{物}'}{f_{目}'} \qquad 或 \qquad f_{物}'=-\Gamma f_{目}'$$

物镜的焦距是目镜焦距的 Γ 倍。通常我们首先确定目镜的焦距（目镜焦距的确定将在下一节讨论）。根据视放大率 Γ 即可由上式求出物镜焦距。

二 相对孔径

根据公式(5-6)

$$\Gamma=\frac{1}{\beta}=\frac{D}{D'} \qquad 或 \qquad D=\Gamma D'$$

在望远镜的光学性能中，对仪器的出瞳直径和视放大率提出了一定要求。根据上式即可求得入瞳直径 D。

入瞳直径 D 和物镜焦距 $f_{物}'$ 之比 $\frac{D}{f_{物}'}$ 称为物镜的相对孔径。当 $f_{物}'$ 和 D 确定之后，物镜的相对孔径也就确定了。我们不直接用光束口径，而采用相对孔径来代表物镜的光学特性，这是因为相对孔径近似等于光束的孔径角 $2U_{max}'$。相对孔径越大，光束和光轴

的夹角U'_{max}越大，像差也就越大。为了校正像差，必须使物镜的结构复杂化。换句话说，相对孔径代表物镜复杂化的程度。例如，一个物镜的焦距为200mm，光束口径为40mm；另一个物镜的焦距为100mm，光束口径为35mm，前者相对孔径为1:5；而后者为1:2.85。尽管前者光束口径比后者大，但是后者必须采用比前者更为复杂的物镜结构。

三　视　场

系统所要求的视场，也就是物镜的视场。由公式（5-4）得

$$\mathrm{tg}\omega=\frac{\mathrm{tg}\omega'}{\Gamma}$$

ω'即目镜的视场角。一般望远镜物镜的视场都不大，通常不超过10°～15°。

由于物镜视场不大，并且视场边缘的成像质量允许适当降低，因此只须校正球差、彗差和轴向色差。

下面介绍几种常用的望远镜物镜的结构和光学特性。

（一）折射式望远物镜

1．双胶物镜

双胶物镜是一种最常用最简单的望远镜物镜，由一个正透镜和一个负透镜胶合而成，如图10-2所示。这种物镜的优点是：结构简单，安装方便，光能损失小，合适的选择玻璃可以校正球差、彗差和轴向色差三种像差，满足望远镜物镜的像差要求。

图　10-2

图　10-3

不同焦距时，双胶物镜可能得到满意的成像质量的相对孔径如表10-1所示。

表　10-1

焦距(mm)	50	100	150	200	300	500	1000
相对孔径	1:3	1:3.5	1:4	1:5	1:6	1:8	1:10

由于这种物镜不能校正像散和场曲，所以视场一般不能超过8°～10°。如果物镜后面有很长光路的棱镜，由于棱镜的像散和物镜的像散符号相反，可以抵消一部分物镜的像散，视场可达到15°～20°。一般双胶物镜的最大口径不能超过100mm，这是因为当透镜直径过大时，由于透镜的重量过大，胶合不牢固。同时，当温度改变时，胶合面上可能产生应力，使成像质量变坏，严重时可能脱胶。

2．双不胶物镜

双不胶物镜同样由一块正透镜和一块负透镜组成，但两透镜中间有一个空气间隔，如图10-3所示。

它和双胶物镜比较，具有下列优点：

1）物镜的口径不受限制。因此，一些大口径的物镜都用双不胶物镜，而不用双胶物镜；

2）能够利用空气间隔校正剩余球差，增大相对孔径。在一般焦距（100～150mm）时，相对孔径可达 1:2.5～1:3。

它的缺点是：光能损失增加，加工安装比较困难，特别是两透镜的共轴性不易保证。

3. 双单和单双物镜

如果物镜的相对孔径大于 1:3 时，一般采用一个双胶合透镜和一个单透镜进行组合，根据它们前后位置排列不同，分双单和单双两种物镜，如图 10-4(a)、(b)所示。这种型式的物镜，如果双胶透镜和单透镜之间的光焦度分配合适，双胶合透镜玻璃

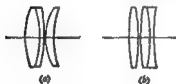


图 10-4

图 10-5

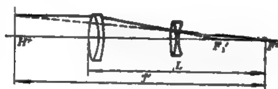


图 10-6

选择恰当，孔径高级球差和色球差都比较小，相对孔径可达 1:2，这是目前采用较多的大相对孔径望远物镜。

4. 三分离物镜

这种型式的物镜由三个单透镜构成，如图 10-5 所示。它能很好地控制孔径高级球差和色球差，相对孔径可达 1:2。缺点是装配调整困难，光能损失和杂光都比较大。

5. 摄远物镜

摄远物镜由一个正透镜组和一个负透镜组构成，如图 10-6 所示。

它的优点是：

1）使系统的总长度 L 小于物镜的总焦距 f'。因此，可以缩短仪器的外形尺寸；

2）能增加视场。因为具有正透镜组和负透镜组，除了校正球差和慧差而外，还能校正场曲和像散。

它的缺点是：相对孔径比较小。因为前组的相对孔径比整个物镜的相对孔径高得多，如前所述，双胶物镜的相对孔径不能太大，因而整个物镜的相对孔径受到前组相对孔径

图 10-7

的限制。前组用双胶透镜，相对孔径不超过 1:4，整个物镜的相对孔径不超过 1:7。若前组用相对孔径为 1:3 的双不胶透镜，则整个物镜的相对孔径可达到 1:5 左右。

6. 由两个双胶合组构成的物镜

如图 10-7 所示，随着两透镜组相对位置的不同，可以分为图中（a）和（b）所表示的两类。图（a）形式的物镜可以增大相对孔径达到1:2.5～1:3；图（b）形式的物镜可以增加视场。例如，相对孔径为 1:5 时，视场可以达到 30°。

（二）反射式望远镜物镜

消色差物镜发明以后，虽然很多小口径望远物镜都改用透镜，但大口径的望远镜，例如从几百毫米到几米口径的物镜，目前仍然全部采用反射式物镜，这是因为它具有以下优点：

1）完全没有色差，各种波长的光所成像严格一致，完全重合。

2）可以在紫外到红外很大波长范围内工作。

3）反射镜的材料比透镜的材料容易制造，特别对大口径零件更是如此。

它的主要缺点是反射面加工精度比折射面要求高得多，表面变形对像质影响较大。

由于天文望远镜要求的视场比较小，被观察物体基本上位在光轴上，所以大型天文望远镜物镜多由对轴上点等光程的反射面构成，主要有以下三种型式

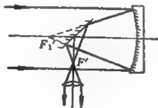


图 10-8

1. 牛顿系统

由一个抛物面和一块与光轴成 45° 的平面反射镜构成，如图 10-8 所示。无限远轴上点经抛物面反射后，在它的焦点F_1'成一理想像点，再经平面反射镜后同样得到一个理想像点F'。

2. 格里高里系统

由一个抛物面主镜和一个椭球面副镜构成，如图 10-9 所示。抛物面焦点 F_1'与椭球

面的一个焦点重合。所以无限远轴上点经抛物面后在F_1'处成一个理想像点，再经椭球面理想成像于另一个焦点F_2'。格里高里系统成正像，但系统较长。

图 10-9

3．卡塞格林系统

由一个抛物面主镜和一个双曲面副镜构成。如图 10-10 所示。抛物面的焦点和双曲面的虚焦点重合于F_1'。无限远轴上点经抛物面理想成像于F_1'，再经双曲面理想成像于实焦点F_2'。卡塞格林系统成倒像。由于系统长度短，主镜和副镜的场曲符号相反，有利于扩大视场，因此目前被广泛采用。

图 10-10

上述反射式望远镜物镜对轴上点来说成像符合理想，但对轴外点来说，有很大的彗差和像散，因此它们的可用视场很有限。为了获得较大视场，在像面附近加入透镜式视场校正器，用以校正反射系统的彗差和像散，因而出现了折反射式望远镜物镜。

（三）折反射式望远镜物镜

为了避免非球面制造的困难，以及改善轴外成像质量，采用球面反射镜作主镜，校正透镜用于校正球面镜产生的像差。根据校正透镜型式的不同，折反射式望远物镜主要有以下三种型式：

1．施米特物镜

它的构成如图 10-11 所示。在球面反射镜的球心上，放置一块非球面校正板（施米特校正板），一方面用于校正球面反射镜的球差，另一方面作为整个系统的入瞳，使球

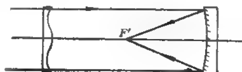


图 10-11

图 10-12

而不产生彗差和像散，相对孔径可达 1:2，甚至达到 1:1，视场可达到 20°。缺点是系统长度较大，等于主反射镜焦距的两倍。

2. 马克苏托夫物镜

由两个球面构成的弯月形透镜，也能校正球面反射镜产生的球差和彗差。这种校正透镜称作马克苏托夫弯月镜，如图 10-12 所示。这种系统不能校正整个光束的球差，只能校正边缘球差，因此存在剩余球差，对轴外像差来说，只能校正彗差，不能校正像散。它的相对孔径一般不大于 1:4，视场为 3°。

3. 同心系统

如图 10-13 所示，用和主反射镜同心的透镜（称为同心透镜）作校正透镜，既能校正反射镜的球差，又不产生轴外像差。但存在剩余球差和少量色差，因此相对孔径不能太大。

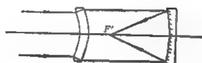


图 10-13

某些小型望远镜物镜也采用折反射系统，一是利用反射镜折叠光路，以缩小仪器体积和减轻重量；二是主反射镜不产生色差，因此一些相对孔径较大，焦距特别长的物镜，常采用折反射式物镜。

§10-3 望远镜目镜

望远镜目镜的作用相当于放大镜。它把物镜所成的像放大后成像在人眼的远点，以便进行观察。对于正常人眼睛，远点在无限远。因此，一般要求物镜所成的像平面应与目镜的物方焦平面重合。

目镜的光学特性主要有三个：像方视场角 $2\omega'$、相对出瞳距离 $\frac{l'_z}{f'_目}$ 和工作距离 S。下面分别加以说明。

一 像方视场角 $2\omega'$

根据望远镜的视放大率公式（5-4）可以看到，如果望远镜的视放大率和视场角一定，就要求一定的目镜视场。无论是提高望远镜的视放大率 Γ 或者视场角 ω，都需要相应地提高目镜的视场。目前，提高望远镜视放大率和视场主要是受到目镜视场的限制。

一般目镜的视场为 40°～50°，广角目镜的视场为 60°～80°，90° 以上的目镜称为特广角目镜。双眼仪器的目镜视场不超过 75°。

表 10-2

视放大率	4×	6×	8×	10×	20×
视场 2ω	12°	8°	6°	4.8°	2.4°

当目镜的视场一定时，增大望远镜的视放大率Γ必然要减小整个系统的视场 2ω。例如，当目镜的视场为 45°时，不同视放大率对应的视场角如表 10-2 所示。

如果要设计大视场和高视放大率的望远镜，必须采用广角或特广角目镜。

增大目镜视场的主要矛盾是轴外像差不易校正。尽管广角和特广角目镜的光学结构都比较复杂，但像质仍不理想，使用受到限制。

二　相对出瞳距离 $\frac{l'_z}{f'_{\text{目}}}$

目镜的出瞳距离l'_z和目镜焦距$f'_{\text{目}}$之比$\frac{l'_z}{f'_{\text{目}}}$称为相对出瞳距离。

出瞳乃是望远镜的孔径光阑在望远镜像空间所成的像，它与入瞳对整个系统互为物像关系。在一般情形，望远镜的孔径光阑和物镜框重合，如图 10-14 所示。应用牛顿公式：

$$xx' = f_{\text{目}} f'_{\text{目}} = -f'^2_{\text{目}}$$

将 $x = -f'_{\text{物}}$，$\Gamma = -\frac{f'_{\text{物}}}{f'_{\text{目}}}$ 代入上式，得

$$x' = -\frac{f'_{\text{目}}}{\Gamma}$$

相对出瞳距离$\frac{l'_z}{f'_{\text{目}}}$为

$$\frac{l'_z}{f'_{\text{目}}} = \frac{l'_F}{f'_{\text{目}}} + \frac{x'}{f'_{\text{目}}}$$

图　10-14

当望远镜的放大率Γ较大时，x'和$f'_{\text{目}}$比较起来很小，l'_z近似地等于目镜的像方顶焦距l'_F。因此，对于一定型式的目镜，l'_z和焦距之比近似地为一个常数。所以可以用相对出瞳距离作为目镜的一个特性常数。下面讨论目镜的相对出瞳距离对望远镜结构的影响。

出瞳距离l'_z是根据使用要求给出的。当l'_z要求一定时，$\frac{l'_z}{f'_{\text{目}}}$之比越大，则$f'_{\text{目}}$越小。望远镜的总长度$L$等于目镜和物镜焦距之和，即

$$L = f'_{\text{目}} + f'_{\text{物}} = f'_{\text{目}}(1 - \Gamma)$$

由上式可知，总长度L和目镜的焦距$f'_{\text{目}}$成比例。所以目镜的相对出瞳距离直接影响仪器的外形尺寸。

另外，当目镜视场 ω' 一定时，$\frac{l'_z}{f'_目}$ 越大，光线在目镜上的投射高增加，像差也越严重。欲得到满意的像质，目镜的结构必然随着 $\frac{l'_z}{f'_目}$ 比值增大而趋于复杂。

一般目镜的相对出瞳距离为 $\frac{l'_z}{f'_目}=0.5\sim0.8$，有些目镜的相对出瞳距离达到1以上。

提高目镜的相对出瞳距离，实质上是使目镜的像方主平面 H' 向后移。在目镜物方焦平面附近加入负场镜也可以适当地增大出瞳距离。

三　工作距离 S

目镜第一面顶点到物方焦平面的距离称为目镜的工作距离。如第五章所述，目视光学仪器为了适应远视眼和近视眼使用，视度是可以调节的。视度的调节范围一般为 ±5 视度。有些仪器的视度是固定的，约在 $-0.5\sim-1$ 视度之间。

当要求视度调节范围 $SD=\pm5$ 视度时，根据公式（5-11），目镜的轴向移动量 x 等于：

$$x=-\frac{SD\cdot f'^2_目}{1000}=-\frac{\pm5f'^2_目}{1000}$$

由此可见，当要求负视度时，x 为正值，目镜必须移近物镜的像平面。

为了保证在调负视度时目镜的第一面不致与装在物镜像平面上的分划板相碰，要求目镜的工作距离 S 大于目镜调视度所需要的最大轴向移动量（如果没有分划板，则上述要求就不必要了）。

在简单的望远镜中，目镜和物镜的相对孔径相等，但是目镜的焦距一般比物镜焦距小得多，同时所用透镜组也比较多。因此，目镜的球差和轴向色差一般都比较小，用不着特别注意校正便可满足要求。但是，由于目镜的视场大，和视场有关的彗差、像散、场曲、畸变和垂轴色差都相应地大，目镜主要需要校正这五种像差。然而，由于目镜视场过大，无法完全校正。因此，望远镜视场边缘的成像质量一般都比视场中心差。在装有瞄准或测量分划板的望远镜中，物镜（包括棱镜）和目镜应尽可能分别校正像差。如果没有分划板，设计时可使物镜和目镜的像差互相补偿。

除此而外，对于目镜的光阑球差也有一定要求。所谓光阑球差，就是孔径光阑经过在它后方的光学系统成像时的球差。当存在光阑球差时，不同视场斜光束的主光线不交在一点，如图 10-15 所示。如果光阑球差过大，当眼睛瞳孔在 E'_1 位置时，边缘视场的

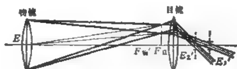


图　10-15

光束不能进入眼睛。因此，不能看到整个视场。瞳孔在E'_3位置时，虽能看到视场的边缘和视场的中心部分，但区域视场的一部分光束不能进入眼睛，因而看不清楚。所以，眼睛放在任何位置上都不能同时看清整个视场，因而必须对目镜的光阑球差进行验算。

下面介绍在望远镜中经常采用的一些目镜型式和它们的光学特性。

(一) 惠更斯目镜

它由两个单透镜构成，如图 10-16 所示。光学特性为：

$$2\omega' = 40^\circ \sim 50^\circ$$

$$\frac{l'_z}{f'_目} \approx \frac{1}{4}$$

天文望远镜中常采用惠更斯目镜。它的缺点是由于不存在实像面，因此不能安装分划板。

图 10-16

(二) 冉斯登目镜

它由两个平凸透镜构成，如图 10-17 所示。其光学特性为：

$$2\omega' = 30^\circ \sim 40^\circ$$

$$\frac{l'_z}{f'_目} \approx \frac{1}{3}$$

冉斯登目镜主要用于大地测量仪器的望远镜目镜，一般用作测量和读数。

图 10-17

(三) 凯涅尔目镜

它由一个单透镜和一个胶合透镜构成，如图 10-18 所示。其光学特性为：

$$2\omega' = 45^\circ \sim 50^\circ$$

$$\frac{l'_z}{f'_目} \approx \frac{1}{2}$$

图 10-18

图 10-19

（四）对称目镜

由两个双胶透镜构成，如图 10-19 所示。光学特性为：

$$2\omega' = 40^\circ \sim 42^\circ$$

$$\frac{l'_z}{f'_目} \approx \frac{3}{4}$$

像质优于凯涅尔目镜。由于结构对称，加工方便，相对出瞳距离大，它在军用观察和瞄准仪器中应用很广。

（五）无畸变目镜

它的结构如图 10-20 所示，其光学特性为：

$$2\omega' = 40^\circ; \quad \frac{l'_z}{f'_目} \approx \frac{3}{4}$$

无畸变目镜并非完全校正了畸变，只是畸变略小些，适用于测量仪器中。

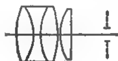


图 10-20

图 10-21

（六）艾尔弗目镜

其结构如图 10-21 所示，光学特性为：

$$2\omega' = 65^\circ \sim 72^\circ; \quad \frac{l'_z}{f'_目} \approx \frac{3}{4}$$

它适合于大视场和大出瞳距离的情形，是应用很广的一种广角目镜。

（七）特广角目镜

其结构如图 10-22 所示，光学特性为：

$$2\omega' = 80^\circ; \quad \frac{l'_z}{f'_目} = \frac{4}{5}$$

当视场减为 60°时，

$$\frac{l'_z}{f'_目} \approx 1$$

这是一种性能较好的目镜，结构也比较紧凑。

图 10-22

图 10-23

（八）长出瞳距离目镜

其结构如图 10-23 所示，相对出瞳距离可达到$\frac{l'_z}{f'_目}\approx 1.37$，但视场不大，仅为40°。

目镜的型式很多，在满足光学性能（视场和出瞳距离）的条件下，设计选用时，一方面要注意它的成像质量，同时也要充分考虑到结构简单和工艺性好。

在进行望远镜系统外形尺寸计算时，往往首先根据对目镜的视场角 $2\omega'$ 和出瞳距离l'_z的要求选定目镜的型式。l'_z 要求大的，应选相对出瞳距离$\frac{l'_z}{f'_目}$大的目镜，否则目镜的焦距过大而增加仪器的体积和重量。选定了目镜的型式以后，由相对出瞳距离$\frac{l'_z}{f'_目}$和仪器要求的出瞳距离l'_z即可初步确定目镜的焦距$f'_目$。

§10-4 倒像系统

目前用于观察瞄准的望远镜大多由一个正焦距的物镜和一个正焦距的目镜组成。根据视放大率公式（5-5）可知，这种系统的视放大率为负值，因而成的是倒像。为了获得正像，必须在系统中加入倒像系统。倒像系统可分为棱镜式和透镜式两类。下面分别进行讨论。

一 棱镜式倒像系统

凡是物像反向并且相似的棱镜和反射镜系统，都可作为倒像系统。把棱镜式倒像系统和望远镜系统组合时，应该遵守第六章所述共轴系统和平面镜棱镜系统的组合原则。棱镜式倒像系统的特点是：

第一 由于平面反射成像时，物像大小相等，所以棱镜式倒像系统不会改变原有系统的放大率；

第二 除了起倒像作用外，还能同时改变光轴方向，例如在图 6-2 的望远镜系统中采用了一个 45°∧4 的施米特屋脊棱镜，除了起倒像作用外，同时使光轴折转 45°；

第三 由于系统的光轴经过反射后被折叠，因而可使系统的长度大大地缩短。例如图 6-1（b）中的军用观察望远镜系统，采用了两个 180°-2 的棱镜，除了起倒像作用外，并使系统的长度缩短了。

至于棱镜式倒像系统的构成方法，已在第六章中作过详细介绍，这里就不再重复了。

二 透镜式倒像系统

透镜式倒像系统就是把无限远物体在望远镜物镜焦平面上所成的像y'_1，利用一个透镜组使它在目镜物方焦平面上成一个和y'_1颠倒的像y'_2，然后再经目镜成像于无限远，如图 10-24 所示。

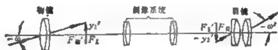


图 10-24

就整个系统来说，把无限远的物体成像在无限远，仍然符合望远系统的要求。但是，入射平行光束和光轴的夹角ω和相应的出射平行光束和光轴的夹角ω'符号相同。因此，视放大率为正值，系统成一直立的正像。在物镜的像方焦平面和目镜的物方焦平面之间加入的垂轴放大率为负值的透镜组，就称为透镜式倒像系统。

透镜式倒像系统的特点是：

第一 它要增加系统的长度。加入了透镜式倒像系统后，系统的总长度等于原来的长度加上倒像系统物像之间的距离；

第二 透镜式倒像系统能够改变系统的视放大率。由图得到

$$\text{tg}(-\omega)=\frac{y'_1}{f'_物} \quad 或 \quad \text{tg}\omega=-\frac{y'_1}{f'_物}$$

$$\text{tg}(-\omega')=-\frac{y'_2}{f'_目} \quad 或 \quad \text{tg}\omega'=\frac{y'_2}{f'_目}$$

将以上二式相除，即为系统总的视放大率

$$\Gamma=\frac{\text{tg}\omega'}{\text{tg}\omega}=-\frac{f'_物}{f'_目}\cdot\frac{y'_2}{y'_1}$$

式中$-\frac{f'_物}{f'_目}$为简单望远镜的视放大率，用Γ_0表示；$\frac{y'_2}{y'_1}$为倒像系统的垂轴放大率，用β表示，代入上式，得

$$\Gamma=\Gamma_0\beta \tag{10-7}$$

由上式可知，具有透镜式倒像系统的望远镜系统的视放大率，等于简单望远镜的视放大率和倒像系统垂轴放大率的乘积。

倒像系统的垂轴放大率一般都在$-\frac{1}{2}\sim-3$之间，$\beta=-1$是最常用的。此时，整个望远系统的视放大率大小不变，只改变符号。如果β不等于-1，则由于倒像系统的加入，将使系统的视放大率发生改变。

在望远镜中采用的倒像系统一般由两个透镜组构成，并且使倒像系统第一个透镜组的物方焦平面和物镜的像方焦平面重合，如图10-24所示。无限远物体通过物镜和倒像系统第一个透镜组后成像在无限远。倒像系统的第二个透镜组的像方焦平面和目镜的物方焦平面重合。假定倒像系统的两个透镜组的焦距分别为f'_1、f'_2，不难证明，其垂轴放

大率为

$$\beta=-\frac{f_2'}{f_1'}$$

代入公式（10-7），得

$$\Gamma=\Gamma_0\beta=-\Gamma_0\frac{f_2'}{f_1'}=\frac{f_物'}{f_目'}\cdot\frac{f_2'}{f_1'} \tag{10-8}$$

假定采用 $\beta=-1$ 的倒像系统，则 $f_1'=f_2'$，$y_1'=-y_2'$，同时，由于两透镜组之间为平行光，$h_1=h_2$。因此，两透镜组的焦距、视场和相对孔径都相等，可以采用两个完全相同的透镜组来构成，这样给设计和加工都带来方便。由于两透镜组之间为平行光，改变两透镜组之间的距离不会对系统的光学特性发生影响，这对装配和校正整个系统十分有利。

对轴向光束来说，倒像系统的两个透镜组的口径相等，通常把倒像系统的口径取作和轴向光束的口径相同。当两透镜组之间有一定距离时，斜光束的宽度将随着视场角的增加而减小，即存在斜光束渐晕。当斜光束的对称轴线——主光线和光轴的交点在两透镜中间时，斜光束的宽度最大。因此，在绝大多数倒像系统中，都是遵守这一要求的。

为了减小物镜的口径，往往希望孔径光阑在物镜框上，即主光线通过物镜中心。对倒像系统来说，希望主光线通过两透镜组之间的中点，如图10-25所示。为此，必须在中

图　10-25

间像平面（物镜的像方焦平面）上加入场镜。图10-25即为加入场镜以后的系统光路图。

当放大率 $\beta=-1$ 时，倒像系统的两个透镜组的相对孔径显然和物镜的相对孔径相同，成像情况也相似，所以一般可采用双胶物镜。在视场或相对孔径较大的情形，有时也采用其他型式的望远物镜。

§10-5　可变放大率的望远镜

望远镜的放大率和视场是相互矛盾的，增加放大率就得减小视场。当使用望远镜来搜索目标时，希望有尽可能大的视场，对视场的要求是主要矛盾；在找到目标以后，为了把目标看得更清楚，就要求尽可能大的放大率。这时，对放大率的要求则上升为主要矛盾。可变放大率的望远镜就是为了解决这一矛盾而产生的。当搜索目标时使用低放大率，以便得到较大的视场，在仔细地研究目标时，则使用高放大率小视场。

可变放大率系统可以分为两类，一类是间断变倍系统，另一类是连续变倍系统。下面分别进行讨论。

一　间断变倍系统

所谓间断变倍系统，就是系统可以改变某几种放大率。望远镜中实现间断变倍的方法一般有以下几种：更换目镜、更换物镜、更换倒像透镜、附加伽里略望远镜以及转动

伽里略望远镜。

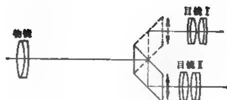


图　10-26

1．更换目镜　根据望远镜视放大率公式（5-5）

$$\Gamma = -\frac{f'_{物}}{f'_{目}}$$

当更换不同焦距的目镜时，望远镜的视放大率将发生改变。通常是把不同焦距的目镜装在一个转盘上，利用改变转盘的位置更换目镜。另外，也可以采用目镜不动，用转动或者移动棱镜的方法来更换目镜。如图10-26中所示，当棱镜处在位置Ⅰ时，眼睛通过目镜Ⅰ进行观察；当棱镜转动180°以后处在位置Ⅱ时，眼睛通过目镜Ⅱ进行观察。

当更换不同目镜进行变倍时，系统出瞳的位置和直径都将发生改变。

2．更换物镜　更换不同焦距的物镜，同样可以达到改变系统视放大率的目的。图10-27中所示，就是一种更换物镜的方法。仪器的头部由两组物镜和两个反射棱镜构成。

图　10-27

在位置Ⅰ时，物镜A和棱镜A进入工作。如果把头部转动180°，变成位置Ⅱ时，物镜B和棱镜B进入工作，但物镜B是一个由会聚双胶透镜B_1和发散透镜B_2组成的摄远物镜，它的焦距比物镜A显著增加，因而使整个系统的放大率发生改变。

显然，这两组物镜的焦平面位置应该保持不变。

3．更换倒像透镜　在具有透镜式倒像系统的望远镜中，根据公式（10-8），系统总的放大率为

$$\Gamma = \frac{f'_{物}}{f'_{目}} \cdot \frac{f'_2}{f'_1}$$

由公式可知，利用更换倒像系统中任意一组透镜的焦距（f'_1或f'_2）都能改变系统的放大率。图10-28中所示就是一种利用更换透镜变倍的倒像系统。倒像系统的第二个透镜有两种不同的焦距。当透镜组φ_{2a}进入工作状态时，φ_{2b}不工作；反之，当φ_{2b}进入工作状态

时，φ_{2a}不工作，这两个透镜组的运动是由机械结构联系着的。由于φ_{2a}和φ_{2b}焦距不同，因此系统的放大率就发生改变。

4．附加伽里略望远镜　假定一个望远镜原来的放大率为Γ_2，如果在它的前面再加上一个放大率为Γ_1的伽里略望远镜，如图10-29所示。无限远的物体通过伽里略望远镜以

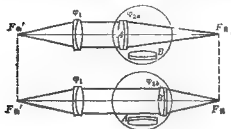


图　10-28

图　10-29

后，成像于无限远，对于第二个系统来说，它的物仍在无限远。因此，伽里略望远镜的加入并不会影响原来系统的成像特性。下面求系统总的视放大率Γ，根据望远镜视放大率公式（5-4）：

$$\Gamma_1=\frac{\mathrm{tg}\,\omega_1'}{\mathrm{tg}\,\omega_1},\quad \Gamma_2=\frac{\mathrm{tg}\,\omega_2'}{\mathrm{tg}\,\omega_2}$$

由于第一个系统的出射光束就是第二个系统的入射光束，所以$\omega_1'=\omega_2$。将以上二式相乘得到：

$$\Gamma_1\times\Gamma_2=\frac{\mathrm{tg}\,\omega_1'}{\mathrm{tg}\,\omega_1}\cdot\frac{\mathrm{tg}\,\omega_2'}{\mathrm{tg}\,\omega_2}=\frac{\mathrm{tg}\,\omega_2'}{\mathrm{tg}\,\omega_1}$$

根据视放大率的定义，$\mathrm{tg}\,\omega_2'$和$\mathrm{tg}\,\omega_1$之比应该等于系统总的视放大率Γ，由此得到

$$\Gamma=\Gamma_1\times\Gamma_2 \tag{10-9}$$

上式表明，在望远镜前面加入一个视放大率为Γ_1的伽里略望远镜，就可以使系统的视放大率增加Γ_1倍。

在具有倒像系统的望远镜中，伽里略望远镜也可以加在两倒像透镜之间的平行光束内。

5．转动伽里略望远镜　如果把图10-29的伽里略望远镜转动180°，如图10-30所示。则原来的目镜就变成了物镜，而原来的物镜就成了目镜。根据望远镜视放大率公式：

$$\Gamma=-\frac{f_物'}{f_目'}$$

图　10-30

既然物镜和目镜互相对调，则倒像以后的视放大率应为原来视放大率的倒数。因此，伽里略望远镜倒转后，系统总的视放大率$\Gamma_{倒}$应为：

$$\Gamma_{倒}=\frac{\Gamma_2}{\Gamma_1}$$

因此有

$$\Gamma_{未倒}=\Gamma_1\times\Gamma_2=\Gamma_{倒}\times\Gamma_1^2$$

由此可知，当伽里略望远镜倒转时，系统总的视放大率改变了Γ_1^2倍。

例如$\Gamma_2=10\times$的望远镜加上$\Gamma_1=2\times$的伽里略望远镜以后，系统总的视放大率为$20\times$；将伽里略望远镜倒转后，则系统总的视放大率变为$5\times$。

二　连续变倍系统

上面讨论的是间断变倍的望远镜，它们的共同缺点是：在改变倍率的过程中，观察必须中断。这对观察运动目标十分不利，因为在观察中断的瞬间，目标很可能跑出仪器视场。为了解决这一矛盾，要求采用连续变倍望远系统，即在变倍过程中能够不使观察中断。最常用的连续变倍的方法是移动倒像系统的两个透镜组。

大家知道，当物距l改变时，视放大率将发生改变，同时像平面位置也要变化。为了保证在变倍过程中始终能看到目标，希望当两透镜移动时，像平面位置保持不变，即要求两透镜组的移动应该符合一定的规律，如图10-31所示，要求：

$$-l_1+d+l_2'=L=常数 \qquad (10-10)$$

例如，当两透镜组的焦距$f_1'=f_2'$，并且$L=4f_1'$时，透镜组的移动规律如图10-32所示。

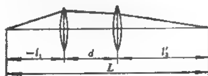


图　10-31

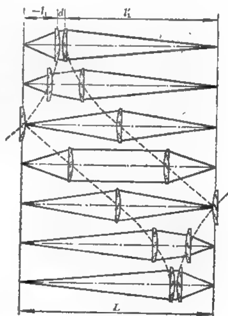


图　10-32

为了保证结构实现的可能性，透镜的移动路线必须满足以下条件：

1. 透镜移动均匀，两曲线不相交。如果两曲线相交，透镜将发生碰撞；

2. 在变倍过程中，透镜只向一个方向移动，不向反方向移动，以避免透镜运动中产生死点

§10-6 光学测距仪

准确地测出目标距离，在军事上有着十分重要的意义。光学测距仪就是用来测量目标距离的一种目视光学仪器。对于目视光学仪器，可以用单眼进行观察，也可以用双眼进行观察，因此光学测距仪可分为单眼测距仪和双眼测距仪两类，下面分别进行介绍。

一 单眼测距仪

单眼测距仪实质上是利用三角形边角关系进行测距的一种光学仪器，它的测距原理如图10-33所示。O_1、O_2是两个焦距相等的物镜，基线长为B，目标对仪器二入射瞳孔所构成的视差角α为

$$\alpha=\frac{B}{l}$$

或写成

$$l=\frac{B}{\alpha}$$

l即为被测目标距离，由上式可知，如果在一侧光路系统中安装一个视差角测量装置，测出α大小之后，便可求得被测目标距离。因此说光学测距仪实际上是一个精密测角光学仪器。

单眼测距仪的光学系统原理图如图10-34所示，被测目标发出的光束，经端部反射镜1，2反射，分别进入望远镜物镜O_1，O_2，然后再经中央反射镜3，4反射后，进入同一目镜O_3，人眼通过目镜进行观察。当目标位在有限距离时，由于$\alpha\neq 0$，因此在同一视场中观察到左右相错的两个目标像，其错移量与目标对仪器的视差角成正比，这时操作视差角测量装置5，改变右侧光路中成像光束方向，直至两个左右相错的目标像完全重合，便可测出视差角α，也即测出目标距离l。然而，由于在同一视场中出现两个目标像，造成视场混乱，特别是目标外形复杂时，更难以使两个目标像准确地重合，因而导致测距误差，甚至无法测距。为此，实际使用的单眼测距仪，采用中央分（合）像棱镜，使视场中央形成一条水平分像线，当目标位在有限距离时，视场中观察到的是沿分像线左右错开的两个像，如图10-35所示。这样既能反应目标对仪器的视差角大小，又可避免视场中混乱。

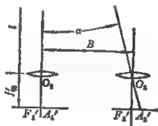


图 10-33

单眼测距仪的测距精度取决于两个像对准的精度，由于人眼对准精度的限制，不可能使两个像准确无误的对准，这就将引起测距误差。怎样提高单眼测距仪的测距精度呢？有两个途径：一是加大仪器的基线长B，以加大同一目标对仪器的视差角α；另一个是提高望远系统的视放大率Γ，以加大目标像对人眼的视差角α'。

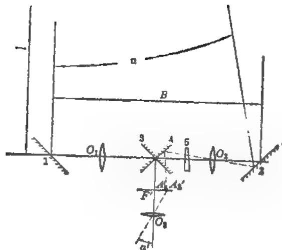


图 10-34

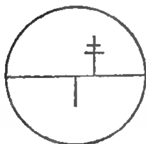


图 10-35

二 体视测距仪

在§5-7中我们曾介绍了双眼立体视觉概念,体视测距仪就是利用人眼立体视觉来测量目标距离的双眼观察仪器，它的工作原理如图10-36所示。实际上,它是一种两个入射光瞳之间有较长基线的双目望远镜。因而能提高人眼的体视能力。通过一般的双目望远镜观察外界景物时，只能区别谁远谁近，但不能确定实际距离是多少。为了确定目标距离，仪器本身必须具备一个距离基准，为此，在左右两块分划板上各自刻制一个形状和大小完全相同的标记（例如菱形），并使它们所对应的视差角为零，这样通过目镜观察时，将看到一个位在无限远的标记，它就作为测距基准。当测量目标距离时，将被测目标和无限远标记作深度比较，若二者深度一致，说明目标位在无限远；若二者深度不同，说明目标位在有限距离。为了测得目标距离，操作视差角测量装置，使从物镜出射的整个光束偏转某一角度，从而补偿目标对仪器的视差角，当目标像和无限远标记位在同一深度时，说明完全抵消了目标对仪器的视差角，这样便可测得目标的距离，在测距过程中，本来是目标像在深度上逐渐靠近测标，由于人的心理作用，认为目标是不动的，而

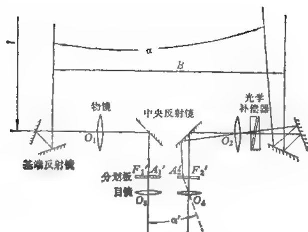


图 10-36

是无限远标记在深度上逐渐"游"向目标，所以体视测距仪又称作"游标测距仪"，它适合于测量背景较复杂的地面目标距离。

不难想像，如果在分划板上不只刻制一对代表无限远的标记，而是刻制代表不同距离的一系列标记，按远近顺序排列成"之"字形，通过目镜便可观察到一系列远近不同的标记，沿着折线伸向空间深处。测距时，只需将被测目标像与标记进行深度比较，目标像与哪个标记深度相同，哪个标记代表的距离就是被测目标的距离，不需视差角测量装置。这种体视测距仪称作"定标测距仪"，适合于测背景较为简单的活动目标，例如测空中目标。

体视测距仪是依靠人眼的立体视觉进行测距的仪器，测距精度直接受人眼体视锐度的限制。为了提高仪器的测距精度，必须提高仪器的体视放大率，以减小测距仪的体视误差。根据公式（5-7）双眼仪器的体视误差为：

$$\Delta l = 5\times10^{-6}\frac{l^2}{\Gamma B}$$

从上式可看出，要减小测距仪的测距误差Δl，有两个途径，一个是加大仪器的基线长B，另一个是增大望远系统的视放大率Γ。

三　光学补偿器

不论是单眼测距仪还是双眼体视测距仪，都需要视差角测量（或消除）装置，用来改变测距仪中一侧目标光束的方向，通常称这种装置为光学补偿器。下面简单介绍几种常用的光学补偿器。

1　旋转双光楔补偿器

如图10-37所示，它由两块结构完全相同的光楔构成，放在物镜前面平行光路中，当两块光楔绕物镜光轴作等速反向旋转时，目标光束将产生偏转，物镜焦平面上的像点A'

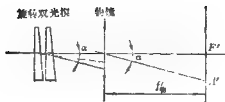


图 10-37

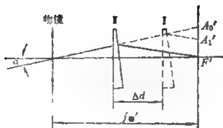


图 10-38

将沿着垂直光轴方向作直线运动，这样或者使单眼测距仪视场中左右相错的两个像合成一个完整的目标像；或者使双眼体视测距仪视场中的目标像和无限远标记在深度上趋于一致，从而测出（或消除）目标对仪器的视差角，求出被测目标距离。

2　移动单光楔补偿器

在物镜与焦平面F'之间放置一块光楔，光楔沿物镜光轴移动时，在像方焦平面上的像点将在光楔主截面方向上移动，如图10-38所示。当光路中不放置光楔时，目标像成在A_0'点，当光楔位在位置Ⅰ时，像点从A_0'移到A_1'，当光楔移动到位置Ⅱ时，像点A_1'移到F'，这样便可根据光楔的移动量测出目标对仪器的视差角，达到测距目的。

3　移动长焦距透镜补偿器

如图10-39所示，移动长焦距透镜补偿器是两块焦距大小相同的正负透镜构成的视放大率为1的伽里略望远镜，位在物镜前平行光路中。当补偿器的正负透镜光轴重合时，平行光轴入射的光线通过补偿器平行光轴出射，不改变原目标光束方向，若保持负透镜不动，正透镜沿垂直光轴方向移动一段距离a，平行光轴入射的光束，经补偿器后，虽然仍为一束平行光，但方向发生偏转，其偏转角$\alpha=\frac{a}{f'_{物}}$，利用这种关系，便可根据正透镜的移动量a，测出（或消除）目标对仪器的视差角，从而测出目标距离。

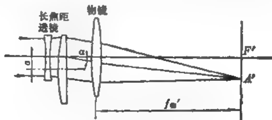


图 10-39

除上述几种光学补偿器外，还有摆动平行玻璃板，旋转单光楔等，不再详述。

§10-7　望远镜的外形尺寸计算

前面分别介绍了望远镜的各个部件（物镜、目镜和倒像系统）的性能和类型，这里

就讨论本章所要解决的主要问题——望远镜外形尺寸计算的问题。

在着手进行具体计算以前，首先要明确对仪器的要求。任何一个光学仪器，根据它的用途和使用条件，必然对它的光学系统提出一定的要求。这些要求概括起来有以下几个方面：

1. 系统的光学性能和技术条件。这在§10-1中已作过详细讨论；
2. 系统的外形、体积和重量；
3. 系统的稳定性、牢固性和便于调整；
4. 对系统成像质量的要求。

光学系统外形尺寸计算的主要内容包括：

1. 根据上述光学特性和外形、体积等要求，拟定光学系统的结构原理图。例如，系统中采用几个透镜组？它们之间的成像关系如何？用什么型式的棱镜系统？各个光学零件位置大体如何安排等等；
2. 确定每个透镜组的光学特性，如焦距、相对孔径和视场角等；同时，确定各个透镜组的相互间隔；
3. 选择系统的成像光束位置，并计算每个透镜的通光口径；
4. 根据成像质量和光学特性的要求，选定系统中每个透镜组的型式。

在初步设计中不考虑系统的像差，完全根据理想光学系统公式进行计算。同时，由于初步设计时各个透镜组的具体结构尚未确定，因而每个透镜组物方主平面和像方主平面之间的距离无从得知。所以在计算中一律假定物方主平面和像方主平面重合，如图10-40(*a*)所示。

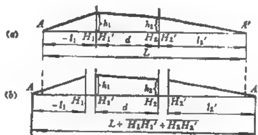


图 10-40

当确定了实际透镜组的结构以后，把它们组合成整个系统时，可以使各个透镜组的主平面之间的距离保持不变，如图10-40(*b*)所示，则系统的光学特性和成像特性也就能够保持不变。但实际系统的长度将等于原来的长度L加上各个透镜组的主平面间隔H_1H_1'和H_2H_2'。

随着仪器的用途和使用条件不同，对仪器提出的要求也就改变。例如，有的仪器要求尽可能长（如潜望镜），有的仪器则要求尽可能短。因此，在进行外形尺寸计算时，必须根据仪器的要求进行具体分析，计算的步骤也必须根据具体的情况而定。下面结合实例进行说明。

一 光学系统的技术要求

所要设计的光学系统的主要技术要求为

1．视放大率 $\Gamma=10\times$
2．视场角 $2\omega=7^\circ$
3．出瞳距离 $l'_z>20\text{mm}$
4．出瞳直径 $D'=4.5\text{mm}$
5．视度调节 ±5SD
6．潜望高 950mm
7．在出射光轴不变的条件下，入射光轴转动范围：
   水平方向 360°（不受限制）
   垂直方向 仰角+90°，俯角－40°

上述这些要求一般由使用单位提出，但是设计者在着手进行设计以前，一般必须对仪器的用途和工作条件有所了解，并根据用途和使用条件对系统的要求进行初步分析，了解所以提出这些要求的根据。知道哪些要求对仪器的工作性能具有决定性的影响，哪些要求比较次要，万一不能完全满足所有要求时，可以适当修改。

我们现在所要设计的仪器是一个远射程炮塔上使用的一个瞄准观察仪器，由于火炮射程较大，所以视放大率比较高，为10×。要求仪器在黄昏也能使用，所以出瞳直径比较大，为4.5mm，潜望高为950mm，这是由炮塔构造决定的。

除了上述光学特性而外，由于仪器的结构或者从操作方便出发，还可能对系统提出一些附加的要求，例如我们这个仪器要求目镜到系统的垂直光轴的距离大约等于400mm。

二 拟定系统的结构原理图

如前所述光学系统初步设计的第一步工作是拟定系统的结构原理图，下面结合仪器的技术要求讨论系统的结构。

1．由于系统用于观察瞄准必然是一个望远镜系统，为了能够安装瞄准线必须采用刻卜勒望远镜。因此，要求使用正光焦度的物镜和目镜。

2．为了便于观察和瞄准，要求系统成正像，因此还必须加入倒像系统。由于系统要求有较大的潜望高（950mm），必须加入透镜式倒像系统，为了减小光学零件的口径还必须加入场镜。因此，共轴系统中应包括物镜、目镜、一对倒像透镜和一个场镜，整个系统的结构和图10-25的系统相似。

3．为了使仪器能周视和俯仰，同时形成潜望高，要求采用一个棱镜系统。该棱镜系统的基本要求和§6-7中例2所设计的系统在周视、俯仰和潜望高这三方面是一致的。但是在§6-7的例子中要求物像反向，现在我们所要设计的系统中，由于考虑到系统长度的要求，已经加入了透镜式倒像系统，所以棱镜系统不需要起倒像作用，要求物像同向。如果我们把§6-7例2中的棱镜系统的像转180°，即可由反向变为同向。很容易想到只要把图6-37中的转像棱镜2绕光轴转90°即可。因为当入射和出射光轴平行同向时，棱镜转α，像转2α。从结构和工艺的要求出发我们选用图6-37中左边第一个系统，即使用道威

棱镜（0°-1）作转像棱镜的系统，并把棱镜2的位置转90°，如图10-41所示。当系统实现周视时，和例2一样，棱镜2的转角应为棱镜1转角的$\frac{1}{2}$。

4. 共轴系统和棱镜系统的组合。由于端部直角棱镜要俯仰，所以它必须在共轴系统物镜前面的平行光束中。另外道威棱镜的入射面和光轴不垂直，也必须在平行光束中。它可能的位置有两个，一个是在物镜的前面，另一个是在两个转像透镜组之间。由于要求入射光轴仰角＋90°，俯角－40°，要求端部棱镜的仰角＋45°，俯角－20°，棱镜的俯仰范围较大，所以它的尺寸一定要比固定棱镜大得多。而道威棱镜在同样通光口径下尺寸比其它光学零件大得多。为此，必须尽可能减少这两个棱镜的通光口径，最好使斜光束的主光线既通过端部棱镜中心也通过道威棱镜中心。如果这两个棱镜都在物镜前面，主光线当然不可能同时通过这两个棱镜的中心，因此我们把道威棱镜放在共轴系统的两个转像透镜组之间。共轴系统和棱镜系统组合的方式如图10-42所示。在图中把直角屋脊棱镜也放在两个倒像透镜组之间的平行光路中，这样做的好处是使倒像系统的两个透镜组的会聚光路中都没有棱镜。如果取倒像系统的垂轴放大率为－1，则两透镜组的焦距相等，光路也相同，可以采用两个完全相同的透镜组，对设计和加工都带来方便。否则一个透镜组有棱镜，一个透镜组没有棱镜，就不能采用相同的结构。

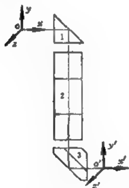


图 10-41

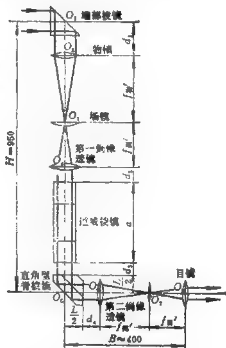


图 10-42

三　光学系统外形尺寸计算

在系统的结构原理图拟定以后，接着就可以计算每个透镜组的焦距、各个光学零件的通光口径和相互间隔。这就是一般所谓外形尺寸计算。

1. 确定目镜的型式和焦距。由公式（5-4）目镜的视场为

$$\mathrm{tg}\omega' = \Gamma \times \mathrm{tg}\omega$$

根据系统光学特性的要求，将$\Gamma = 10\times$，$\omega = 3.5°$代入上式，得目镜的视场角为：

$$\omega' = 31.5°;\quad 2\omega' = 63°$$

系统要求的出瞳距离$l'_z > 20\mathrm{mm}$，因此应该采用相对出瞳距离较大的目镜。根据§10-3中介绍的目镜型式，我们选用艾尔弗目镜。这种型式的目镜视场可达到65°～72°，相对出瞳距离为$\frac{l'_z}{f'_目} = \frac{3}{4}$，符合我们的要求。

根据目镜的相对出瞳距离$\frac{l'_z}{f'_目}$和系统要求的出瞳距离l'_z即可求得目镜大致的焦距值。

$$l'_z = \frac{l'_z}{f'_目} \cdot f'_目 > 20\mathrm{mm}$$

将$\frac{l'_z}{f'_目} = \frac{3}{4}$代入上式，得

$$f'_目 > 27\mathrm{mm}$$

由于系统长度要求比较大，目镜焦距可以适当取大一些。同时在进行目镜的像差设计时，较小的相对出瞳距离有利于校正像差，从而能够获得较好的成像质量。另外出瞳距离大一些对仪器的使用只有好处并无害处，所以我们取目镜的焦距

$$f'_目 = 35\mathrm{mm}$$

2．求物镜的焦距。我们取倒像系统的放大率等于－1，物镜和目镜对应的放大率就应和整个系统的放大率大小相等，符号相反，为负值。

根据公式（5-5）

$$f'_物 = -\Gamma f'_目$$

将$\Gamma = -10$，$f'_目 = 35\mathrm{mm}$代入上式，得

$$f'_物 = 350\mathrm{mm}$$

3．求入瞳直径（入射光束口径）。根据公式（5-6），有

$$D = \Gamma \cdot D' = 10 \times 4.5 = 45\mathrm{mm}$$

物镜的相对孔径为

$$\frac{D}{f'_物} = \frac{45}{350} = \frac{1}{7.8}$$

根据物镜的焦距和相对孔径的要求，由表10-1看到，可以采用双胶合透镜组作为系统的物镜。系统的视场$2\omega = 7°$，双胶合物镜的允许视场为8°～10°，也能满足要求。

4．求场镜的口径。场镜的口径应该等于物镜像高的二倍，根据公式（3-47），

$$y' = -f'\,\mathrm{tg}\omega = -350\mathrm{tg}(-3.5°) = 21.2\mathrm{mm}$$

场镜的通光直径应为

$$D_场 = 2y' = 2 \times 21.2 = 42.4\mathrm{mm}$$

5．计算转像透镜组的焦距。前面已经说过，为了减小端部转动棱镜的尺寸，要求斜光束主光线通过端部棱镜中心，即系统入瞳和端部棱镜重合。轴向光束在物镜和棱镜上的口径显然是相同的，前面已经求得为45mm。为了不增加或者尽可能少增加物镜的

口径，应使物镜尽可能靠近端部棱镜。至于具体选取多少，由棱镜的尺寸和结构设计所提出的要求来决定。我们这里暂时取端部直角棱镜的中点 O_1 到物镜 O_2 的距离 $d_1=100$ mm，如图 10-42 所示。

在确定倒像透镜组的焦距时，首先要考虑到整个系统的长度要求。根据技术条件，系统要求的潜望高为950mm，同时要求垂直光轴到目镜的距离为 400mm，如图 10-42 所示，由端部棱镜 O_1 沿着光轴到目镜 O_8 的总长度应等于1350mm，减去 O_1O_2 的距离100 mm，要求由物镜 O_2 到目镜 O_8 的总长度为1250mm。前面已经确定了物镜和目镜的焦距，因此由倒像系统的物平面 O_3 到像平面 O_7 距离应为：

$$O_3O_7=1250-(f'_{物}+f'_{目})=1250-(35+350)=865\text{mm}$$

由图可以看到，

$$O_3O_7=2f'_{倒}+O_4O_6=865\text{mm}$$

在前面 § 10-4中曾经说过倒像系统的两个透镜组之间的间隔增加，渐晕增大，我们这里暂时先取 $O_4O_6=f'_{倒}$，将这一关系代入前面的公式，即得

$$2f'_{倒}+O_4O_6=3f'_{倒}=865;\ f'_{倒}=288\text{mm}$$

我们取倒像透镜组的焦距

$$f'_{倒}=290\text{mm}$$

轴向光束在倒像透镜组上的口径为

$$D_{倒}=D\cdot\frac{f'_{倒}}{f'_{目}}=45\times\frac{290}{350}=37.3\text{mm}$$

整个共轴系统除了场镜而外，各个透镜组的焦距都已经确定，轴向光束的口径也都确定了。

6. 计算倒像系统中各个光学零件的通光口径。前面我们已经要求斜光束的主光线同时通过端部棱镜和道威棱镜的中点，目的是为了尽可能减小这两个棱镜的尺寸。这就确定了系统中成像的斜光束的位置，就可以计算出每个光学零件的通光口径。我们首先计算倒像系统中各个光学零件的通光口径。

（1）确定棱镜的通光口径。在倒像系统中间有两个棱镜，考虑到系统允许有适当的渐晕，我们取道威棱镜和直角屋脊棱镜的通光口径都等于轴向光束的口径37.3mm。估计到棱镜的倒边，取棱镜的名义通光直径

$$D=38\text{mm}$$

根据表6 -1 查得道威棱镜的尺寸为

$$a=\frac{2\sqrt{2n^2-1}\cdot D}{\sqrt{2n^2-1}-1}$$

棱镜采用K 9 玻璃 $n=1.5163$，代入上式，得

$$a=4.2D=4.2\times38=160\text{mm}$$

a 即为道威棱镜展开成玻璃板以后，沿着光轴方向的斜厚度。将玻璃板换算成相当空气层，根据公式（6-4）

$$E_a=k\frac{a}{n}$$

由于光轴在道威棱镜表面的入射角为45°，由表6 -3 查得 $k=0.8$，将 $n=1.5163$一起

代入上式，得

$$E_4=0.8\frac{160}{1.5163}=84.5\text{mm}$$

对直角屋脊棱镜，由表 6-2 查得

$$L=1.732D=1.732\times38=65.8\text{mm}$$

该棱镜同样采用K9玻璃，相当空气层的厚度为

$$e_L=\frac{L}{n}=\frac{65.8}{1.5163}=43.3\text{mm}$$

为了减少渐晕，两棱镜之间的间隔应尽量减小，但必须考虑到结构上的要求，我们取

$$d_3=15\text{mm}$$

前面已经假定两倒像透镜之间的总间隔

$$O_4O_5=f'_{1\!\!\!\text{I}}=290\text{mm}$$

除去两个棱镜的厚度和它们之间的间隔，余下的长度由图 10-42 得到

$$d_2+d_4=290-a-d_3-L=290-160-15-65.8=49.2\text{mm}$$

为了使两个倒像透镜组的口径相同，我们取

$$d_2=d_4=\frac{d_2+d_4}{2}=\frac{49.2}{2}=24.6\text{mm}$$

这时整个系统的长度都已经确定了，为此必须验算潜望高 H 和目镜到垂直光轴的距离 B，由图 10-42 得到

$$H=d_1+f'_{物}+f'_{倒}+d_2+a+d_3+\frac{L}{2}=100+350+290+24.6+160+15+32.9$$

$$=972.5\text{mm}$$

$$B=\frac{L}{2}+d_4+f'_{倒}+f'_{目}=32.9+24.6+290+35=382.5\text{mm}$$

以上验算的结果，由目镜到垂直光轴的距离 B 要求大约为 400mm，现在为 382.5 mm，考虑到加上目镜本身的长度以后，已经基本上能够符合要求。潜望高 H 比要求大了22.5mm，我们可以把前面给定的 $d_1=100$mm 改为 $d_1=77.5$mm，这样潜望高恰好符合要求，对上面的计算没有任何影响。如果验算结果和要求的相差很大，则可以增加或减少两个倒像透镜组之间的间隔或倒像透镜组的焦距。但调整以后，上面的结果必须重新计算。在实际工作中，一个光学系统的外形尺寸往往需要反复计算若干次才能完成。

（2）计算倒像透镜组的通光口径。为此必须首先求出两透镜组之间斜光束的视场角，根据公式（3-48）

$$y=f'\text{tg}\omega'$$

倒像系统的物高等于物镜的像高，前面已经求得为21.2mm。将 $y=21.2$mm，$f'=290$mm代入上式，得

$$\text{tg}\omega'=\frac{y}{f'}=\frac{21.2}{290}=0.0732$$

$$\omega'=4.2^\circ$$

由图 10-43 倒像透镜组的通光口径应为

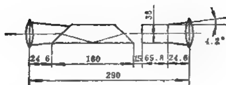


图 10-43

$$D_{o}=38+2\times24.6\text{tg}4.2^{\circ}=41.6\text{mm}$$

（3）计算倒像系统的渐晕系数。如果道威棱镜和直角屋脊棱镜用它们的相当空气层代替，则两倒像透镜组之间的间隔如图 10-44 为：

$$d=d_2+E_o+D+d_3+e_L+d_4=24.6+84.5+38+15+43.3+24.6=230\text{mm}$$

图 10-44 为把棱镜换算成空气层以后倒像系统的光路图，由图求得斜光束的宽度 D_o 为：

$$D_o=41.6-230\text{tg}4.2^{\circ}=24.8\text{mm}$$

渐晕系数

$$K_D=\frac{D_o}{D}=\frac{24.8}{37.3}=66.5\%$$

倒像透镜组的相对孔径显然和物镜相同；它的视场为8.4°，也可以采用双胶合透镜，并且两个透镜组完全相同。

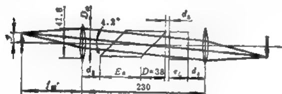


图 10-44

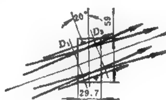


图 10-45

7. 计算端部棱镜和物镜的通光口径。

（1）端部棱镜的计算。我们首先计算俯仰角等于零时，棱镜所需要的通光口径。前面已經求得由倒像系统形成的渐晕系数为66.5%。我们要求端部棱镜的渐晕系数和倒像系统相一致。因此在物空间入射的斜光束宽度为

$$D_o=K_D\cdot D=66.5\%\times45=29.9\text{mm}$$

这样就可以作出物空间入射光束的光路图，如图 10-45 所示。为了减小端部棱镜的尺寸，我们使入瞳和棱镜中点重合。确定棱镜的尺寸，一般采用图解法比较简单，特别是对转动棱镜更是如此。为了保证必要的精度可以把图形按一定比例放大，根据光路图首先近似地确定一个口径，例如我们就采取轴向光束的口径 $D=45$mm，棱镜使用K 9 玻璃 $n=1.5163$，求出相当空气层厚度

$$e=\frac{D}{n}=\frac{45}{1.5163}=29.\text{[illegible]}\text{mm}$$

按相当空气层厚度作出棱镜对应的入射和出射面位置，如图中 D_1、D_2 所示。由图可以看到，在棱镜的所在范围内，斜光束所要求的棱镜通光口径比轴向光束口径小。因此棱镜的口径等于轴向光束口径，为45mm即可。

以上是棱镜处于没有俯仰的情形所要求的通光口径。由于棱镜的俯仰，主截面内要求的通光口径还要加大，而垂直主截面的方向上通光口径显然不受棱镜俯仰的影响，因此以上结果也就是棱镜垂直主截面方向上要求的通光尺寸。

下面讨论棱镜俯仰以后，主截面内要求的通光尺寸。根据技术要求，仰角+90°、俯角−40°、对应棱镜仰角为+45°，俯角为−20°，首先计算最大俯角的情形，同样采用作图法。

开始近似假定棱镜的通光口径等于轴向光束口径 $D=45$mm，对应的相当空气层厚度为29.7mm。在光路图上按棱镜俯角20°作出入射面和出射面位置，如图 10-45 所示。由图上量得棱镜要求的通光口径为 $D=59$mm，这和我们前面假定的数值相差较大。可以按求得的口径重新求出对应的相当空气层厚度，不过由于棱镜的转角较大，还需要考虑修正因子 k。由表6-3查得 $I=20°$ 时，$k=0.97$。因此，

$$E=k\frac{D}{n}=0.97\frac{59}{1.5163}=37.7\text{mm}$$

按新的相当空气层厚度重新在光路图上作出入射表面的位置，得到新的通光口径。重复以上步骤直到假定的口径和求得的口径比较接近为止。我们求出最大俯角时棱镜要求的通光口径为62mm。

以上为棱镜在最大俯角时要求的通光口径。当棱镜仰角为20°时要求的通光口径显然也是相同的。但是根据技术条件，要求最大的仰角为45°，这时棱镜的反射面和光轴平行，棱镜在主截面内通光口径，在前面§6-4立方棱镜的讨论中，已经得到光束宽度只有棱镜直角边的三分之一，如果要使光束口径达到要求的45mm，则棱镜的直角边长应为

$$D=3\times45=135\text{mm}$$

这样棱镜的尺寸太大了，为了减小棱镜的尺寸，将直角棱镜改为立方棱镜，棱镜直角边的长度可以减小一半为67.5mm。考虑到棱镜的倒边取立方棱镜的直角边长为68mm。考虑到棱镜俯角和仰角不大时通光的需要，把立方棱镜的一个棱镜做成直角棱镜，另一个棱镜做成道威棱镜，如图 10-46 所示，因为上面这一个棱镜只是在仰角很大时才参加工作。整个棱镜的尺寸标注在图10-46中。

（2）求物镜的通光口径。前面取入瞳和物镜之间的距离为77.5mm，根据已经求得的棱镜尺寸，棱镜和物镜之间的间隔为

$$77.5-\frac{68}{2}=43.5\text{mm}$$

把棱镜转换成空气层以后，入瞳（棱镜的中点）到物镜的间隔如图 10-47 所示，为

$$43.5+\frac{68}{2n}=65.9\text{mm}$$

由图上可以看到斜光束要求的物镜口径为

$$D_o+2\times65.9\times\text{tg}3.5°=29.9+8.05=37.95\text{mm}$$

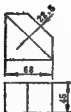


图 10-46

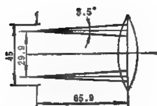


图 10-47

以上结果小于轴向光束的口径，因此物镜的口径等于轴向光束口径即可，取

$$D_{物}=45\text{mm}$$

8. 计算场镜的焦距。在前面计算过程中，我们要求主光线既通过端部棱镜的中点，又通过两转像透镜组的中点，根据前面已经求得的结果，场镜前后斜光束主光线的光路如图 10-48 所示。

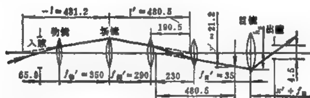


图 10-48

首先求出入瞳经过物镜所成像的位置，利用公式 (3-38)，

$$\frac{1}{l'}-\frac{1}{l}=\frac{1}{f'}$$

将 $l=-65.9$mm，$f'=350$mm 代入上式，得

$$l'=-81.2\text{mm}$$

下面再求倒像系统的入瞳位置。根据前面的要求，倒像系统的入瞳经过第一个透镜组以后，恰好成像在两个透镜组的中点，由图 10-48 可以找到对应的像距为

$$l'=\frac{230}{2}=115\text{mm}$$

将 $l'=115$mm，$f'=290$mm代入公式 (3-38)，求得

$$l=190.5$$

上面的计算结果均标注在图 10-48 上。

由图 10-48 可以找到主光线通过场镜前后的共轭距离为

$$-l=81.2+f'_{物}=81.2+350=431.2$$

$$l'=f'_{物}+190.5=290+190.5=480.5$$

将 l，l' 代入公式 (3-38) 即可求出场镜的焦距。

$$\frac{1}{f'_{场}}=\frac{1}{l'}-\frac{1}{l}=\frac{1}{480.5}-\frac{1}{431.2}$$

$$f'_{场}=227.5\text{mm}$$

场镜的通光口径前面已经求得为

$$D_{场}=42.4\text{mm}$$

场镜一般采用单透镜，并且多数做成平凸形，在平面上就可以刻制分划线，代替分划镜。

9．目镜的通光口径和系统的出瞳位置。由图 10-48 上可以找到主光线在目镜主平面上的投射高度为

$$h_z=y'\cdot\frac{480.5+f'_{目}}{480.5}=21.2\frac{515.5}{480.5}=22.8\text{mm}$$

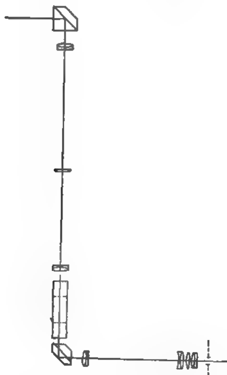


图 10-49

目镜主平面上要求的通光口径为

$$D_{目}=2h_z+D'_x=2\times22.8+4.5\times66.5\%=48.6\text{mm}$$

系统的出瞳位置，利用公式（3-23），

$$xx'=-f'^2$$

由图 10-48 找到 $x=480.5$，$f'_{目}=35$代入上式，得

$$x'=2.55\text{mm}$$

系统出瞳离开目镜像方主平面的距离等于：

$$x'+f'_{目}=2.55+35=37.55\text{mm}$$

上面求出的目镜的通光口径和出瞳位置，都是对目镜的主平面来说的，至于每个透镜实际要求的通光口径和实际的出瞳距离，只能在目镜的像差设计完成以后，根据实际的光路来确定。

整个系统的外形尺寸计算的工作就完成了，各组透镜采用的型式也已经决定，整个系统如图 10-49 所示。

第十一章 显 微 镜

显微镜是一种应用广泛的精密光学仪器，本章主要介绍光学显微镜的基本理论、结构原理、光学系统的性能要求与基本组成。

§11-1 概 述

显微镜的发明和应用大大提高了人的视觉功能，为人们研究与认识微观世界提供了有力的工具。随着生产和科学技术的发展，显微镜与显微技术正在获得日益广泛的应用。经过近四百年的发展演变，如今，适用于不同学科领域与研究对象的、各种原理与结构形式的显微镜，已构成了一个规格完备、性能优良的完整体系。

显微镜的品种虽然很多，但其基本作用是一致的，即观察研究微观世界，分辨物体的细节。对工作于可见光波长范围的光学显微镜，按用途区分，最大量使用的有三种类型：生物显微镜（主要应用于生物学、医学、农学等方面）、金相显微镜（主要应用于冶金和机械制造工业，观察研究金相组织结构）和工具显微镜（主要应用于精密机械制造工业等方面，进行精密计量）。在上述显微镜中，根据所观察标本性质的不同（如透明或不透明），可选取不同的照明方式与成像光路。如生物显微镜对透明标本的观察是采用透射式照明；而金相显微镜对不透明标本的研究则采用反射式照明。此外，还可根据被检验标本的细节与背景的亮暗对比情况，分别选择明视场照明或暗视场照明的方式。为了改善观察条件，获得好的观察效果，除了单目观察显微镜外，还发展了双目体视显微镜。近半个世纪以来，显微技术取得了重大进步，出现了基于光的干涉、衍射、偏振原理的干涉显微镜、相衬显微镜与偏光显微镜。

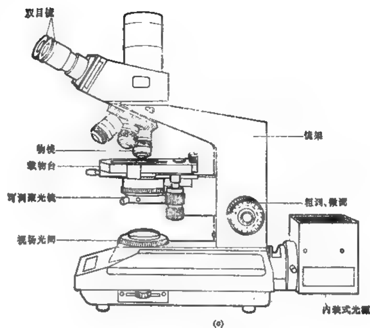
近代的显微技术普遍要求扩大功能。对应用于实验研究的较高级的显微镜，通常用增加附件的组合式结构来实现多功能，如进行显微摄影、显微投影以及电视显示等。有的显微镜除具有目视观察功能外，还同时具有照相、投影、电视等附件。新的电视显微镜则实现了显微光学系统与闭路电视的一体化。随着新原理、新结构、新辐射源、新接收器以及光电转换技术的发展，现代显微镜已成为光、机、电、微机相结合的现代化精密光学仪器。图11-1（a）给出的是一台生物显微镜的外形结构图。

§11-2 显微镜光学系统的基本组成

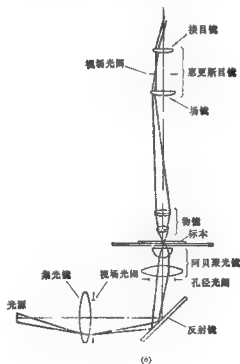
显微镜的光学系统是显微镜的核心部分，本节将在第五章所讨论的显微镜工作原理与视放大率基础上，以普通生物显微镜为例，介绍显微镜光学系统的基本组成、重要的光学连接尺寸以及显微镜放大率的标准系列。

一 显微镜光学系统的基本组成

在各种类型的显微镜中，普通的生物显微镜是有代表性的。图 11-1（b）是透射式明视场照明的生物显微镜的光学系统图。在物标本上方的是由显微物镜和目镜组成的成


双目镜
物镜
载物台
可调聚光镜
视场光阑
镜架
粗调、微调
内装式光源

(a)


接目镜
视场光阑
惠更斯目镜
场镜
物镜
标本
阿贝聚光镜
孔径光阑
集光镜
视场光阑
光源
反射镜

(b)

图 11.1

像系统，在接目镜的物方焦面处设置视场光阑；在标本下方是由光源、集光镜和聚光镜所组成的照明系统，其中视场光阑和孔径光阑采用可变光阑，以调节物平面上被照明区域的大小和进入显微物镜成像光束孔径角的大小。对显微物镜、目镜和照明系统的深入讨论将在本章的第五、六节进行。

对显微镜成像系统的分析表明，物平面位于物镜的物方焦点F_1及其二倍焦距之间，并在十分靠近显微系统复合物方焦点F处。物镜的工作距离可以保证在中间放置保护标本的盖片玻璃。物镜像方焦点F_1'与目镜物方焦点F_2之间的光学间隔又称为显微镜的光学筒长Δ，其值一般在150mm到200mm范围内。由于显微系统可以分成两个独立的部件——物镜和目镜，因此通过可旋转的物镜转换器改变物镜倍率，并配合以调换目镜（目镜筒是插入式的），可以方便迅速地获得显微镜的多种放大倍率，以供选择使用。

二 显微镜的光学连接尺寸

从操作使用方便、快速的要求出发，希望显微镜在改变放大倍率、更换物镜和目镜组时，能始终保持物像清晰（即不需要重新调焦）且位于视场中央。这就要求物镜和目镜的相对位置满足齐焦要求，且置中性能优良。

生物与金相显微镜产品批量大，应用范围广，为使世界范围内各厂生产的显微镜的一些主要零部件能互相通用，具有互换性，对显微镜的一些基本参数，均尽可能加以标准化

以生物（金相）显微镜为例，按照国际标准和国家标准，其共轭距离M（从物平面到像平面的距离）有195mm和无穷远两种，后者适用于一些金相和大型显微镜。

（一）共轭距离为195mm的显微物镜（有限筒长），其有关光学连接尺寸的标准为：

1 机械筒长 显微镜去掉目镜筒和物镜筒后的镜筒长度，即从镜筒的上端面（目镜筒定位面）到物镜转换器端面（物镜筒定位面）之间的距离t_m为160mm，如图11-2所示。

2 物镜的齐焦距离 从物镜筒的定位面到物平面（在空气中）之间的距离t_b为45mm，如图11-3所示。齐焦距离的公差根据相应物镜的放大率确定。

图 11-2

图 11-3

3　物镜的像距　即从物镜筒定位面到物镜像面之间的距离为150mm，公差为±0.5mm。

4　目镜的齐焦距离　从目镜筒定位面到物镜像面之间的距离t'_0为10mm，公差为±0.3mm。

上述光学连接尺寸的标准化可以保证在更换物镜和目镜时，物镜的实像面始终与目镜的物方焦面重合，因而不需重新调焦（最多只需微调焦）即可看清物像。

应该指出，光学筒长Δ不同于机械筒长t_m，它是随物镜焦距（倍率）的不同而不同，物镜焦距愈长，其光学筒长愈短，反之亦然。图 11-3 即表示在相同的显微镜放大倍率下（200×），选取不同的物镜和目镜倍率组合时，各光学连接尺寸的相对关系。

（二）共轭距离为无限远的显微物镜，其工作原理如图 11-4 所示。物体准确地位于物镜的物方焦面处，经物镜所成的像位于无限远处（即物镜的共轭距为无穷大）。在平行光路中加入辅助物镜，则在其后焦面处可以得到物体的倒立放大实像。这种显微镜的系统也可以视为由辅助物镜和目镜构成一个望远镜，通过此望远镜观察被物镜成在无限远处的像。

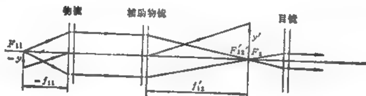


图　11-4

这种显微物镜的优点是，在物镜和辅助物镜之间是平行光路，有利于装配调整，且可在其间加入棱镜、滤光片和偏振片，而不引起像点位置变动、产生双像叠影等。这种显微物镜的放大率由下式决定

$$\beta_1=\frac{y'}{y}=-\frac{f'_{12}}{f'_{11}} \tag{11-1}$$

在使用过程中，一般保持辅助物镜不动，而只改变物镜的焦距，以达到变倍目的。

关于这种显微物镜的国际标准为：

（1）物镜的齐焦距离是45mm；

（2）物镜的像距为无穷远；

（3）机械筒长可以任意；

（4）辅助物镜的焦距值可取 125、160、200、250mm，其中 250mm 为优先采用数值，这也是我国国标的取值。由此得到

$$\beta_1=-\frac{250}{f'_{11}} \tag{11-2}$$

三　显微镜的放大倍率

由物镜和目镜组成的显微镜的视放大率为

$$\Gamma=\beta_1\cdot\Gamma_2$$

以上公式中 Γ_2 为目镜的视放大率。从标准化以及最佳经济效益观点出发，当前国际范围内显微物镜和目镜的放大倍率系列均按优先数系组成[●]；同时，两个优先数的乘积亦为优先数。因此，由物镜和目镜组成的显微镜放大倍率系列亦为优先数的序列。国际标准是以优先数系 R_{10} 规定显微镜及其部件（物镜、目镜、辅助物镜等）的放大率数值。按照我国国家标准（GB2609-81），显微物镜的放大率系列是按优先数系 R_5 系列（公比为 $q_5=\sqrt[5]{10}\approx1.6$）并经适当规整后得到的。表 11-1 中分别给出了物镜、目镜和显微镜放大率的优先数系系列值。

表 11-1

物镜倍率	1.6, 2.5, 4, 6.3, 10, 16, 25, 40, 63, 100
目镜倍率	5, 6.3, 8, 10, 12.5, 16, 20, 25
显微镜倍率	4, 10, 12.5, 16, 20, 25, 32, 40, 50, 63, 80, 100, 125, 160, 200, 250, 320, 400, 500, 630, 800, 1000, 1250, 1600

在显微镜的使用中，物镜与目镜倍率组合的合理选择由物镜的数值孔径决定。

随着显微镜功能的扩大，近代显微镜常在显微系统中加入其它镜组，从而使显微镜的放大率发生变化。

（一）在物镜与目镜之间加入使物镜所成的一次像再经二次成像的透镜组（设其垂轴放大率为 β_3），则像的比例将增大 β_3 倍，显微镜的总放大倍率为

$$\Gamma=\beta_1\cdot\beta_3\cdot\Gamma_2 \tag{11-3}$$

（二）若摄影投影系统的焦距为 f'_3，将显微镜所成的像转送至照相底片或屏幕等光能接收器上，则应有

$$\beta=\frac{f'_3\cdot\Gamma}{250} \tag{11-4}$$

（三）若以目镜作为投影系统，将物镜所成的像以放大率 β_2 成像到有限距离处时，则应有

$$\beta=\beta_1\cdot\beta_2 \tag{11-5}$$

§11-3 显微镜的光束限制和景深

显微镜中的光阑设置与光束限制情况有其特殊性，它将直接影响显微镜的使用性能和像质。本节将讨论显微镜中有效光束与视场的限制情况，它们与显微镜的数值孔径、出瞳等性能指标之间的联系，以及影响显微镜景深的因素。

一 显微镜中的孔径光阑、入瞳和出瞳

在显微镜中，限制有效光束大小的孔径光阑的设置，随显微物镜的情况而不同。对于单透镜组的低倍显微物镜，显微镜的孔径光阑和入瞳就是物镜框本身（如图 11-5）；

● 优先数和优先数系是国际上一种科学的、统一的数值制度，适用于各种量值的分级，特别是产品的参数和参数系列的确定，它是一种无量纲的分级数系，优先数系中每一个数值均为优先数。

对由多组透镜组成的物镜，常用最后一组透镜的镜框作为孔径光阑。显然，显微镜出瞳的位置应在目镜像方焦点之后，因而可以使眼瞳与之重合。复杂物镜（如高倍显微物镜和应用于精密测量的显微物镜）的孔径光阑通常是位于物镜像方焦面附近，此时，显微镜的入瞳在物方无限远处，出瞳则在显微系统的像方焦面处。由组合系统像方焦点位置公式可知，由于 $x_F' > 0$，因而显微系统的像方焦面应位于目镜的像方焦面之后。

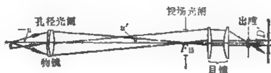


图 11-5

可以证明，即使孔径光阑不在物镜的像方焦面处，而是位于其附近的 x_1' 处，显微系统的出瞳仍可近似视为与系统的像方焦面重合。在图 11-6 中，设显微系统出瞳到系统像方焦面的距离为 x'，则由图中几何关系应有：

$$x' = x_2' - x_F' = \frac{f_2'^2}{\Delta - x_1'} - \frac{f_2'^2}{\Delta} = \frac{x_1' \cdot f_2'^2}{\Delta(\Delta - x_1')}$$

上式中，由于 x_1' 与 Δ 相比很小，因而其在分母中的值可以略去，即可得

$$x' = x_1' \cdot \left(\frac{f_2'}{\Delta}\right)^2 \tag{11-6}$$

由于 x_1' 值不大，且 $(f_2'/\Delta)^2$ 约为百分之几的数量级，故 x' 值很小，因而可以得到上述结论。

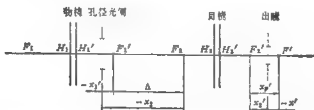


图 11-6

显微系统的上述结构特点，可以保证观察者眼瞳在任何情况下均能与系统的出瞳重合，从而使所有从目镜射出的光束均能进入眼睛，而不发生光瞳渐晕与视场遮拦。

下面确定显微镜的出瞳大小。参看图 11-5，显微物镜成像光束的大小通常以物、像方孔径角 u 和 u' 表示。对于显微物镜成像应该满足正弦条件，即有：

$$n\sin u = \frac{y'}{y} n' \sin u' = \beta \cdot n' \sin u'$$

对于显微镜来说，n' 等于 1；又若以 D' 表示显微镜的出瞳，且应有如下近似关系：

$$\sin u' = \frac{D'}{2f'_2}$$

将其代入前式得到

$$n\sin u = \beta \cdot \frac{D'}{2f'_2}$$

又知上式中

$$\beta = -\frac{x'_1}{f'_1} = -\frac{\Delta}{f'_1}$$

因而有

$$n\sin u = \frac{D'}{2}\left(-\frac{\Delta}{f'_1 f'_2}\right) = \frac{D'}{2} \cdot \frac{1}{f'} = \frac{D'}{2} \cdot \frac{\Gamma}{250}$$

上式亦可表示为

$$D' = \frac{500}{\Gamma} \cdot n\sin u \tag{11-7}$$

通常定义显微物镜的物方折射率与物方孔径角正弦的乘积为"数值孔径"，并以N.A.表示，即有

$$\mathrm{N.A.} = n\sin u \tag{11-8}$$

上式中的N.A.亦可简记为NA，因而有，

$$NA = n\sin u$$

数值孔径是显微物镜的重要性能指标。从（11-7）式还可以看出，显微镜的出瞳大小与放大率Γ成反比，而与物镜的数值孔径成正比。当$\Gamma = 500NA$时，应有$D' = 1$(mm)。这表明，显微镜的出瞳直径很小，一般均小于眼瞳直径。例如，当$\Gamma = 1600\times$时，采用100×的油浸物镜，其$NA = 1.25$，则对应的出瞳直径D'为0.39mm。

二　显微镜的视场光阑和视场

显微镜的视场光阑设置在物镜的像平面即目镜的物方焦面处，因此显微镜有界限明锐和照明均匀的视场。

显微镜的视场以成像物体的最大尺寸即线视场表示。它被目镜物方焦面上视场光阑的大小所限定，因而由物平面上与视场光阑共轭的圆直径所决定。若视场光阑直径以$2y'$表示，物镜的垂轴放大率以β_1表示，则显微镜的线视场应为

$$2y = \frac{2y'}{\beta_1} \tag{11-9}$$

上式表明，若显微镜的视场光阑大小一定，则其视场仅与物镜的放大率成反比。而视场光阑的大小$2y'$也就是目镜的线视场，它与目镜的性能即目镜的类型和焦距值有关，是由设计所决定的。目镜视场光阑的有效尺寸范围大约从5×目镜的20mm到25×目镜的6 mm，实际上其数值已标准化。按照我国标准，目镜线视场的最大值一般不超过20 mm，由此可得到显微镜的最大线视场为

$$2y_{max} = \frac{20}{\beta_1} \tag{11-10}$$

以国产XSP-16型生物显微镜为例，若使用12.5×目镜，其线视场为12.5mm；如

采用100×的油浸物镜，则显微镜的线视场仅为0.125mm。这表明高倍显微镜的线视场是很小的。

三 显微镜的成像深度（景深）

通过显微镜观察的物体通常都有一定的厚度。当显微镜调焦于某一物平面（称基准平面）时，在其前后能被观察者看清楚的两个最远平面之间的轴向距离Δl，即为显微镜的成像深度，又称为“景深”或“场深”。

从理论上分析，显微镜的成像深度受到以下三方面因素的影响：

（一）显微镜清晰成像的几何深度——几何景深

在图11-7中，设显微镜出瞳位于像方焦面上，眼睛在出瞳处观察，M'是基准像平

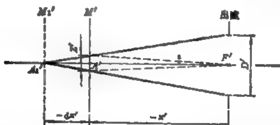


图 11-7

面，M_1'是基准物平面的邻近平面M_1的像，M_1'相对于M'的距离为dx'。A_1'点的成像光束在基准像平面M'上截出的弥散斑直径为Z'。由图中几何关系应有

$$\frac{Z'}{D'}=\frac{dx'}{x'+dx'}$$

由于$dx'\ll x'$，在分母中可将其略去，故有

$$dx'=\frac{x'Z'}{D'}$$

当直径为Z'的弥散斑对出瞳中心（亦即眼瞳中心）的张角ε（$Z'=x'\cdot\varepsilon$）恰好等于人眼的视角分辨率时，由此对应的dx'的二倍即可视为基准像平面前后能成清晰像的两个像面之间的几何深度

$$2dx'=\frac{2x'Z'}{D'}=\frac{2x'^2\varepsilon}{D'} \tag{11-11}$$

$2dx'$在物空间对应的轴向距离即为显微镜能成清晰像的物空间深度

$$2dx=\frac{2dx'}{\alpha} \tag{11-12}$$

由（3-28）、（3-23）、（3-36）式知，轴向放大率

$$\alpha=\frac{n'}{n}\left(\frac{x'}{f'}\right)^2$$

将上式和（11-11）式代入（11-12）式，以Δl_s表示几何景深，并注意到$n'=1$，$\frac{D'}{2f'}=NA$，则有

$$\Delta l_s = 2dx = \frac{2nf'^2\varepsilon}{D} = \frac{nf'\varepsilon}{NA} = \frac{n\cdot 250\cdot\varepsilon}{\Gamma\cdot NA} \tag{11-13}$$

上式表明，几何景深与显微镜的视放大率Γ及物镜的数值孔径成反比，Γ和NA值越大，则显微镜的几何景深越小。

在上式中，ε值是以弧度为单位的。若以分为单位，即将$1'=0.000291$弧度代入上式，则有

$$\Delta l_s = \frac{0.073n\varepsilon}{\Gamma\cdot NA} \tag{11-14}$$

按照贝列克建议，可取$\varepsilon=5'$，代入上式则有

$$\Delta l_s = \frac{0.34n}{\Gamma\cdot NA}\ (\text{mm}) \tag{11-15}$$

也可按米海尔的意见，取$\varepsilon=2'$，则有

$$\Delta l_s = \frac{n}{7\Gamma\cdot NA}\ (\text{mm}) \tag{11-16}$$

实际计算中取前者较多。

（二）物理景深

根据衍射理论，一个点被理想光学系统所成的像为一个衍射光斑。当像面离焦时，衍射图样的能量分布将发生变化。由允许衍射图样能量分布变化所决定的物面轴向移动量Δl_w称为显微镜的“物理景深”。它满足如下关系：

$$\Delta l_w = \frac{n\lambda}{(NA)^2}\ (\text{mm}) \tag{11-17}$$

若物方介质为空气，则有

$$\Delta l_w = \frac{\lambda}{(NA)^2}\ (\text{mm}) \tag{11-18}$$

上式中λ是以mm表示的光波长。

（三）调节景深

上述显微镜成像深度的计算公式，是在假定眼睛水晶体不调节的情况下得到的。实际上眼睛具有调节能力，通过调节可以看清楚在眼的近点和远点范围内的像。

若以$SD_近$、$SD_远$、和SD分别表示人眼的近点、远点和调节的视度值，而以$l_近$，$l_远$分别表示近点和远点到眼瞳的距离（以m为单位），应有

$$SD = SD_远 - SD_近 = \frac{1}{l_远} - \frac{1}{l_近} \tag{11-19}$$

对正常眼，远点位在无限远，$l_远=\infty$，因此有

$$SD = -\frac{1}{l_近} = SD_近$$

当显微镜成像在无限远时，物平面位在显微系统的物方焦面上，当眼睛通过调节看清近点A'时，对应的物点位置从F点移至A点（参看图11-8），移动量为x，则x即为眼睛通过显微镜观察时的调节景深，以Δl_m表示，利用牛顿公式应有

$$\Delta l_m = x = -\frac{nf'^2}{x'}$$

将$x'=1000l_近=1000/SD_近$和$f'=250/\Gamma$代入上式得到

$$\Delta l_{m}=-n\left(\frac{250}{\Gamma}\right)^{2}\cdot\frac{SD_{\delta}}{1000}=-\frac{62.5n\cdot SD}{\Gamma^{2}}\ (\mathrm{mm}) \tag{11-20}$$

上式中SD为人眼的调节视度。正常眼最大调节能力为10视度。而由无限远到明视距离范围内可以毫不费力的进行调节，因此我们取$SD=-4$（$l_{z}=-250\mathrm{mm}$）代入（11-20）有

$$\Delta l_{m}=\frac{250n}{\Gamma^{2}}\ (\mathrm{mm}) \tag{11-21}$$

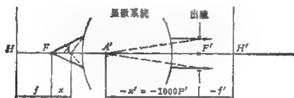


图 11-8

综合以上三个方面的因素，在不重新调焦的条件下，显微镜物空间总的清晰成像深度为

$$\Delta l=\Delta l_{z}+\Delta l_{w}+\Delta l_{m}=\frac{0.34n}{\Gamma\cdot NA}+\frac{n\lambda}{(NA)^{2}}+\frac{250n}{\Gamma^{2}}(\mathrm{mm}) \tag{11-22}$$

上式表明，当使用高倍和较大数值孔径的物镜工作时，显微镜的清晰成像深度是很小的。基本规律是成像深度与显微镜的视放大率Γ以及物镜的数值孔径NA成反比，并且数值孔径的影响比视放大率的影响更重要得多。另外，对厚度大于成像深度的标本，需要利用微调机构，依次对不同深度的层次调焦。

表11-2按只考虑（11-22）式前两项之和计算了一些常用数值孔径和放大倍率下显微镜的景深，计算中对$NA<1.0$的干物镜取$n=1.0$；对$NA\geq1.0$的浸液物镜取$n=1.5$。

表11-2　部份常用数值孔径和放大倍率下的显微镜成像深度(μm)

物镜数值孔径	显微镜放大倍率Γ							
NA	10×	50×	100×	250×	500×	1000×	1500×	2500×
0.05	704	360						
0.10		124	90					
0.20		48	31	21				
0.30			17.5	10.7	8.4			
0.40			12	6.9	5.2			
0.65				3.4	2.4			
0.85				2.4	1.6	1.2		
1.00(浸液)				2.0	1.8	1.3		
1.30(浸液)					1.3	0.9	0.8	0.7

表11-3计算了（11-22）式中第三项的影响，即眼的调节深度（取$n=1.0$，对浸液物镜表中数值应乘以1.5）。

表11-3 眼的调节深度($n=1.0$)

显微镜放大倍率Γ	25×	50×	100×	250×	500×	1000×	1500×	2000×
调节深度(μm)	400	100	25	4	1	0.25	0.11	0.06

比较两表可以看出，眼的调节深度的影响在使用低倍显微镜时，可能是重要的；在使用高倍显微镜时，其影响成为次要因素。

图11-9按$n=1.45$，$\lambda=550$nm计算并作出了显微镜成像深度与显微镜的放大率Γ以及数值孔径NA的曲线关系（不考虑眼的调节深度的影响）。

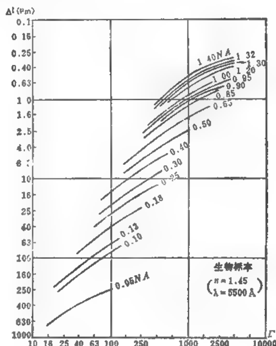


图 11-9

实际使用中为了获得较大的景深，以便能同时看清标本整个深度范围的组织情况，常采用较低倍物镜与较高倍目镜组合的方案。

如果将显微镜成像结果进行照相或投影至屏上，则(11-22)式中的第三项不存在，即有

$$\Delta l=\Delta l_{x}+\Delta l_{w}=\frac{0.34\,n}{\Gamma\,NA}+\frac{n\lambda}{(NA)^{2}} \tag{11-23}$$

§11-4 显微镜的分辨率和适用放大率

以上主要从几何光学的观点讨论了显微镜光学结构的基本特点和性质，目的是解决

显微镜的初始光学结构设计。但是，由于显微镜的分辨率很高，往往其数量级可以和光波的长度相比拟，因此在讨论显微镜成像问题，特别是评价显微镜的成像质量以及确定与之有关的显微系统光学性能参数（如放大率等）时，不能仅局限于几何光学的概念，还必须从光的波动理论出发进行研究，才能得出更切合实际的结果。

一 显微镜的分辨率

显微镜的分辨能力是指其分辨近距离物体细微结构的能力。通常是以显微物镜的分辨率即物镜能分辨开两个物点的最小距离σ来表示。σ值越小，则显微镜的分辨能力越强。

显微镜是一种衍射极限光学系统，物体显微结构的成像过程，可以视为光通过物体和显微镜光学系统时产生的衍射和干涉现象的结果，因此，对系统分辨率的计算是建立在衍射理论的基础上。

（一）两个发光点的分辨率

根据理想光学系统衍射分辨率公式（9-7），对于两个自发光点（即认为各点发出非相干光），在显微物镜像平面上两个像点刚好能被分辨开的最短距离σ′为

$$\sigma' = \frac{0.61\lambda}{n'\sin u'} \tag{11-24}$$

由于显微物镜的成像满足正弦条件，即有

$$n\sigma\sin u = n'\sigma'\sin u' \tag{11-25}$$

则将（11-24）式代入上式，得到

$$\sigma = \frac{0.61\lambda}{n\sin u} = \frac{0.61\lambda}{NA} \tag{11-26}$$

上式中σ即为显微镜物平面上能被分辨的两发光点的最小距离。

（二）不发光物体的分辨率

实际显微镜中的成像情况要更为复杂。通常被观察的标本并非自发光体，而是由外加光源利用照明系统照明的。标本各点的像是由光源（非点光源）发出的光线照射标本后，由标本上各点的散射或衍射形成的。

阿贝研究并创立了不发光物体的成像理论。按照这一理论，当用显微镜观察被照明物体的精细结构时，物体对所通过的光束的作用类似于衍射光栅，因此衍射作用对于像的形成具有决定意义。阿贝所导出的不发光物体分辨率公式，就是选择由许多平行的明暗交替条纹构成的最简单的衍射光栅作为显微物镜的理想标本成像的。

根据衍射理论，在垂直的相干光照明条件下，显微镜对不发光物体的分辨率为

$$\sigma = \frac{\lambda}{NA} \tag{11-27}$$

在倾斜照明条件下，显微镜对不发光物体的分辨率为

$$\sigma = \frac{\lambda}{2NA} = \frac{0.5\lambda}{NA} \tag{11-28}$$

式中λ是所采用的照明光的波长。

表11-4是采用$\lambda = 0.55\mu m$的绿光照明时，按（11-28）式计算得到的、不同数值孔径物镜的分辨率值。

表 11-4

	NA	σ (μm)
干系物镜	0.10	2.75
	0.30	0.92
	0.65	0.42
	0.95	0.29
油浸物镜	1.25	0.22
	1.40	0.20

(11-24) 式～(11-28) 式表明，显微镜的分辨率具有波长的数量级，其值取决于照明光波的波长和显微物镜的数值孔径。因此，为了提高分辨本领，可以采用短波长的光照明，例如，紫外线显微镜，x 射线显微镜以及电子显微镜等都是提高显微镜分辨本领的有效途径。

提高分辨本领的更主要途径是增大显微物镜的数值孔径，这可通过提高物方折射率和增大物方孔径角来达到。以透射式生物显微镜为例，对于物方（盖玻片与物镜前透镜之间）介质为空气的物镜（通常称为"干系物镜"），其最大数值孔径为 1，对应的物方孔径角（即玻璃-空气界面上的全反射临界角）约为41°；实际上干系物镜的数值孔径最大不能超过0.95，由$n_0\sin u_0 = n\sin u$可知，其相应的 u 和u_0角值分别为72°和39°（参见图11-10(a)）。增大数值孔径的另一个重要手段是增大 n 值，使之大于 1。为此采用浸液物镜，即在盖玻片和物镜的前透镜之间充以液体，如图11-10(b) 所示。当以水作浸液

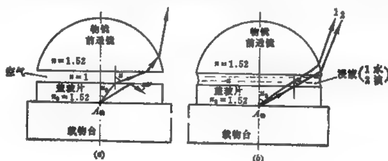


图 11-10

时，在盖玻片与浸液的界面上发生全反射的临界角约为61.5°，由工作距离和透镜直径所限定的角 u 值实际上可以达到64°，因而水浸物镜的最大数值孔径可达

$$NA = n\sin u = 1.33 \times \sin 64° = 1.20$$

实际上更多采用的是 $n = 1.5 \sim 1.6$的浸油，如甘油（$n = 1.455$)、杉木油（$n = 1.515$）等。其中以杉木油用得最多，因其折射率与盖玻片及物镜前透镜基本相同，光线在界面上既不产生折射，也不发生全反射，此时最大孔径角 u 可达67°，相应数值孔径可达1.40。进一步采用高折射率浸油（如二碘甲烷 $n = 1.741$）可使数值孔径最高达到 1.6。比较图 11-10（a）和（b）可以看出，采用浸液物镜比采用干系物镜可以得到更大的数值孔径。

二 显微镜的适用放大率

为了充分发挥由（11-28）式所确定的显微镜的分辨本领，使已被显微物镜分辨开的细节也能同时被眼睛所分辨，要求整个显微系统必须有适当的放大率。

显微镜放大率的选取应使显微镜的最小分辨距离 σ 的像 σ' 对人眼构成的视角不小于人眼的视角分辨率 ε。设照明光源的波长 $\lambda=0.00055\text{mm}$，则显微镜放大率的绝对值应为

$$|\Gamma|=\frac{\varepsilon\times 0.000291\times 250}{\dfrac{0.5\lambda}{NA}}=264.55\varepsilon NA \qquad (11\text{-}29)$$

式中 ε 是以分为单位的人眼的分辨角。

为了使人眼观察比较舒适，一般取 $\varepsilon=2'\sim4'$，将其代入上式，即得到显微镜视放大率的适用范围

$$529NA<|\Gamma|<1058NA \qquad (11\text{-}30)$$

或近似表示为

$$500NA<|\Gamma|<1000NA \qquad (11\text{-}31)$$

满足（11-30）式或（11-31）式的放大率为显微镜的适用放大率。

由于浸液物镜的最大数值孔径为1.5～1.6，因此，光学显微镜的视放大率，实际上最大不超过1500×～1600×。

上述公式表明，显微镜所应具有的合适放大率主要取决于显微物镜的数值孔径（或分辨率）。在物镜已分辨开物体细节的前提下，如果所使用的放大率低于适用放大率的下限，则眼睛不能看清已被物镜分辨开的细节或容易疲劳；反之，如果盲目地采用高倍目镜，用超过适用放大率上限的放大率作显微观察，则是无效放大，因为这样做不但不能显示任何新的细节，相反会带来目镜像差的有害影响，同时使显微镜出瞳小于0.5mm，导致像的亮度降低。

由此可知，显微镜的性能不能仅用系统的视放大率 Γ 来表征，还要同时指出物镜的数值孔径。因为显微镜的衍射分辨率主要取决于物镜的数值孔径，而与目镜完全无关。目镜所起的作用只是把已被物镜分辨开的物像放大到能被人眼看清的地步，物镜未能分辨开的细节，决不能通过目镜的放大而变成可分辨。因此，重要的问题在于根据使用要求，合理地确定物镜与目镜倍率的有效组合。为了保证总放大倍率在适用放大率范围内，当使用低倍物镜时，一般应选用10×以上的较高倍率目镜；反之，当使用高倍物镜时，一般应选用较低倍率目镜，以避免无效放大。图 11-11 是表示目前国外具有标准放大率和数值孔径的物镜和目镜如何组合，以获得显微镜视放大率的标准系列值，以及适用放大率的范围。图中倾斜的实线2.5/0.08～100/1.25是表示物镜的放大倍数和数值孔径；倾斜交叉的虚线 5×～32×是表示目镜的倍率。两组倾斜直线的交点所形成的水平线的纵坐标对应于显微镜的总放大倍率；粗黑线框所限定的是适用放大率的范围（$500NA<|\Gamma|<1000NA$）。例如 40/0.65 的物镜应与 8×～16×的目镜相配合，其适用放大

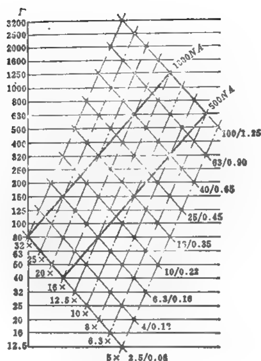


图 11-11

率的范围是320×～630×，否则不能得到良好的效果。

表 11-5

消色差物镜倍率		1.6×	4×	10×	25×	40×	63×	100×
最小数值孔径NA值		0.04	0.10	0.25	0.40	0.65	0.85	1.25
适用放大率区间	$\Gamma_{min}=500NA$	20	50	125	200	325	425	625
	$\Gamma_{max}=1000NA$	40	100	250	400	650	850	1250
配用目镜后的总放大率	普通目镜5×	8	20	50	125	200	315	500
	普通目镜6.3×	10	25	63	157.5	252	397	630
	普通目镜8×	12.8	32	82	200	320	504	800
	普通目镜10×	16	40	100	250	400	630	1000
	普通目镜12.5×	20	50	125	312.5	500	787.5	1250
	普通目镜16×	25.6	64	160	400	640	1008	1600
	普通目镜20×	32	80	200	500	800	1260	2000
	普通目镜25×	40	100	250	625	1000	1575	2500

注：此表中所列物镜规格、目镜规格均取自我国第一机械工业部标准JB1781-76及JB1782-76。

表11-5是按照我国标准给出了物镜与目镜的各种可能的倍率组合，其中粗黑线勾出的部分是显微镜的适用放大率范围。

§11-5　显微镜的物镜和目镜

显微镜的成像系统由物镜和目镜组成，它是影响成像质量的主要因素。

一　显 微 物 镜

物镜是显微镜最关键的部件，因为显微镜的性能和成像质量主要取决于物镜的数值孔径、放大倍率及其像差校正情况；同时，物镜也是显微镜设计和制造中最困难的部分。

(一) 显微物镜的主要性能指标

1　放大率β_1

显微物镜的放大率是指其垂轴放大率●

$$\beta_1 = -\frac{\Delta}{f_1'} \tag{11-32}$$

式中Δ为光学筒长。

显微物镜的倍率一般用去掉符号的正值表示。对大量应用的生物和金相显微镜，按我国标准，物镜倍率的范围是1.6×～100×。

2　数值孔径NA

它是选用显微物镜应考虑的最重要性能参数。它决定了物镜的分辨能力，也决定了物镜结构的复杂化程度。

表11-6给出了国产显微物镜放大倍率与数值孔径相匹配的标准系列。

表11-6

类型 \ 最小数值孔径 \ 放大率(×)	1.6	2.5	4	6.3	10	16	25	40	(50)	63	(80)	100 油浸	代号
消色差物镜	—	—	0.10	—	0.22	—	0.40	0.65	—	0.85	—	1.25	—
平场消色差物镜	0.04	0.07	0.10	0.15	0.22	0.32	0.40	0.65	0.75	0.85	0.95	1.25	PC
平场半复消色差物镜	—	—	—	0.20	0.30	0.40	0.60	0.75	—	0.90	—	1.30	PB
平场复消色差物镜	—	—	0.16	0.20	0.30	0.40	0.65	0.80	—	0.95	—	1.32	PF

3　工作距离

它是指从物镜第一个表面顶点到标本的距离（对无盖玻片的情况），这是显微物镜的另一个重要参数，它与物镜的倍率和数值孔径密切相关。一般低倍率、小数值孔径的物镜其工作距离可达到15～17mm；而高倍率、大数值孔径的物镜，其工作距离很小，可以小至0.1～0.06mm，因此，对高倍物镜的设计来说，这是一个重要限制因素。表 11-7 列出了国内（左）和国外（右）一些显微物镜工作距离的参考数据。对于相同类型和规格的物镜，各厂家生产的物镜其工作距离的差别是不大的。还要指出，对使用透射光的显

● 对具有任意筒长的显微物镜，$\beta_1 = -\frac{250}{f_1'}$。

微镜，其工作距离受到盖玻片和封藏介质的限制。而采用透射式长焦距物镜和反射式物镜，虽可以增大工作距离，但也带来结构复杂、体积大等弊病。

表 11-7

物镜 倍率(×)	物镜 数值孔径	类型	工作距离 (mm)	物镜 倍率(×)	物镜 数值孔径	类型	工作距离 (mm)
				3.5	0.09	消色差物镜	17.2
10	0.25	消色差物镜	7.2	6	0.17	消色差物镜	15.0
10	0.25	消色差物镜	6.3	10	0.25	消色差物镜	7.7
				10	0.30	复消色差物镜	4.85
				21	0.50	消色差物镜	1.6
				20	0 65	复消色差物镜	0.6
40	0.65	消色差物镜	0.5	43	0.65	消色差物镜	0.6
40	0.65	消色差物镜	0.35	45	0.85	消色差物镜	0.3
				47	0.95	复消色差物镜	0.18
				40	1.00	萤石物镜	0.27
				97	1.25	消色差物镜	0.11
				96	1.30	萤石物镜	0.12
100	1.25	消色差物镜	0.1	61	1.40	复消色差物镜	0.12
100	1.25	消色差物镜	0 09	90	1 40	复消色差物镜	0.06

4　盖玻片的参数

对于在透射光中观察生物标本的生物显微镜，需加盖玻璃片以起到保护标本的作用，因此，盖玻片的参数和质量影响显微镜的像质和分辨能力。由于显微物镜的像差校正是包括盖玻片一起考虑的，因而对盖玻片的使用应与设计要求一致，特别是对一些有较大数值孔径的物镜要求更为严格。我国和国际标准均规定盖玻片的厚度为0.17mm，同时对厚度公差作了相应的规定，材料折射率取为$n_e=1.5230$。

（二）显微物镜的标志

为了表示显微物镜的主要性能指标，在物镜筒上均刻有标记，注明物镜的放大倍率、数值孔径、物空间介质性质、适用的机械筒长、是否需要使用盖玻片以及盖玻片的标准厚度。图 11-12 是我国显微物镜的标志，其中图（a）表示一生物显微物镜，其放大倍

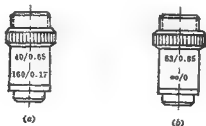


图 11-12

率为40倍，数值孔径为0.65，适用的机械筒长为160mm，盖玻片厚度为0.17mm；图（b）表示一金相显微物镜，其放大倍率为63倍，数值孔径为0.85，适用于机械筒长为无穷远

的情况，"0"表示标本上不需覆盖盖玻片；其它类型物镜尚需再加专门标记，例如PC——平场消色差物镜，PB——平场半复消色差物镜，PF——平场复消色差物镜，"油"——油浸物镜。图 11-13 是日本显微镜物镜标志的一种表示形式。

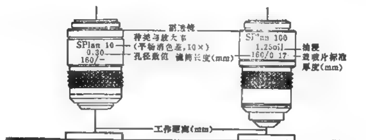


图 11-13

（三）显微物镜的基本类型

显微物镜光学性能的主要特点是相对孔径大，由此决定了其像差校正的特点。显微物镜按其特征有多种分类方法，例如，按照结构型式可分为折射式、反射式与折反式；按设计与使用的光谱区段可分为可见光与不可见光（紫外光和红外光）显微物镜；按照像差校正情况可分为消色差、复消色差、平场消色差、平场半复消色差和平场复消色差；此外，还可按照设计的筒长、是否使用浸液（干燥与浸液物镜）、被观察物的照明方法等加以区分。

实际应用中，使用最广泛的是折射式显微物镜，而在分类方法上则以按像差校正情况进行分类最好，因为这是决定物镜成像质量与使用性能的主要特征，其它的考虑都是次要的。

显微物镜的像差校正类型主要有两个方面：按色差校正情况可分为消色差物镜和复消色差物镜；按照物镜像面的平坦程度可分为一般物镜和平场物镜。近三十年来，国外致力于平场物镜的研制，使物镜的像方线视场可以达到25mm甚至超过30mm，比普通物镜线视场增大 2～3 倍，从而为大范围平视场观察与显微照相创造了有利条件。在评价显微物镜像质时，通常以波像差数值作为定量评价的重要依据。

下面依次介绍各种像差校正类型的显微物镜。

1　消色差物镜

其像差校正特点是，只校正球差、轴向色差（F、C两种色光）和正弦差，对轴外点像差未做重点考虑。通常，轴上点基本色光的波像差不超过 $\lambda/4$，整个光谱区域的波像差不大于$\lambda/2$。

这种显微物镜，由于结构简单、制造工艺方便、造价低廉，因而在国内外是生产和使用最广泛的一种，主要应用于普通生物、金相和偏光显微镜。据估计，国际上有90%以上的显微物镜是消色差物镜。这种物镜由于未校正像面弯曲，因而可用的视场比较小。这种物镜的结构型式随数值孔径和倍率的增大而复杂化。表11-8按数值孔径和放大

表 11-8

	结构型式	放大倍率(β)	数值孔径(NA)
双胶型	4×，0.10NA	低倍物镜 <5×	0.04~0.15
里斯特型	10×，0.25NA	中倍物镜 6×~10×	0.15~0.30
阿米西型	40×，0.65NA	中倍及高倍物镜 20×~40×	0.40~0.65
阿贝油浸型	油 100×，1.25NA	高倍物镜 90×~100×	1.25~1.40

倍率的大小列出了消色差物镜的四种结构型式。

2　复消色差物镜

这种物镜除了更严格校正轴上点球差和正弦差之外，同时对C、e、F三种波长的光线校正轴向色差，使成像质量比一般消色差物镜有较大提高。其垂轴色差的校正不足，可采用补偿目镜进行补偿。由于其结构复杂、价格贵，因此主要用在实验室和研究用的

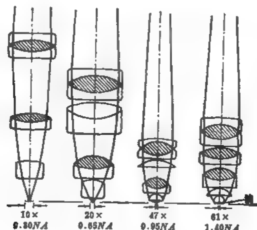


图 11-14

显微镜中。在我国，这种类型显微物镜尚未纳入标准。图 11-14 是几种不同倍率和数值孔径的复消色差物镜的结构型式，图中有阴影线的透镜是由特殊光学材料制造的。

3　平场物镜

一般消色差物镜由于没有校正场曲，因而对于短焦距的高倍物镜场曲较大。为了实现较大范围的清晰视场，以适应于显微摄影和高质量目视研究的需要，出现了严格校正像面弯曲的平场物镜。其主要特征是，在物镜系统中利用一个或几个“厚”的弯月透镜校正场曲，其结果可达到在整个视场范围内轴外点的波像差<0.5λ，最终像平面线视场可达25～30mm。

平场物镜按色差校正程度可以分为平场消色差物镜、平场复消色差物镜以及平场半复消色差物镜。其中平场复消色差物镜性能最好，结构也最复杂，在整个视场范围内对波长λ＝434～656nm的光谱区域进行了像差的高度校正，其垂轴色差用补偿目镜补偿。图 11-15 是平场物镜的两种结构型式。

(a)　　(b)

图 11-15

(a) 平场消色差物镜60×，0.85*NA*；(b) 平场复消色差物镜60×，0.85*NA*。

二　显微目镜

显微目镜的作用是将物镜所成的放大像再一次放大后进行观察或显微摄影。

(一) 目镜的主要性能指标

对大量使用的观察目镜，其主要性能指标是

1　目镜的放大倍率

$$\Gamma_目=\frac{250}{f'_目} \tag{11-33}$$

上式表明，要提高目镜放大倍率，就要减小目镜焦距$f'_目$。一般目镜焦距不小于8.5～10mm，我国显微镜目镜的标准（见表11-9）规定，观察目镜的最大倍率为25×，常用倍率一般为10×～12.5×。

2　目镜的线视场

它由目镜物方焦面上视场光阑所限定的直径大小决定。表11-9给出了不同放大率下线视场值的标准。

3　目镜的出瞳距离（镜目距）

考虑到眼瞳与出瞳重合的使用要求，出瞳距离一般应在10mm以上，最小也不应小于6～8mm。

在显微镜中，从像差校正的角度来看，观察目镜的主要特点是：视场较大（一般在

20°～40°范围内)、而相对孔径较小，因此目镜的球差与轴向色差一般较小，无需特别校正即可满足使用要求；应该主要校正的是像散、垂轴色差和彗差等轴外像差；场曲一般不进行校正（因眼睛有一定的调节能力）。

表11-9 显微镜参考目镜系列(mm)

分类	放大倍率(Γ_e)	最小视场直径(mm)	代号
普通目镜	5	20	—
	6.3	18	
	8	16	
	10	14	
	12.5	12.5	
	16	10	
	20	8	
	25	6.3	
平场补偿目镜	8	18	PB
	10	16	
	12.5	12.5	
	16	10	
	20	8	
	25	6.3	
摄影目镜	2.5		S
	4		
	6.3		
	8		
	10		
	12.5		

（二）常用显微目镜的类型

目镜类型的选择在很大程度上取决于物镜的类型，即考虑与物镜的像差补偿关系。常用的显微目镜类型有：惠更斯目镜、冉斯登目镜、平场补偿目镜等。

1　惠更斯目镜

适用于消色差物镜，其结构简单，由两块平凸透镜组成，其中平面均朝向眼睛（如图11-16）。前透镜称为场镜，后透镜称为接目镜，两透镜均可视为薄透镜。整个目镜系

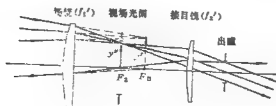


图 11-16

统的物方焦点$F_目$位于两薄透镜之间，像方焦点$F'_目$位于接目镜的后方，视场光阑位于接目镜的物方焦面上，这是惠更斯目镜的主要特点。物体经物镜在$F_目$平面上成一放大实像y'（对场镜为一虚物），再经场镜在视场光阑所在的$F_接$平面上成一实像y''，最后经接目镜成像在无穷远。

若以$2y''$表示视场光阑的大小，$2y'$表示目镜的线视场，应有

$$2y' = \frac{2y''}{\beta_场} \tag{11-34}$$

上式中$\beta_场$为场镜的垂轴放大率，通常$\beta_场 < 1$。

由于视场光阑位于场镜之后，因此若在视场光阑平面上设置分划板，则经接目镜所得到的分划板放大像是没有校正像差的。所以，惠更斯目镜不宜在其视场光阑平面上设置分划板而用于测量中，它主要用于观察。

惠更斯目镜的出瞳距为其焦距值的1/3或稍大，因此其焦距值一般应不小于15mm，相应地，放大率应不超过16.7×。事实上，$\Gamma > 15\times$的目镜不宜作观察用。

由于惠更斯目镜只能用于观察虚物，而不能单独用作放大镜，故称这种目镜为负型目镜。

惠更斯目镜的结构简单，视场角可达30°～40°，广泛应用于大多数生物显微镜和小型金相显微镜中。

2　冉斯登目镜

冉斯登目镜由两块凸面相对而有一定间隔的平凸透镜组成，如图 11-17 所示。

图　11-17

由于物镜的像面（目镜的物方焦面）位于目镜之前，因此可在像面上设置分划板，用作测量显微镜。这种目镜可以单独用作放大镜，故称之为正型目镜。但由于冉斯登目镜的像质比惠更斯目镜差一些，因此一般不用于观察显微镜中。

3　平场补偿目镜

对于垂轴色差校正不足（垂轴色差大于1.5%而小于2%）的平场消色差物镜、平场半复消色差物镜和平场复消色差物镜，需要与垂轴色差过校正的目镜配合使用，这种目镜即为平场补偿目镜。

高倍平场补偿目镜如图 11-18 所示，在$2\omega = 40°$范围内有良好的像质。

4　霍马尔型摄影目镜

霍马尔型目镜$f'_目 < 0$，是负型透镜。其像差校正与平场补偿目镜类似，适合与垂轴色差校正不足的复消色差物镜或高倍消色差物镜配合使用，以补偿其像面弯曲和垂轴色差。

图 11-18

图 11-19

这种目镜主要用于大型画幅底片（如 $9\times12cm^2$）的照相。图 11-19 是用作显微照相或投影的霍马尔型目镜光路示意图。摄影（投影）目镜要求得到平的像面，以保证在照相底片或投影屏上的整个视场范围内得到同样清晰的像。

§11-6　显微镜的照明系统

一　对照明系统的要求

在显微镜下观察的物体标本一般是不发光的，需要由光源通过照明系统对其照明后成像。只有当物体与周围介质以及物体内部各点相互之间有良好的亮度及颜色反差时，才能取得良好的观察和分辨效果。显微镜的成像质量和观察效果不仅与显微镜的成像系统有密切关系，而且与照明的充分和均匀一致性有重要关系。因此，照明系统是显微镜的重要组成部分。

对照明系统的基本要求是

（1）光源应有足够的亮度，集光镜应有足够大的通光孔径，以提高光能利用率，保证照明物面所需要的足够光能量。

（2）照明系统应保证在物标本被观察的整个视场范围得到均匀一致的照明。照明的均匀性取决于照明方法以及照明系统中各部件（集光镜、聚光镜等）球差、色差校正的完善性以及等晕条件的满足。

（3）照明系统应有可调节的视场光阑，以适应不同倍率物镜、目镜组合条件下，被照明视场大小变化的要求；同时拦截系统中有害的杂散光，改善像面的对比度。

（4）照明系统应设置可调的孔径光阑，使照明光束的孔径能适应于不同显微物镜数值孔径的要求，即控制物点成像光束孔径角的大小，充分发挥物镜的分辨能力。

此外，照明系统还应注意结构尽量简单，防止光源高温的有害影响等。

二　主要的照明方式与照明系统

如前所述，显微镜的照明方式从不同的角度可以区分为透射式与反射式，明场照明与暗场照明。实际使用中最大量的是明场的透射照明和反射照明。

（一）明场照明

这是在生物和金相显微镜中得到普遍采用的照明方式。它是利用照明系统发出的光直接照射到物体上，经透射或反射后，被显微物镜成像，其成像和鉴别是以标本与周围介质以及标本内部各点之间的亮暗和颜色反差为基础的。

1　明场透射式照明

大多数生物显微镜都采用明场透射照明的方式，即将透明标本夹于载物玻片和盖玻片之间，然后以透射光照明透明的标本进行观察。部分标本有时需进行染色处理，以取得较好的观察效果。

根据显微镜倍率高低不同以及对照明效果要求高低的不同，照明方法可以区分为如下三类：

（1）直接照明

普通生物显微镜常在显微镜的下部设置平面镜或凹球面反射镜，利用自然光源或灯光对物面进行直接照明。为了充分利用显微物镜的数值孔径，光源必须有足够大的尺寸，这对利用天空、白云等自然光源照明是不成问题的，只要使平面镜框绕相应的轴线旋转至对准自然光源的方向即可；但在光源尺寸有限的情况下，保证照明光束有足够的孔径角以与显微物镜的数值孔径相匹配，和保证物面照明的均匀性之间是存在矛盾的。如图 11-20（a）所示，为了增大照明孔径角 u_1 使之达到 u，必须将光源移近物面到达 $A_1'A_2'$ 处，或者将其尺寸增大至 $A_1''A_2''$；然而从保证物面照明均匀的角度出发，又要求光源面适当远离被照明物体。为保证照明均匀，在一定照明孔径角的条件下尽量减小光源面尺寸，可采用凹球面反射镜。如图 11-20（b）所示。

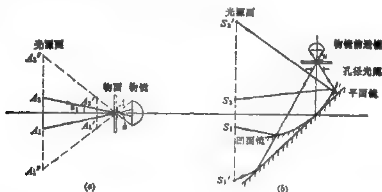


图　11-20

（2）临界照明

由于亮度大的实际光源其尺寸均不大，并且不能太靠近标本平面，因而不能使照明光束充满物镜孔径。为了增大照明光束的孔径角，可以采用适当焦距和孔径的聚光镜系统，将光源以缩小的比例成像在物平面上。由于垂轴放大率 $\beta < 1$，因而聚光镜系统的角放大率 $\gamma > 1$。为使显微物镜的数值孔径得到充分利用，应使聚光镜的数值孔径等于或稍大于显微物镜的数值孔径。

将光源面通过聚光镜成像在物平面上的照明方法称为"临界照明"。图 11-21（a）是临界照明光路的基本结构。如果忽略损耗，光源像的亮度应该等于光源的亮度，因此，这种方法的实质就相当于把光源放在物平面上。光源像的周界起到视场光阑的作用，视场光阑像与显微镜的物平面重合，在物面被照明的视场范围内有最大亮度。直径

可变的孔径光阑通常设在聚光镜的物方焦面处（或其附近），因而聚光镜的出瞳在无穷远处，改变孔径光阑的大小，即可改变聚光镜的像方孔径角，使之满足物镜数值孔径的要求。如果显微系统的孔径光阑设在物镜的像方焦面处（或其附近），则显微系统的入瞳亦在无穷远处。在上述条件下，照明系统的出瞳与显微系统的入瞳重合，即满足两个系统之间的"光瞳衔接原则"，因而照明光束将得到充分的利用。当更换物镜时，聚光镜的孔径光阑要作相应的改变以始终保持照明系统的像方孔径角与显微物镜的数值孔径相适应。如果照明系统像方孔径角太小，不能充分发挥物镜的数值孔径的作用；反之，太大也会造成有害的杂散光影响。

有些情况下，根据使用和结构的需要，照明系统的聚光镜也可用两组取代。其中，前组靠近光源称为集光镜；后组靠近标本，称为聚光镜，两者之间为平行光路，如图11-21(*b*)所示。

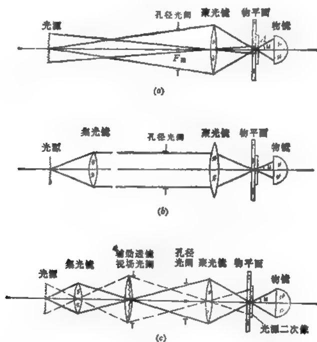


图 11-21

在显微镜高倍工作条件下，物方线视场很小，因此图11-21(*a*)所示的临界照明系统得到的光源像虽然很小，但仍可满足要求；当显微镜工作于低倍条件下时，物面上需要有较大的均匀照明范围，这就要求照明系统应在物面上成一较大尺寸的光源像，为此可采用如图11-21(*c*)所示的照明系统，它可视为图11-21(*a*)的复杂化。如果需要改变照明视场的大小，可调节视场光阑。

临界照明的缺点是光源（灯丝）像的亮度的不均匀性，将直接反映到物面上，影响

观察效果。

（3）柯勒照明

为了消除临界照明物面亮度不均匀的缺点，柯勒在显微镜的照明上，采用了如下方法（参见图 11-22 物平面前方的系统）：将光源（最好在光源后面放毛玻璃）通过集光镜成实像在聚光镜的物方焦面处，该面上设置可变孔径光阑；光源的一次像经聚光镜成像在物镜的入瞳即无穷远处，因而满足光瞳衔接原则，集光镜被光源照明后，成为一比较均匀的发光面，在其出射面处（或其附近）设置可调节的视场光阑，该发光面与视场光阑经聚光镜成像在物平面上。因此，自聚光镜出射的平行光束均匀地照明被视场光阑像所限定的物面（视场）范围。按上述关系排列的照明光路为"柯勒照明"。

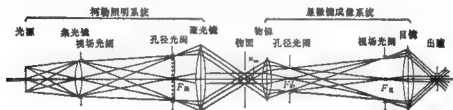


图 11-22

柯勒照明的优点首先是视场内照明均匀，这是因为物平面上的每一点均受到光源上所有点发出的光线照射；同时，光源上每一点发出的照明平行光束，又都交会重叠到物平面上的同一视场范围；另外，调节孔径光阑和视场光阑可以分别有效地控制照明光束孔径和照明视场的大小，而互不干扰。因为调节孔径光阑只改变聚光镜像方出射光束孔径角的大小，而不改变照明视场的大小（这是因为通过视场光阑边缘和视场中心的光线同时通过孔径光阑中心的缘故），反之，调节视场光阑大小时，只影响物平面上被照明区域的大小，而不改变照明光束孔径角的大小，因为与光轴成 u_m 角的边缘光线通过视场光阑的中心。

柯勒照明系统在具有内装光源的显微镜中（如实验室、研究用的生物和金相显微镜等）获得普遍采用。

图 11-22 表示了具有柯勒照明系统的明场透射式显微镜照明与成像的简化光学原理图。整个系统安排在一条直线上，图中各部件均以单薄透镜取代。

2　明场反射式照明

观察金属、矿物等不透明标本时，需采用反射光照明装置。这种系统的基本结构与透射式照明系统相同；区别是：光路中加入分光镜，以使照明系统与观察系统重合，物镜本身兼做聚光镜，照明光束通过物镜投射到标本上，如图 11-23 和图 11-24 所示。这样，如果试样表面为抛光镜面，则自镜面反射的光线全部进入物镜成像，在目镜视场中看到的是明亮的一片；如果试样抛光表面上有一些被侵蚀的凹坑，则这些被侵蚀组织上所产生的漫射光线很少能进入物镜成像，因此在视场中看到的将是在一片亮背景下的一些黑色侵蚀坑的像。

图 11-23 表示了垂直投射的、明场反射式临界照明系统。这种照明系统的特点是光

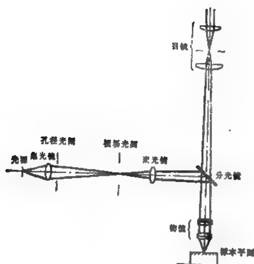


图 11-23

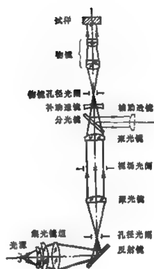


图 11-24

源经整个照明系统后成像在标本平面上，因而照明是不均匀的，图 11-24 是应用于金相显微镜中的垂直投射的、明场反射式柯勒照明系统，其光路为倒置式。其特点是，光源成像在物镜的孔径光阑上而非试样表面上，物镜是照明系统的一部分，并以平行光束照明试样表面。图中两聚光镜之间的平行光路以及补助透镜的加入均是为了满足一定的光学机械结构要求。

3　明场照明系统中的部件

照明系统主要由光源、集光镜和聚光镜等部件组成。与显微镜的成像系统相比，照明系统部件的像差要求要低一些，通常主要是校正球差、色差，满足等晕条件。下面分别介绍集光镜和聚光镜。

（1）集光镜

集光镜位于光源附近，起到会聚光源发出的光能的作用。它将光源成放大像在聚光镜的孔径光阑平面上（反射光照明时，成像在与显微镜出瞳共轭的平面上）。

下面举例计算按柯勒照明方式的集光镜外部参数（参见图 11-25）。设照明系统的非浸液聚光镜$f'_{聚}=10.5$mm，数值孔径$NA=0.25$，被照明物体的直径 $2y=1.0$mm，光

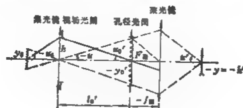


图 11-25

源尺寸$2y_0=1.7mm$，另外，给定集光镜与位于聚光镜前焦面处的可变光阑的距离为$l'_0=210mm$。

在图 11-25 中，设集光镜和聚光镜均可视为薄透镜，根据物像空间的正弦条件公式，对集光镜和聚光镜应分别有

$$y_0\cdot\sin u_0=y'_0\cdot\sin u'_0$$

$$h\cdot\sin u=h'\cdot\sin u'$$

我们把$y_0\sin u_0$和$h\sin u$近似看作光学系统的物像空间不变量（系统位在空气中），可以得到

$$y_0\sin u_0=h'\sin u'=y\sin u'$$

上式亦可表示为

$$y_0\cdot NA_0=y\cdot NA$$

式中NA_0、NA分别为集光镜和聚光镜的数值孔径。由此可得集光镜的数值孔径为

$$NA_0=\frac{y\cdot NA}{y_0}=\frac{0.5\times0.25}{0.85}=0.15$$

聚光镜孔径光阑的直径应为

$$D_A=2y'_0\approx2f'_{聚}\cdot\sin u'=2\times10.5\times0.25=5.25(mm)$$

集光镜应使光源恰成像在聚光镜的孔径光阑上，其放大率应为

$$\beta_0=-\frac{D_A}{2y_0}=-\frac{5.25}{1.7}=-3.1\times$$

集光镜的焦距值应为

$$f'_0=\frac{l'_0}{1-\beta_0}=\frac{210}{1-(-3.1)}=51.2(mm)$$

灯丝到集光镜的距离

$$l_0=\frac{l'_0}{\beta_0}=\frac{210}{-3.1}=-67.7(mm)$$

紧靠集光镜的视场光阑大小应为

$$D_F=\frac{2y}{\beta_{聚}}=2y\cdot\frac{l'_0}{f'_{聚}}=1.0\times\frac{210}{10.5}=20(mm)$$

集光镜光学结构的复杂性取决于它的数值孔径，放大率和光源尺寸。表 11-10 给出了在一定的数值孔径和放大率范围内，集光镜的一些结构型式。通常集光镜与灯泡、照明系统的视场光阑一起装在显微镜镜架的底座中。

（2）聚光镜

聚光镜的位置靠近标本平面，用以照明标本。其光束的数值孔径应与显微物镜的数值孔径相适应。通常聚光镜是显微镜可拆卸的独立部件。

明场照明的聚光镜有如下几种结构型式：

① 单透镜聚光镜　一般和数值孔径小于 0.3 的显微物镜配合使用，或作为较复杂聚光镜系统中的组元。通常将其球差校正至最小。

② 双透镜聚光镜　应用最普遍的显微镜明场聚光镜是如图 11-26(a) 所示的阿贝双透镜聚光镜。它是由一平凸的半球透镜和一个双凸透镜组成的。其优点是可以设计成具有较高的数值孔径，与任意的消色差物镜配合使用；另外，它有较长的焦距，因而在

表 11-10

序号	光路图	数值孔径 $n\sin u$	放大率 β	特性说明
1		0.15	—	具有最小球差之透镜
2		0.4	1～3	双平凸透镜组合
3		0.6	1.5～4.5	1—齐明弯月镜 2—双平凸透镜组
4		0.7	2～6	1，2—齐明弯月镜 3—双平凸透镜组
5		0.7	2～6	第二面为非球面
6		0.4	4～10	具有最小球差之透镜组
7		0.5	10～∞	1—近齐明弯月镜 2—平凸或具有最小球差透镜组
8		0.5	10～∞	第二面为非球面(多为抛物面)
9		0.7	10～∞	1—近齐明弯月镜；透镜 2 的第二面为非球面

不需要太大光源的条件下，即可将一个低倍（例如 10 倍）物镜的视场覆盖。由于其结构简单，因而被广泛应用于和20×0.40到90×(1.2～1.5）的一套显微物镜配合使用。在高倍工作条件下，可采用浸液式阿贝聚光镜，其数值孔径可达 1.2～1.5。

阿贝聚光镜的不足之处是，由于其结构简单，因而不可能得到较高质量的像差校正结果。

③ 三透镜浸液聚光镜 在阿贝双透镜聚光镜的两组元之间，增加一个齐明弯月透镜，如图 11-26(*c*)，可以使数值孔径增大至 1.4。

④ 消色差型聚光镜 如图 11-26(*d*) 所示。

⑤ 消色差齐明浸液聚光镜 如图 11-26(*e*) 所示。其数值孔径可达 1.4，像差校正的结果接近于消色差显微物镜，可以实现对彩色传递的较高要求，主要应用于研究型

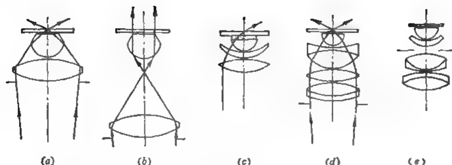


图 11-26

显微镜中。

虽然通过调节孔径光阑和视场光阑可以控制照明光束孔径和视场的大小，但是，用同一聚光镜对从低倍到高倍差别很大的显微物镜的视场进行照明，并实现数值孔径的完全匹配是不可能的。以阿贝型聚光镜为基础，当从显微物镜高倍小视场的工作条件变换为低倍大视场时，可采用如下几种方法：

① 从聚光镜组中（如图 11-26(a) 的阿贝聚光镜）移去前透镜（半球透镜），使余下的透镜成为孔径小而视场大的聚光镜。此时，对聚光镜必须重新调焦，以在物平面上得到视场光阑的清晰像。

② 在阿贝聚光镜组的孔径光阑下面加入一个适当倍率的场镜。

③ 移动阿贝聚光镜的双凸透镜（如图 11-26(b)），实现变倍。

（二）暗场照明

其基本原理是：利用特殊的照明系统实现斜射的照明条件，使主要的照明光线完全不能进入物镜，能够进入物镜成像的只是由被检物体表面的一些微粒散射或衍射的光线。因此，在暗场照明条件下，从目镜视场中看到的是在黑暗的背景上有一些亮的质点或微粒，如同观察夜空中的星星。

暗场照明的特点是：照明光束以极大的倾斜角照射到标本的表面上，即照明光束通过物镜的周围照明标本，物镜不是照明系统的组成部分。

暗场照明的优点是：像场的反差好，因而可以提高分辨率，观察到在普通明场显微镜中看不见的 0.2～0.004μm 范围内的超显微粒子的存在。通常多用于观察非染色的生物细菌、细胞等活体以及金属试样表面被侵蚀的组织等。

但是，由于暗场观察物像的亮度较低，因而应采用强的光源。

暗场照明又可分为：

1 透射式暗场照明

获得对透明物体进行暗场照明的比较简单而直接的方法是中心挡光法，即利用遮光屏，挡住折射聚光镜照明光束的中央部分，使之不能照射到标本上；而能透过标本的照明光束却不能进入显微物镜孔径，从而形成暗场，如图 11-27(a) 所示。这种方法对小于 0.65NA 的较低数值孔径物镜可以获得较满意的效果，但缺点是有较严重的反

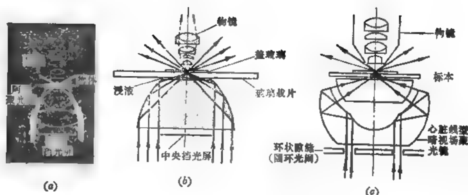


图 11-27

射光。

对于具有浸液和较高工作倍率的物镜，利用普通的显微镜聚光镜是不合适的，因为要使来自聚光镜的照明光束不能进入物镜，必须使聚光镜有较大的光束孔径角，即要求聚光镜的数值孔径 $(NA)_{c}$ 大于物镜的数值孔径 $(NA)_{o}$；而对折射式聚光镜要达到较高数值孔径，其像差校正是困难的，因此，通常暗场聚光镜采用反射式系统。图11-27（b）是最简单的具有旋转抛物面型的反射式暗场聚光镜。轴向平行光束的中央部分被挡光屏遮蔽，周围部分经抛物面反射后，会聚于抛物面的焦点上。玻璃载片必须不超过一定的厚度，并且在和聚光镜面之间应有适当的浸液，以确保光线射出聚光镜并被聚焦于标本上。抛物面型反射聚光镜广泛应用于对活体微生物的医学研究之中。图11-27(c)是一种比较复杂的心脏形暗场聚光镜，聚光镜是由同一牌号的两块玻璃制成，玻璃常数接近于载物玻片和浸液常数，聚光镜的入射面和出射面是平面；聚光镜的圆环反射面是心脏线回转面。这是一种产生齐明像的最完善的反射式聚光镜。反射式暗场聚光镜主要用来和具有较高数值孔径的浸液物镜相匹配。一般地，物镜的数值孔径必须控制在1.0或略低一点。

2　反射式暗场照明

暗场照明亦可应用于对不透明标本的检验。如图11-28所示，空心的照明光束环绕在物镜的周围，以极大的倾角投射并聚焦在不透明试样的抛光表面上，经镜面反射后不能进入物镜成像，因而形成暗背景；如果抛光表面上有被侵蚀的组织或微粒，则由它们漫反射的光线中有一部分将进入物镜成像，从而形成暗背景上的亮像。图11-28（a）和（b）分别表示了由圆环状反射式和透射式（透镜或棱镜）暗场聚光镜对不透明物体的暗场照明。

近代的显微镜中均设有能实现明场照明到暗场照明转换的通用照明系统。其中，明暗场光路的变换由一明暗场变换滑板实现。图11-29以国产XJL-02型立式金相显微镜为例，图中（a）和（b）分别表示了明场及暗场照明系统及其变换。应该指出，在明场照明时，照明系统的孔径光阑3和物镜的孔径光阑14是共轭的，调节孔径光阑3的大小

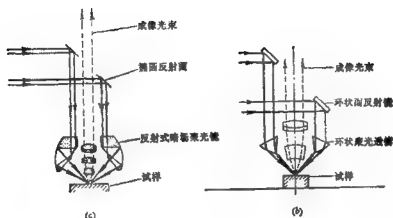


图 11-28

可以控制成像光束的孔径角；另外，明场的视场光阑 6 在聚光镜 8 的物方焦面上，而试样13在物镜11的物方焦面上，因而视场光阑 6 与试样平面共轭，调节 6 的大小可以改变试样上被照明范围的大小。但在暗场照明条件下，光阑性质发生变化，光阑 3 与试样表面13共轭，因而起到视场光阑作用，光阑 6 则起到控制照明光束孔径的作用。

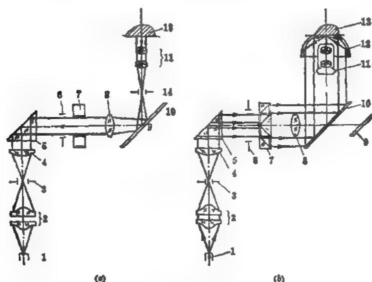


图 11-29

1—光源；2—聚光镜；3—孔径光阑；4—聚光镜；5—转向棱镜；6—明场视场光阑；7—明暗场变换滑板；8—明场用聚光镜；9—明场用半反射镜；10—暗场环形反射镜；11—物镜；12—暗场用抛物面聚光镜；13—试样；14—明场物镜孔径光阑。

附表11-1　生物显微镜系列的分类(GB2984-82)

项目		普及显微镜（简易型）	普及显微镜（普通型）	实验室显微镜	研究显微镜
仪器性能		作一般明场观察		能适应于相衬、荧光、暗场和显微摄影术	能适应于相衬、荧光、暗场、偏光和显微摄影术
物镜	类别	消色差物镜		平场消色差物镜	平场半复消色差物镜或平场复消色差物镜
	放大倍数	根据GB2609-81《显微镜物镜系列》选取			
目镜	放大倍数	根据JB1782-76《显微镜目镜系列》选取与物镜性能相应的目镜			
	观察形式	单目	单目或双目	双目	
	镜筒形式	单筒	单筒或双筒	三筒	
物镜转换器		可不具有转换器	三孔或三孔以上	四孔或四孔以上	
聚光系统		带孔光阑或聚光镜	聚光镜	与物镜匹配之聚光镜	与物镜匹配之消球差、消色差型聚光镜
照明装置		反射镜	反射镜或人工照明装置	人工照明装置	
载物台		中心可调载物台或只加标本压簧的固定载物台	可纵横向移动的机械式载物台或加标本移动器的固定载物台	可纵横向移动的机械式载物台，以光轴为中心的移动范围不小于： x方向±35mm y方向±15mm	可纵横向移动的机械式载物台，以光轴为中心的移动范围不小于： x方向±35mm y方向±25mm 配备与仪器性能相适应的工作台
微动机构		可不具有微动机构	有微动机构	有微动机构，其分度值为0.005～0.001mm	有微动机构，其分度值为0.002～0.001mm
附件		可不具有附件		相衬装置 荧光装置 摄影装置 暗场照明装置 显微描绘器	相衬装置 荧光装置 偏光装置 附自动曝光设备的摄影装置 [illegible] 落射照明装置 投影装置
用途		中学教学、要求较低的医学、农学工作	大专院校教学、要求较低的科研、医学和农学工作	生物学、医学或农学等方面的研究工作	生物学、医学或农学等方面要求较高的研究工作

附表11-2　金相显微镜系列(JB2365-78)

本标准适用于常温下在可见光谱范围内观察和拍摄金相组织的金相显微镜，金相显微镜的分级按下表规定

参数及性能 \ 级别 / 项目			初级金相显微镜	中级金相显微镜	高级金相显微镜
性能			明场(摄影)	明场、暗场、偏光、摄影、(双筒目镜)、(相衬)、(显微硬度)	明场、暗场、偏光、摄影、双筒目镜、投影、自动曝光、(相衬)、(显微硬度)、(干涉)、(干涉相衬)
总放大率	物镜	明场	10×、40×、(100×)	4×、10×、25×、40×、63×、100×	2.5×、4×、10×、25×、40×、63×、100×
		暗场	—	10×、25×	10×、25×、40×
		相衬	—	(10×)、(40×)	(10×)、(40×)、(63×)
	目镜		5×、10×、12.5×	8×、10×、12.5×、16×	8×、10×、12.5×、16×、20×
物镜类别			消色差	平场消色差	平场消色差或平场半复消色差、平场复消色差
滤光片			黄、绿、蓝	黄、绿、蓝	黄、绿、蓝
观察形式	目视		单目	单目(双目)	双目
	摄影	总倍率	—	100×、200×、500×、1000×	100×、200×、400×、500×、800×、1000×
		幅面	—	8.25×12cm²	12×16.5cm²
	投影直径		—	—	不小于φ250mm

附表11-3　工具显微镜的基本参数系列(JB1783-76)

工具显微镜等级 / 项目		测量显微镜	组合小型工具显微镜	大型工具显微镜	万能工具显微镜		重型万能工具显微镜
坐标工作台测量范围不小于(mm)							
	纵向	0～50	0～50	0～150	0～200		0～500
	横向	0～15	0～25	0～75	0～100		0～200
	竖向		—	—	—		0～200
最小分度值	坐标工作台(mm)	0.01	0.01	0.001	0.001		0.001
	圆工作台	6′	—	2′	30″		10″
	测角目镜	-	1′、5′	1′	1′		1′
	分度头			3′	1′		6″
精度	仪器的最大不准确度不应超过(mm)				仪器分划尺不进行修正	仪器分划尺按修正表进行修正	
	纵向	0.0035	0.005	0.005	0.0035	0.0025	0.006
	横向	0.007	0.003	0.003	0.0025	0.0015	0.003
	竖向	—		—	—	—	0.005
	圆工作台	6′	—	2′	30″		12″
	测角目镜		1′、5′	1′	1′		1′
	分度头	—	—	3′	1′		20″

(续)

项目 \ 工具显微镜等级	测量显微镜	组合小型工具显微镜	大型工具显微镜	万能工具显微镜	重型万能工具显微镜
中央目镜的放大倍数	30×、80×	30×、100×、400×	10×、30×、50×、100×	10×、30×、50×	10×、30×、50×
物镜放大倍数	3×、8×	3×、10×、40×	1×、3×、5×、10×	1×、3×、5×	1×、3×、5×
目镜放大倍数	10×	10×	10×	10×	10×
根据放大倍数，中央目镜的物方视场直径不小于(mm)	10、15	6.6、2、0.5	20、6.6、4、2	20、6.6、4	20、6.6、4
立柱的倾斜范围左右各不小于	—	12°	12°	12°	15°
工作台承载重量不小于	—	—	20kg	40kg	80kg

附注：各种工具显微镜的基本附件省略。

第十二章　照相机和投影仪

照相机和投影仪广泛应用于社会生活的各个领域，已成为科研、国防、生产、教育以及文化生活各领域中的重要手段，例如军事上的高、低空侦察摄影、航空测量摄影、科学研究中的记录摄影和高速摄影、生物学中的显微摄影、印刷业中的照相制版、文艺方面的电影电视摄影等仪器都属照相机一类；而电影放映机、幻灯机、计量用投影仪等都属投影仪一类。

本章首先讨论照相机，然后讨论投影仪。照相机通常由照相物镜、取景器、调焦系统三部分组成。下面分别进行讨论。

§12-1　照相物镜的光学特性

照相物镜的作用是把外界景物成像在感光底片上，使底片曝光产生景物像。照相物镜的光学特性一般用焦距 f'、相对孔径 D/f'、视场角 2ω 来表示。此外还提出分辨率的要求，作为保证产品质量的技术条件。下面分别进行说明。

1　焦距 f'

根据光学系统垂轴放大率公式

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{l'}{l}$$

对一般照相物镜来说，物距 l 通常在 1 m 以上，$l > 10f'$，因此像平面十分靠近照相物镜的像方焦平面，即 $l' \approx f'$，所以有 $\beta \approx f'/l$。由此可见，物镜焦距的大小，决定了底片上的像和实际被摄物体之间的比例尺。在物距 l 一定的情况下，欲得到大比例尺的照片，则必须增大物镜焦距。例如用于拍摄数千米甚至上万米的远距离照相机，为了获得足够大的比例尺，必须采用长焦距照相物镜，其焦距一般为数百毫米，甚至可达数米。

2　相对孔径 D/f'

照相物镜像平面的光照度和相对孔径的平方成正比，所以照相物镜的相对孔径主要影响像平面光照度。为了满足对较暗景物的摄影，或者对高速运动物体的摄影，都需要采用大相对孔径的物镜，以提高像平面上的光照度。根据相对孔径大小不同，普通小型照相机物镜可分为：弱光物镜（D/f' 在 1:6.3 以下）、普通物镜（D/f' 在 1:5.6～1:3.5）、强光物镜（D/f' 在 1:2.8～1:1.4）、超强光物镜（D/f' 在 1:1～1:0.8）。

3　视场角 2ω

照相物镜的视场角决定了被摄景物的范围。不同照相机画面的尺寸是一定的，例如，

16mm 电影摄影机	$10.4\times7.5\text{mm}^2$
35mm 电影摄影机	$22\times16\text{mm}^2$
135# 照相机	$36\times24\text{mm}^2$
120# 照相机	$55\times55\text{mm}^2$

用于航空摄影的照相机，画面要大得多，常用的有 $180\times180mm^2$、$240\times240mm^2$、$300\times300mm^2$。

照相机的视场角和画面尺寸之间的关系，可由无限远物体理想像高公式表示：

$$y'=-f'\text{tg}\omega$$

相机的幅面一定，即 y' 一定，只要焦距 f' 确定，视场角 2ω 便随之而定。由上式可看到，当相机幅面一定时，f' 越小，则 ω 越大，因此短焦距镜头，也就是大视场镜头。根据视场角的大小，照相物镜可分为：窄角镜头（2ω 在 40° 以下）、常角镜头($2\omega=45°\sim60°$)、广角镜头（$2\omega=70°\sim100°$）、超广角镜头（2ω 在 100° 以上）。

在一定成像质量要求下，照相物镜的上述三个光学特性参数之间，存在着相互制约的关系。在物镜结构的复杂程度大致相同的情况下，提高其中任意一个光学特性，都必然导致其它两个光学特性降低。

4　分辨率

照相物镜分辨率表示照相物镜分辨被摄物体细节的能力，是衡量照相物镜成像质量的重要指标之一，通常用像平面上每毫米能分辨开黑白线条的对数表示，照相物镜的理想分辨率 $N_{物}$ 由公式（9-11）得

$$N_{物}=\frac{1500}{F}\ \text{lp/mm}$$

由公式可见照相物镜 F 数越小，即相对孔径越大，分辨率越高。由于实际照相物镜存在像差，实际分辨率比理想分辨率低。

照相物镜分辨率的测量方法有两种，一种是直接用显微镜来观察分辨率板通过照相物镜所成的像，称为目视分辨率；另一种是用显微镜来观察分辨率板通过照相物镜拍摄的底片，称为照相分辨率。照相分辨率用 $N_{照}$ 表示，它由照相物镜本身的分辨率 $N_{物}$ 和底片分辨率 $N_{底}$ 决定，三者之间的关系可用下面的经验公式表示：

$$\frac{1}{N_{照}}=\frac{1}{N_{物}}+\frac{1}{N_{底}}$$

随着感光材料不同，底片分辨率差别很大，例如普通 21° 胶片的分辨率约为 80 lp/mm，而精密制版用的超微粒干版的分辨率可达 1000～2000 lp/mm。

在前面 § 9-10 曾介绍过，照相物镜的照相分辨率也可以根据物镜的 MTF 曲线和底片的阈值曲线求得。

§ 12-2　照相物镜的基本类型

照相物镜的结构型式很多，而且不断有新的型式出现。选用照相物镜的原则应该是，既能满足光学性能和成像质量的要求，而结构又最简单。为此在本节中我们介绍一些基本类型照相物镜，和它们的复杂化结构型式，以及它们所能达到的光学性能。

1　三片型照相物镜

如图 12-1(*a*)所示的简单的三片型照相物镜，视场角 $2\omega=40°\sim50°$，相对孔径 $D/f'=1/4\sim1/5$，是具有中等光学特性的照相物镜中结构最简单、像质较好的一种，被广泛使用在比较廉价的 135° 和 120° 相机中，例如国产的海鸥—4、海鸥—9、天鹅相机等。这种照相物镜进一步复杂化的目的，大多是为了增大相对孔径，或提高视场边缘成像质量，如图 12-1(*b*)、(*c*)、(*d*)所示。图 12-2(*a*)所示的照相物镜称为天

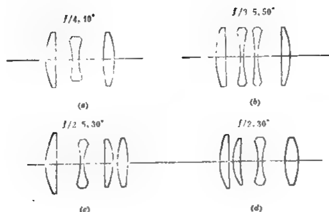


图 12-1

东照相物镜，它用一个胶合面改善成像质量，也是一种被广泛采用的照相物镜，例如用于海鸥—205、长城、西湖等相机中。图 12-2(*b*)为加入两个胶合面的结构，它可以使像质进一步提高。

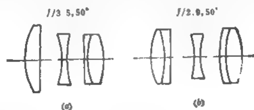


图 12-2

2 双高斯照相物镜

如图 12-3 所示。双高斯物镜是具有较大视场（大约 $2\omega=40°$ 左右）的物镜，相对

图 12-3

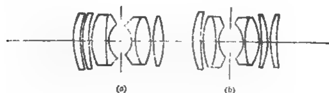


图 12-4

孔径最先达到1:2。海鸥DF相机中使用此种物镜。双高斯照相物镜的演变型式很多，它的复杂化目的是为了改善成像质量，如图12-4(a)、(b)所示，或者是为了增大相对孔径，如图12-5所示，相对孔径可达1:0.95。

图 12-5

3 托卜岗照相物镜

如图12-6所示。托卜岗物镜是一种较早使用的广角物镜，视场角2ω可达90°，相对孔径为1:6.3，主要用于大幅面的航空摄影机上。它的复杂化目的是为了减小剩余畸变，如图12-7(a)所示，或增大相对孔径，如图12-7(b)所示，相对孔径可达1:5.6。

图 12-6

(a)

(b)

图 12-7

4 鲁沙广角照相物镜

如图12-8所示。鲁沙广角物镜视场角2ω=120°，相对孔径1:8，主要用于航测相机。它的复杂化目的，一是增大相对孔径，如图12-9所示，相对孔径可达1:5.6，但视场角减小为2ω=100°；另一目的是更好地校正像差，以获得更高的成像质量。

图 12-8

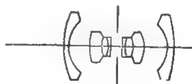


图 12-9

5 达哥照相物镜

如图12-10所示。达哥物镜是一种视场较大（2ω=60°），相对孔径较小（1:8）的物镜。把中间两个胶合面改为分离曲面，可提高光学性能，视场可达70°，相对孔径可达1:4.5，如图12-11所示。

图 12-10

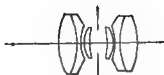


图 12-11

6　摄远照相物镜

如图 12-12 所示。摄远物镜由一个正的前组和一个负的后组构成。这种物镜的特点是透镜组的长度 L，可缩短到焦距 f' 的三分之二左右，视场 $2\omega=20^\circ$，相对孔径为 1:8，多用作相对孔径小，视场不大的长焦距照相物镜。为了校正畸变，用两个分离薄透镜代替双胶合后组，可使视场达到 30°。如图 12-13 所示。

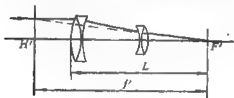


图 12-12

图 12-13

7　反摄远照相物镜

反摄远物镜的基本结构如图 12-14 所示。它由一个负的前组和一个正的后组构成。这种物镜的特点是后工作距离 l_F' 比一般物镜长得多，视场 $2\omega=80^\circ$，相对孔径为 1:2。由于电影和电视摄影机中，要求物镜有较长的后工作距离，因此所使用的短焦距物镜必须采用反摄远型物镜。另外，目前 120°相机的结构都朝着单镜头反光取景器的方向发展，也要求物镜有较长的后工作距离，因此反摄远物镜应用广泛，演变型式也很多。

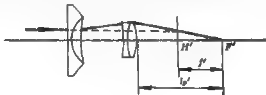


图 12-14

8　等明型照相物镜

等明型照相物镜由两个远离的正透镜组构成，如图 12-15 所示。视场角 $2\omega=20^\circ$，相对孔径为 1:2，主要用做电影放映物镜。这种物镜的缺点是后工作距离很短，使用受到很大限制。

9　特大相对孔径照相物镜（强光物镜）

如图 12-16 所示，这种物镜的视场不大，大约 20° 左右，主要用于弱光下工作的仪

器，例如激光、红外、荧光成像仪器等。

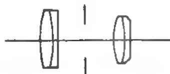


图 12-15

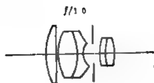


图 12-16

§12-3 变焦距照相物镜

最近十多年以来，变焦物镜获得了较大发展。由于变焦物镜能在一定范围内迅速改变系统的焦距，得到不同比例的像，因此它在新闻采访、影片摄制和电视转播等场合，使用特别方便。而且在电影和电视的连续变焦过程中，随着物像之间倍率的连续变化，像面景物的大小连续改变，可以使观众产生一种由近及远或由远及近的感觉，更是定焦距物镜难以达到的。目前变焦距物镜的应用日益广泛，开始主要用于电影和电视摄影，现在已逐步扩大到 135$^{\#}$照相机和小型电影放映机上，但仍以电影和电视摄影为主。

变焦距物镜的基本原理是利用系统中两个或两个以上透镜组的移动，改变系统的组合焦距，而同时保持最后像面位置不变，使系统在变焦过程中获得连续清晰的像。变焦距物镜通常都是按系统中变焦透镜组（即系统中的可移动透镜组）的个数，以及正透镜组和负透镜组的配置位置进行分类的。下面我们将分类介绍目前用得较多，效果较好的几种类型。

1 负-负型

这种类型变焦距物镜的变焦透镜组是由两个负透镜组构成的，如图 12-17 中打有斜

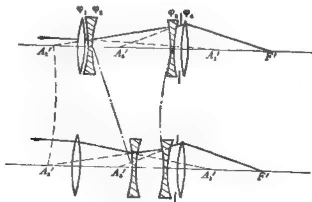


图 12-17

线的透镜组 φ_2、φ_3 所示。景物通过前面的固定透镜组（以后简称前固定组）φ_1 成像于 A_1'，成为变焦透镜组 φ_2 的虚物，经 φ_2 以后成像于 A_2'，再经另一变焦透镜组 φ_3 成像于

A_3'，最后由后固定组 φ_4 成像于最后像面 F'。在一个组合系统中，如果第一个透镜组的焦距为 f_1'，后面各个透镜组的垂轴放大率分别为 β_2、β_3……β_n，则该系统的焦距 f' 为：

$$f' = f_1' \cdot \beta_2 \cdot \beta_3 \cdots\cdots \beta_n \qquad (12\text{-}1)$$

对上面所说的系统有：

$$f' = f_1' \cdot \beta_2 \cdot \beta_3 \cdot \beta_4$$

由于变焦透镜组 φ_2、φ_3 的移动，使 β_2、β_3 发生改变，同时保持像点 A_3' 位置不变，系统的组合焦距 f' 改变，而最后像点 F' 位置不变。图 12-17 上部表示焦距 f' 最短时的变焦透镜组位置。当 φ_2 自短焦位置由左向右移动时，β_2 由小变大（绝对值），同时 A_2' 由左向右移动，为了保持像点 A_3' 位置不变，φ_3 应向左移动，β_3 也略有增加，因而 $(\beta_2\beta_3)$ 增加，整个系统的焦距 f' 也就变长了。当 β_2 经过 -1 倍位置以后，像点 A_2' 便开始向左移动，φ_3 则开始向右移动，到达图 12-17 下部的长焦距位置。φ_2 和 φ_3 移动的规律略如上下两图之间点划线所示。在这类系统中，焦距的改变主要是由 β_2 的变化造成的，而 φ_3 的移动主要是用来补偿像点 A_3' 的移动。因此把 φ_2 称作"变倍组"，而把 φ_3 称作"补偿组"。为了在变焦过程中保持最后像空间的相对孔径不变，一般把系统的孔径光阑放在变焦透镜组的后面。

2　负-正型

这种类型的变焦透镜由一个负透镜组和一个正透镜组构成，如图 12-18 所示。图的上部为短焦距位置，下半部为长焦距位置。

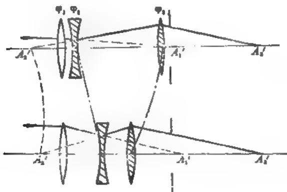


图　12-18

在这类系统中，β_2 和 β_3 均小于零。景物经前固定组和变焦透镜组以后为实像，因此系统可以不加入后固定组，不过为了校正像差，或者为了增加或减小系统的相对长度，一般仍要加入适当的后固定组。这类系统中的两个变焦透镜组都有较大的移动量，在变焦过程中 φ_2 和 φ_3 都起变倍作用，很难说谁是变倍组，谁是补偿组。

3　正-负-正型

这类变焦系统的变焦透镜组共有三个，两个正透镜组和一个负透镜组，它们的位置排列如图 12-19 所示。图的上部为短焦距位置，下部为长焦距位置。这三个透镜组可以

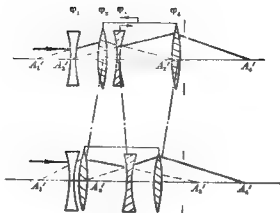


图 12-19

各自分别按一定规律移动，以达到最大限度的变焦效果。为了简化透镜组的运动规律，可以把 φ_2 和 φ_4 固定在一起进行移动，φ_3 则独立移动。如果三个变焦透镜组的光焦度 φ_2、φ_3、φ_4 分配合适，当 φ_2 和 φ_4 固定在一起移动时，φ_3 保持不动，也可以在四个焦距上达到像面位置不变，其它焦距的像点位置虽然稍有移动，但移动量不大，这样的系统称为光学补偿系统；而把前面所述的那些变焦透镜组按一定曲线规律移动的系统，称为机械补偿系统。目前对光学系统成像质量要求越来越高，光学补偿系统残留的像面位移往往不能满足使用要求，同时随着机械加工技术的发展，机械补偿系统中的凸轮曲线加工已不像过去那样困难，加工精度也越来越高，因此，目前纯粹的光学补偿系统已很少使用，而是用光学补偿原理，使变焦透镜组的运动规律尽量简化，在光学补偿的基础上，让其中某一透镜组作曲线运动，以保持整个变焦过程中像面位置不变。

§12-4 取景系统

取景系统的作用是用来观察被摄景物，以便在摄影时选取合适的摄影范围。对取景系统的基本要求当然应该是：通过取景器观察到的景物范围和实际拍摄的成像范围一致，对其成像质量要求并不高。下面介绍几种常用的取景系统的结构型式。

1 牛顿取景器

牛顿取景器由一块负透镜和一个框架构成，如图 12-20 所示。被摄物体通过负透镜，

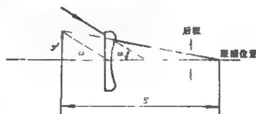


图 12-20

在其像方焦平面附近成一正立缩小虚像 y'，人眼在明视距离上进行观察。这种取景器在老式照相机上应用较多。它的缺点是通过取景器观察到的景物范围比实际成像范围小得多，取景误差较大。

2　逆伽里略取景器

为克服牛顿取景器观察景物范围小的缺点，现代小型照相机中多采用逆伽里略取景器，它由一个负透镜物镜组和一个正透镜目镜组构成，如图 12-21 所示。取景器的视放

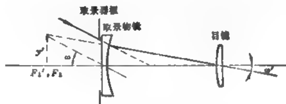


图　12-21

大率一般在 0.6～1 之间。这种取景器结构比较简单，取景比较准确，在一般平视取景照相机中应用很多。缺点是取景边缘渐晕较大，轮廓不清晰，而且当眼睛的位置、瞳孔大小变化时，取景范围随之改变，所以在设计这类取景系统时，视场应缩小 10～20% 做为安全系数，以保证安全取景。

3　亮框取景器

如上所述，逆伽里略取景器不能获得清晰的取景范围，为克服这一缺点，在逆伽里略取景器中，附加亮框装置，构成亮框取景器，如图 12-22 所示。亮框通过亮框透镜成

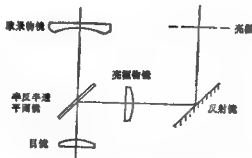


图　12-22

像，再经目镜放大，进入人眼。取景时，在视场中看到外界景物的同时，还看到限制景物成像范围的亮框，从而使取景系统有一清晰的视场范围。为了安全取景，亮框所限制的视场范围应等于考虑了安全系数以后的视场范围。这种取景器在 135 相机中采用的很多。

4　双镜头反光取景器

在双镜头反光照相机中有结构相同的两个镜头，如图 12-23 所示，上面的是取景物

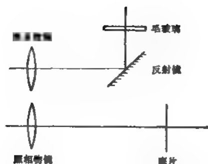


图 12-23

镜，下面的是照相物镜。外界景物通过取景物镜、平面反射镜后成像在毛玻璃上，毛玻璃的位置与感光底片位置相当（等光程），毛玻璃尺寸相当于拍照画面尺寸，拍摄范围可从毛玻璃上直接看出，使用比较方便。但由于毛玻璃的散射作用，使像变暗，视场边缘更暗，为了使视场内亮暗比较均匀，通常在毛玻璃上加一块场镜，来改变散射光的方向，使更多的光线进入观察者眼睛。当视场较大时，多采用由光学塑料压制而成的螺纹透镜代替单透镜场镜。

上述几种取景器的光轴与照相物镜的光轴不相重合，当拍摄近距离景物时，从取景器中观察到的成像范围与照相物镜底片上的实际成像范围不一致，我们把二者之间的差别称作“取景视差”。从图 12-24 可看到，对于物平面P，底片上的成像范围为AB，而

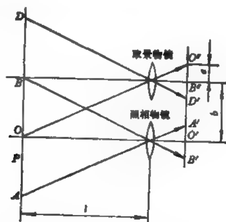


图 12-24

取景范围则为OD，照相物镜光轴上的物点O，通过取景物镜后，成像在O''，而不位在取景系统的视场中央，其偏移量e与物距l、两光轴之间的距离b（基线长）有关，拍摄景物距离越近，偏移量e越大，即取景视差越大；基线长b越大，取景视差越大。

在实际照相机中依靠消视差结构来实现消除取景视差。当然消除取景视差的最根本方法是使取景系统的光轴与照相物镜的光轴重合，单镜头反光照相机就是这样一种相机。

5 单镜头反光取景器

在单镜头反光相机中，照相物镜兼做取景物镜，如图 12-25 所示，取景时，外界景物通过照相物镜、平面反射镜成像在毛玻璃上；拍摄时，平面反射镜转出光路，外界景物通过照相物镜直接成像在感光底片上，毛玻璃位置和底片位置相当。单镜头反光取景器的最大优点是取景和摄影共用一个物镜，没有取景视差，因此取景非常准确。但在毛玻璃上看到的是镜像，十分不方便。为了获得与物相似的像，在取景光路中加入五角屋脊棱镜，总反射次数变为偶数，并使光轴折转 90°，人眼通过目镜进行平视取景，如图 12-26 所示。

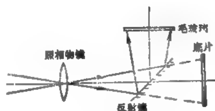


图 12-25

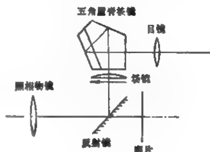


图 12-26

§12-5 调焦系统

在摄影时，为了使不同距离的被摄景物能在感光底片上清晰成像，应当调节照相物镜和底片之间的距离，使底片和被摄物平面之间满足共轭关系，这就是通常所说的调焦或对焦。实现调焦的系统称为调焦系统。下面我们介绍几种常用的调焦系统和调焦方法。

1 用毛玻璃调焦

如图 12-27 所示，这种调焦系统中，毛玻璃兼有取景、调焦两个作用。调焦时，人眼直接或者通过3×～5×目镜观察毛玻璃上的像，转动照相物镜框，使照相物镜沿光轴移动，同时取景物镜随之联动，直到毛玻璃上的像最清晰，便完成了调焦。120#双镜头反光式照相机多采用这种方式调焦。

2 用调焦光楔调焦

调焦光楔又叫裂像棱镜，它是由楔角完全相等，并呈半圆形的两个光楔斜面交叉而构成的。调焦光楔一般做在调焦毛玻璃的中央部位，并使毛玻璃面 PP 与光楔斜面交点 Q 位在同一平面内，如图 12-28 所示。它的工作原理如图 12-29 所示。假定无限远轴上物点通过物镜恰好成像在 Q 点，如图 12-29(a)所示，此时成像光束通过调焦光楔如同通过一块平行平板玻璃一样，通过目镜观察时，仍看到一个像点。如果像点 F' 与 Q 点不重合，如图 12-29(b)所示，成像光束一半通过光楔 A，另一半通过光楔 B，分别折向

光楔底边，一束光被分成了两束光，从目镜观察到左右分开的两个像点，不准想像。若被观察目标不是一个点，而是一个有一定大小的物体时，那么就会观察到左右分开的两个目标像。说明调焦不正确。我们在光轴方向上移动物镜，使两个分开的像完全重合时，便完成了调焦。用这种方法对于有明显轮廓的物体可达到精确调焦。

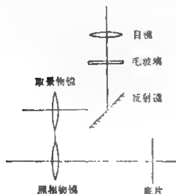


图 12-27

图 12-28

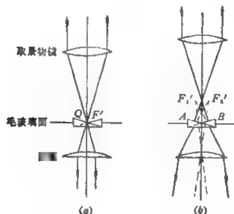


图 12 29

3 用微型棱镜调焦

如上所述，用调焦光楔的方法调焦，对有明显轮廓的物体可达到精确调焦，那么对于轮廓不明显的物体怎样达到精确调焦呢？我们可以用微型棱镜进行调焦。微型棱镜由许多微小的三角锥、四角锥或六角锥规则排列而成，其工作原理和调焦光楔相同。将微型棱镜置于取景毛玻璃中央部位，调焦正确时，微型棱镜部位成像清晰；离焦时，微型棱镜将目标像上下左右分开，由于每块棱镜都很小，因此在整个微型棱镜部位，影像呈现模糊。这种调焦方法准确、迅速，既不像调焦光楔那样要求被摄物体轮廓明显，又比用毛玻璃调焦时看到的像明亮。

4 用测距、调焦联动法调焦

测距、调焦联动方法就是用单眼测距器和照相物镜（整组或照相物镜中的一部分）的位移相联动进行调焦的方法，其原理如图 12-30 所示。有限远物体 A 发出的光线，一路直接透过半反半透平面镜，进入人眼；另一路经旋转平面反射镜和半反半透平面镜反

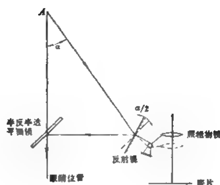


图 12-30

射，进入人眼，由于物体位在有限远，存在视差角α，因而在视场中出现两个分开的像，移动照相物镜，并同时带动反射镜旋转，改变光束方向，当视场中两个分开的像完全重合时，被摄物体恰好成像在感光底片上，这样便完成了调焦。

单眼测距仪中的光学补偿器与照相物镜联动，都能实现调焦，因此测距、调焦联动结构型式很多，这里不再详述。

§12-6 投影仪的作用及其类别

投影仪是将一定大小的物体，用光源照明以后成像在屏幕上进行观察或测量的一种光学仪器，例如电影放映机、幻灯机、印相放大机、计量用投影仪等。对于投影仪所成的像，除了要求成像清晰，物像相似而外，还要求像足够亮，也就是要求有足够的像面光照度，并且整个像面光照度尽可能一致，后面这两个要求决定了投影系统的主要特点。

投影系统一般由两部分构成，一部分是照明系统，另一部分是投影物镜。照明系统的作用是把光源的光通量尽可能多的聚集到投影物镜中去，并使被投影物体照明均匀。投影物镜的作用是把投影物体成像在屏幕上，并保证成像清晰，物像相似。投影系统根据照明方式不同，可以分成两大类。

第一类 临界照明

照明系统把光源成像在投影物体上，如图 12-31 所示 要求光源通过照明系统所成的像大于投影面积。为了保证照明均匀，要求发光体本身尽可能均匀发光。这种系统多用于投影物体面积比较小的情形。例如，电影放映机就是采用这种系统。这类系统中的照明器又有两种：一种是用反射镜，如图 12-32 所示。光源通常用电弧或短弧氙灯；另一种是用透镜组，光源通常用强光放映灯泡，如图 12-33 所示。为了充分利用光能量，一般在灯泡后面放一球面反射镜。反射镜的球心和灯丝重合。灯丝经球面反射成像在原来的位置上。调整灯泡的位置，可以使灯丝像正好位于灯丝的间隙之间，如图 12-34 所示。这样可以提高发光体的平均光亮度，并且易于达到均匀的照明。

图 12-31

图 12-32

图 12-33

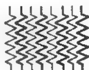


图 12-34

第二类 柯勒照明

照明系统把光源成像在投影物镜的入瞳上，如图 12-35 所示。这种照明方式多数用于大面积的投影仪中，例如幻灯机和放大机。这种照明方式的优点是容易在像平面上获得均匀的照明。一般在灯泡后面同样放一球面反射镜，以增加光能的利用率。

在某些用于计量的投影仪中，为了避免调焦不准而引起的测量误差，和前面 § 7-3 中所讲的测量用显微镜物镜相似，投影物镜采用物方远心光路，如图 12-36 所示。

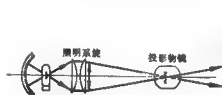


图 12-35

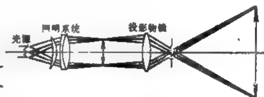


图 12-36

§ 12-7 投影仪中的照明系统

一 聚光照明系统的作用和要求

聚光照明系统的作用大致有以下几个方面：

1. 提高光源的利用率，使光源发出的光能尽可能多地进入投影物镜。
2. 充分发挥投影物镜的作用，使照明光束能充满物镜的口径。
3. 使投影物平面照明均匀，即物平面上各点的照明光束口径尽可能一致。

对照明系统的像差一般要求不严格，因为它并不影响物平面的成像质量，而只是影响像面的光照度。例如在 § 12-6 中所讲的第二类系统中，如果照明系统有较大的球差，当某一视场的主光线正好通过投影物镜光瞳中心时，其它视场的主光线就不通过光瞳中

心，这就可能使投影物镜产生渐晕，导致像面上光照度不均匀，如图 12-37 所示。为了减小球差的影响，一般使投影物镜的入瞳中心与边缘视场的主光线和光轴的交点相重合，而不是和发光体的近轴像面相重合。在第一类系统中，像差将引起光源像的扩散，使视场边缘部分照明不均匀，这样有效的均匀照明范围就缩小了。由于发光体的尺寸一般都不大，即照明系统的视场较小，而照明的孔径角比较大，即相对孔径较大，因此对照明

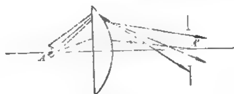


图 12-37

系统来说，主要的像差是球差，而对于球差的要求也不严格，不需要完全校正，只要控制到适当范围就可以了。

二　照明系统的基本结构型式

对照明系统中的聚光镜来说，主要的光学特性有两个，一是孔径角，一是倍率。

聚光镜的结构型式由光束的最大偏转角（$U'-U$）决定，表 12-1 为不同偏转角时，球面聚光镜的结构型式。

表　12-1

偏转角 $U'-U$	结　构　型　式
$<20^\circ$	
$20^\circ\sim35^\circ$	
$35^\circ\sim50^\circ$	

从表12-1可看出，偏转角（$U'-U$）越大，结构越复杂，这是为什么呢？因为光束通过聚光镜的偏转，是由透镜的各个表面折射而产生的。在透镜个数一定的情况下，光束的总偏转角越大，每个折射面分担的偏转角越大，这就会增大光线在透镜表面的入射角，从而导致两个不良后果：第一，光线的入射角增大，球差增加，过大的球差将使投影物镜产生渐晕，使像面光照度不均匀；第二，光线入射角增加，光线在透镜表面的反射损

失增加．在第一类系统中使整个像面光照度下降；在第二类系统中，将引起像面光照度不均匀。所以，在照明系统中一般用限制光线最大入射角的方法，达到控制系统的球差及保证照明均匀的要求．最好每个面的偏转角不超过 10°，这样，就必须随着总偏转角的增大而增加透镜的个数。

为了简化聚光镜的结构，并能很好地校正球差，通常将聚光镜的一个表面做成非球面，如图 12-38 所示。一般采用二次非球面就能使孔径边缘光线的球差得到校正。当然，在非球面聚光镜中仍然存在孔径边缘光线由于入射角增大而使反射损失增加的缺点。

某些要求孔径角和口径都很大的照明系统，如果聚光镜采用一般的球面或非球面的透镜，它们的体积和重量都很大，球差也很大，为此采用环带状的螺纹透镜，如图12-39所示。它的每一个环带相当于一个透镜的边缘部分，利用改变不同环带的球面半径，达到校正球差的目的，由于存在暗区，不适用于第二类照明系统。

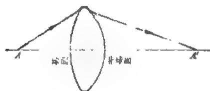


图 12-38

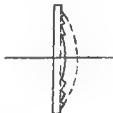


图 12-39

以上均为透射式照明系统，也可使用反射式照明系统，一般反射镜多采用椭球面反射镜，把光源放在椭球面的一个焦点上，经椭球面反射后，光源像成在另一焦点上，这种照明系统只适用于第一类系统中。反射式照明系统和透射式照明系统比较，它的优点是更能充分利用光能，孔径角可超过90°，同时光能损失也不会随孔径角增大而增大。近来由于光学镀膜技术的发展，可在反射镜上镀反射可见光而透过红外线的冷光膜，可减轻被照明物平面过热的问题，所以，目前反射式照明系统的应用正在逐步扩大。

§12-8 投影物镜

一 投影物镜的作用及光学特性

投影物镜的作用是将被光源照明的投影物体成像在屏幕上，保证成像清晰、物像相似、与照明系统合理配合，保证屏幕上有足够的光照度．投影物镜的光学特性，通常用视场、相对孔径、放大率、工作距离表示，下面分别进行说明。

1 视场

投影系统中，成像范围不用视场角表示，而直接用投影物体的最大尺寸——线视场表示。屏幕尺寸是确定的．例如测量用投影仪的屏幕是圆形的，常见的屏幕尺寸有 ϕ400、ϕ600、ϕ800、ϕ1200、ϕ1500mm 等．屏幕框实际上就是投影系统的视场光阑，它的大小就决定了投影物镜的线视场。根据放大率公式

$$\beta=\frac{y'}{y} \quad 或 \quad y=\frac{y'}{\beta}$$

将已知屏幕尺寸代入y'，便可根据放大率β求出投影物镜的最大线视场。

例如一个100×的投影物镜，屏幕直径为1500mm，最大的线视场为：

$$y_{max}=\frac{1500}{100}=15\text{mm}$$

2 相对孔径

投影物镜的作用是把投影物体成像在屏幕上，屏幕距离和投影物镜焦距相比，通常都达数十倍。因此，可认为投影物平面近似位于物镜的物方焦平面，所以物方孔径角U为

$$\sin U=\frac{D}{2f'}$$

投影物镜的放大率β为

$$\beta\approx\frac{\sin U}{\sin U'}$$

或写成

$$\sin U'\approx\frac{\sin U}{\beta}$$

将$\sin U\approx D/2f'$代入上式得

$$\sin U'\approx\frac{D}{2f'}\cdot\frac{1}{\beta} \tag{12-2}$$

将公式（12-2）代入像面光照度公式（8-38）得

$$E_0'=\frac{1}{4}\tau\pi L\left(\frac{D}{f'}\right)^2\cdot\frac{1}{\beta^2} \tag{12-3}$$

D/f'称为投影物镜的相对孔径，光照度与相对孔径平方成正比，因此相对孔径是投影物镜的一个重要光学性能。从公式（12-3）还可看出光照度与放大率的平方成反比，当放大率增大时，为了保证屏幕上具有一定光照度，必须加大相对孔径。我们知道，相对孔径加大，像差也加大，为了获得清晰的像，物镜的结构必然要复杂。

3 放大率

从上面的讨论可知，放大率和投影物镜的最大线视场以及相对孔径有关。除此之外还与测量精度、投影仪的结构尺寸有关。根据放大率公式可知，当投影物体尺寸一定时，放大率越高，在屏幕上的像越大，测量精度则越高。投影物镜的物距$|l|\approx f'$，所以放大率公式为

$$\beta\approx\frac{l'}{f'}$$

或写成

$$l'\approx\beta f'$$

由上式可得：当物镜焦距一定时，放大率增加，像距l'加大，物像之间共轭距加大，整个投影仪的结构尺寸加大。因此放大率也是投影物镜的重要光学性能之一。

一般幻灯机中物镜放大率较低，中型和大型投影仪中的投影物镜有10×、20×、50×、100×等各种不同放大率，通常都标注在镜筒上。

对于测量用投影仪，放大率的准确性有十分重要的意义，它直接影响测量精度，为此必须严格校正投影物镜的畸变，通常要求不同视场的相对畸变量不超过0.1%。

4　工作距离

投影仪的屏幕距离是确定的，我们把与屏幕共轭的物平面到投影物镜第一面的距离叫做工作距离。工作距离的大小将直接影响投影仪的使用范围。因为投影物体不仅有图片、幻灯片、照相底片等，还有具有一定体积的物体，例如齿轮、各种工件等，如果工作距离太小，则投影仪的使用范围必将受到限制。

投影物镜的工作距离与物镜的放大率，物像之间共轭距有关。物镜焦距一定时，放大率低，工作距离则长；当放大率一定时，物像共轭距大，工作距离就长。物镜的工作距离与它的结构型式有关，在焦距相同条件下，反摄远物镜具有较长的工作距离。

二　投影物镜的结构型式

投影物镜和照相物镜的工作状态恰好相反，但从视场角、相对孔径等光学特性角度来看，二者同属一类光学系统。§12-2中我们曾介绍了各种类型照相物镜的结构型式以及它们所能达到的光学性能，在选用投影物镜时可做参考。例如，电影放映物镜的相对孔径较大，一般为1:2～1:1.2，而视场较小，只需校正球差、慧差、轴向色差，因此电影放映物镜多采用等明型物镜；当视场比较大，成像质量要求高时，除了校正以上三种像差之外，还需校正像散、场曲，这时通常采用三片型物镜、天塞型物镜，有时采用双高斯型物镜；如果对工作距离有特殊要求，必须采用长工作距离物镜。长工作距离物镜是在反摄远型物镜基础上发展起来的，如图12-40(a)、(b)所示，图(a)为测量

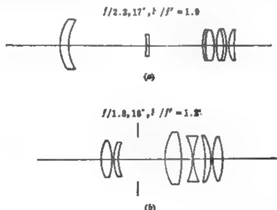


图　12-40

用长工作距离物镜，相对工作距离 $l/f'=1.9$，这种物镜结构较简单，但系统较长，大约是焦距的3.9倍。图(b)为检查仪上用的长工作距离物镜，相对工作距离 $l/f'=1.2$，系统长度较小，仅为焦距的1.4倍。

如果投影物体是不透明的，投影物镜只能用被光源照明后从投影物体上漫反射出来的光线成像，其光能量仅为透明物体情况下的几十分之一。为了在屏幕上得到足够光照

度，必须采用大相对孔径物镜，如图 12-41 所示。

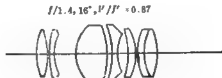


图 12-41

§12-9 投影系统中光能计算举例

在进行投影系统计算时，为保证像面上有足够光照度，光能的计算就占有重要的地位。下面结合具体例子说明投影系统中光能计算的方法。

〔例 1〕 假定一个35mm的电影放映机，采用电弧作光源，要求银幕光照度为100 lx，放映机离开银幕的距离为 50m，银幕宽 7m，求放映物镜的焦距和相对孔径。35mm 电影机的片框尺寸为21×16mm²，要求放映物镜的放大率为：

$$\beta=-\frac{7000}{21}=-333\times$$

根据放大率公式 $\beta=-\frac{x'}{f'}$，x' 为物镜的像方焦点到像点的距离。由于像距比焦距大得多，所以 $x'\approx l'=50000\text{mm}$。将 $\beta=-333$ 代入以上公式，得

$$f'=-\frac{x'}{\beta}=-\frac{50000}{-333}=150\text{mm}$$

根据像平面光照度公式（8-38）有

$$E'_0=\tau\pi L\sin^2U'_{max}$$

假定整个系统的透过率为 0.5，电弧的光亮度由表 8-4 查得为 1.5×10^8 cd/m² 代入上式，得

$$\sin^2U'_{max}=\frac{E'_0}{\tau\pi L}=\frac{100}{0.5\times3.1416\times1.5\times10^8}=\frac{1}{236\times10^4}$$

$$\sin U'_{max}=\frac{1}{1535}$$

要求物镜的口径为

$$D=2l'\sin U'_{max}=2\times50000\times\frac{1}{1535}=65\text{mm}$$

放映物镜的相对孔径为

$$A=\frac{D}{f'}=\frac{65}{150}=\frac{1}{2.3}$$

根据放映物镜的相对孔径和投影面积的要求，就可以进行照明系统光学特性的计算。假定片门离照明反射镜的距离为 850mm，如图 12-42 所示。由图，反射镜的口径 $D_反$为：

$$D_反=850\times\frac{1}{2.3}=370\text{mm}$$

如果电弧焰口的直径为 9 mm，而片门的对角线尺寸为 27mm，为了使照明反射镜所成的像大于投影面积，假定反射镜将电弧放大 3.5×，焰口像的最大尺寸为

$$y' = \beta y = 3.5 \times 9 = 31.5\text{mm}$$

图 12-42

由放大率 $\beta = -3.5\times$，像距 $l' = 850$mm，就可以求得照明反射镜的焦距。由公式 (3-15)，对反射的情形 $n' = -n$，得

$$l = l'\frac{-1}{\beta} = \frac{-850}{-3.5} = 243\text{mm}$$

将 l、l'、$f' = f$ 代入公式 (3-25)，得

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{l'} + \frac{1}{l} = \frac{1}{850} + \frac{1}{243} = 0.0053$$

$$f' = 189\text{mm}$$

根据上面的计算，要求照明反射镜的焦距为 189mm，口径 370mm。

〔例 2〕 一个小型投影仪采用 6 V30W的白炽灯照明。灯泡的光视效能为 15 lm/W 灯丝为直径 3 mm，长 3 mm的螺线管，如图 12-43 所示。投影物镜的焦距为 50mm，相对孔径 1:3.5，放大率为15×，投影仪的光学系统如图 12-44 所示。采用第二种照明方

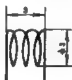


图 12-43

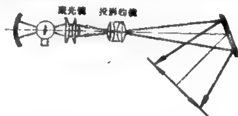


图 12-44

式，照明系统的放大率为 2×，系统的透过率 $\tau = 0.6$，求像平面的光照度。

首先求发光体的平均光亮度，由公式 (8-18)，光源发出的总光通量为

$$\Phi = K\Phi_e = 15 \times 30 = 450 \text{ lm}$$

由于发光体在各方向投影面积近乎相等，所以可近似假定各方向均匀发光，发光强度为：

$$I = \frac{\Phi}{4\pi} = \frac{450}{4\pi} = 35.8 \text{ cd}$$

根据公式 (8-24) 求得

$$L = \frac{I}{dS_n} = \frac{35.8}{0.003 \times 0.003} = 4 \times 10^6 \text{ cd/m}^2$$

考虑到后面加了球面反光镜，使平均光亮度提高50%，则得到发光体的平均光亮度为

$$L = 1.5 \times 4 \times 10^6 = 6 \times 10^6 \text{cd/m}^2$$

照明器的放大率为2×，因此，投影物镜的有效通光面积为 $S = 6 \times 6 = 36\text{mm}^2$，相当的通光口径 D 为

$$\frac{\pi D^2}{4} = 36 \quad \text{或} \quad D = 6.77\text{mm}$$

投影物镜的放大率为－15×，焦距为50mm，像距l'为：

$$l' = f' + x' = f'(1-\beta) = 50(1+15) = 800\text{mm}$$

对应的像方孔径角为

$$\sin U'_{max} = \frac{D}{2l'} = \frac{6.77}{2\times 800} = 0.00423$$

将已知的L、$\sin U'_{max}$和τ代入公式（8-38），得

$$E'_0 = \pi\tau L\sin^2 U'_{max} = 3.1416\times 0.6\times 6\times 10^6 \times (0.00423)^2 = 200\ \text{lx}$$

即投影仪像面的光照度为200 lx。

习　题

1．用一个250W的溴钨灯作为16mm电影放映机的光源，光源的光视效能为30 lm/W，灯丝外形面积为5×7mm²，可以近似看作一个两面发光的发光面，采用第一种照明方式。灯泡的后面加有球面反光镜，使灯丝的平均光亮度提高50%。银幕宽度为1m，放映物镜的相对孔径为1∶1.8，系统的透过率$\tau=0.6$，求银幕光照度（16mm放映机的片门尺寸为10×7mm²）。

2．设有一个投影物镜，采用100W的灯泡照明，灯泡的光视效能为20 lm/W，发光体直径为4mm，各方向均匀发光的球形灯丝，要求银幕的光照度为60 lx，银幕离开投影仪的距离为10m，银幕宽2m，投影仪片门宽为20mm，整个系统的透过率$\tau=0.6$，求投影物镜的焦距和相对孔径。

3．有一对称型照相物镜，相对孔径为1∶5，每一半焦距为200mm，两透镜组相距20mm，在透镜组中央有一个孔径光阑。在物镜前方400mm处有一个垂直光轴的物体，其光亮度为5000 cd/m²。如果不考虑系统的光能损失，求像平面光照度。当物体位于无限远时，像平面光照度又为多少？

第十三章　光纤光学仪器

§13-1　概　　述

光纤一般是指由透明介质构成的，直径与长度之比小于1:1000的细丝。光线由光纤的一端入射，沿着光纤传播，最后由另一端出射。单条光纤只能起传光的作用，不能成像，如图13-1所示。如果把许多光纤固定在一起，构成光纤束，就可以把具有一定面积的像面，通过每根光纤，逐点地把像由光纤束的一端传至另一端。

上述用来传递光能的单根光纤或光纤束，统称为光纤光学元件。它早在本世纪五十年代就开始出现，目前已形成一系列实用化的光纤光学仪器。它们能够完成很多传统光学仪器无法完成的任务。其中应用最广的是医学和工业上广泛使用的各种内窥镜。近年来，一种新的梯度折射率光纤，在通讯系统中得到了迅速的发展，它正在使整个通讯系统发生一次革命。由于光纤的应用日益扩大，因此对光纤的研究也不断深入。

图　13-1

光纤根据它们传输光线的方式不同，可以分成两大类。一类是由均匀透明介质构成的，光线在光纤内部通过表面的全反射和直线传播进行传输，我们称它为全反射光纤。另一类光纤由非均匀介质构成，中心折射率高，边缘折射率低。光线在光纤内部沿着曲线传播，称为梯度折射率光纤。这两类光纤传播光线的方式不同，应用的范围也不同，本章将分别介绍它们的工作原理和应用。

§13-2　全反射光纤的光学性质

大多数光纤的直径比光的波长大得多，对这类光纤可以用几何光学的方法研究它的光学性质，本节研究全反射光纤的光学性质。

最简单的光纤是由均匀透明介质构成的圆柱形细丝，称为单质光纤如图13-2所示。

图　13-2

光线在光纤内表面发生多次全反射，使光线由一端沿着光纤传播至另一端。这种光纤的缺点是光纤表面的很小的缺陷、尘埃，污物都将使光发生散射而射出光纤，引起光

能损失。在一般光学系统中的全反射棱镜的反射面上，虽然也存在这些缺陷，但是在一个棱镜系统中只有若干次反射，因而影响不大。而在光纤中，光线可能要经过上千次上万次全反射，如果每次全反射都损失一部分光能，总的损失就十分可观了。这种单质光纤特别不适用于传像的光纤束，因为在光纤束中，光纤之间是紧密接触的，光线有可能从一根光纤进入另一根光纤，这将影响传像的清晰度。

为了克服光纤的上述缺点，在光纤的外面包上一层折射率比芯料低的玻璃，如图13-3所示，这样的光纤称为外包光纤。

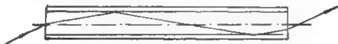


图 13-3

在这种光纤中，光线在光纤内外两种玻璃的分界面上进行全反射。这样光纤外表面的缺陷和污物，就不会影响全反射。目前使用的光纤大多属于外包光纤。下面我们研究这种光纤的光学性质。

设光纤芯料的折射率为n，外包材料的折射率为n'，并且$n>n'$，光纤所在空间介质的折射率为n_0，如图13-4所示。

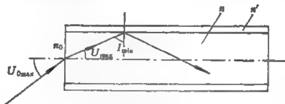


图 13-4

欲使光线在光纤的内外介质分界面上发生全反射，则入射角I，必须大于或等于临界角I_{min}。

$$\sin I \geqslant \sin I_{min} = \frac{n'}{n}$$

由图13-4得：

$$U = \frac{\pi}{2} - I\text{；}\ U_{max} = \frac{\pi}{2} - I_{min}$$

由上式得到：

$$\sin U_{max} = \sin\left(\frac{\pi}{2} - I_{min}\right) = \cos I_{min} = \sqrt{1 - \sin^2 I_{min}}$$

将$\sin I_{min} = \frac{n'}{n}$代入上式简化得：

$$n \sin U_{max} = \sqrt{n^2 - n'^2}$$

光线在光纤端面上发生折射，根据折射定律有：

$$n_0\sin U_{0max}=n\sin U_{max}=\sqrt{n^2-n'^2}$$

以上公式中，U_{0max}为光线在光纤外与光纤轴线的夹角。$n_0\sin U_{0max}$或$n\sin U_{max}$称为光纤的数值孔径。和一般光学系统对应，数值孔径用符号NA代表。

$$NA=\sqrt{n^2-n'^2} \tag{13-1}$$

对位在空气中的单质光纤，可以看作是$n'=1$的外包光纤，将$n'=1$代入NA公式得到单质光纤的数值孔径公式如下：

$$NA=\sqrt{n^2-1} \tag{13-2}$$

由公式（13-1）、（13-2）可以看到，外包光纤的数值孔径总是比同一芯料的单质光纤小。在实际使用中，一般入射光束的数值孔径都小于光纤的数值孔径。因此光纤的数值孔径代表了光纤的传光能力，它是光纤的重要性能指标。

欲增大光纤的数值孔径，必须增加内外两种玻璃的折射率差。由于高折射率光学玻璃的发展，目前玻璃光纤的最大数值孔径可以达到1.4。当然对NA大于1的情形，光纤的两端必须位在浸液中，好像显微物镜的数值孔径大于1时，必须采用浸液物镜一样。

超出光纤数值孔径的光线，就会漏出光纤，并进入相邻的光纤。这种光线，对传像光纤束就会降低像的清晰度，形成噪声。为了防止漏光，在光纤的外包层外边，再加一层由高吸收玻璃构成的包层。它可以把漏光吸收，防止噪声的产生。

上面的讨论实际上仅限于位在过光纤对称轴线的截面内的光线，相当于共轴系统中的子午光线。这些光线在光纤中永远位在同一平面内。假定光纤是直的，则出射光线与光纤轴线的夹角，等于入射光线与光纤轴线的夹角，但角度可能是负，也可能是正，视光线在光纤内部反射次数的奇偶而定。

如果是一束具有一定口径的平行光射入光纤，位在子午面外的光线每经过一次反射都将扩散，因此最后射出光纤时将形成一个锥面，如图13-5(a)所示。

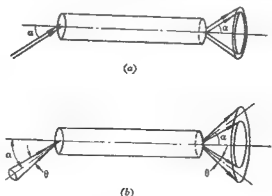


图 13-5

如果入射光是一束斜入射的光锥，出射光束如图13-5(b)所示。

光通过光纤的光能损失，可以分成两部分。一部分是入射端面和出射端面上的反射

损失，它的计算和一般透镜表面的反射损失计算相似。另一部分是光纤内部的光能损失，它是由很多因素造成的，包括吸收、散射、和非全反射等等。综合的结果可用下式表示：

$$I = I_0 e^{-\omega(U,\lambda)L} \tag{13-3}$$

I_0和I分别为入射和透射的光强度；L为光纤的长度；$\omega(U, \lambda)$为衰减系数，它是入射光锥角U和波长λ的函数，同时也和光纤类型有关。对一般的高透过率光纤，在可见光的中心波段，ω值大约为$0.0025\ cm^{-1}$。

当光纤发生弯曲时，一般弯曲半径比光纤直径大得多，对光纤的工作性质几乎没有影响。实验证明当弯曲半径大于20倍光纤直径时，光纤的数值孔径、透过率等光学性质仍无显著变化。

除了圆柱形光纤之外，有时也使用圆锥形光纤，如图13-6所示。由光纤大端入射的

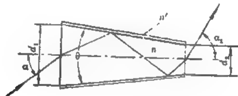


图 13-6

光线，在光纤内部每经过一次反射，入射角I减小圆锥θ的二倍，直到I小于临界角而逸出光纤。因此，一般圆锥光纤的长度都比较短。相反，由光纤小端入射的光线，每经过一次反射，入射角I将增加2θ，光线与光纤轴线的夹角逐次减小，直到光线从大端射出光纤为止。

锥状光纤主要用于压缩光束的截面积，增大孔径角，提高出射面的光照度。入射端的直径d_1和光锥角α_1与出射端的直径d_2和光锥角α_2之间满足以下关系：

$$d_1 \sin\alpha_1 = d_2 \sin\alpha_2 \tag{13-4}$$

在锥状光纤的外面如果再包上一层高吸收率的介质，可以用来防止有效孔径之外的杂光。

§13-3 全反射光纤的应用

光纤的应用大致可以分成两大类。第一类用于传递光能，称为导光束；第二类用于传递图像称为传像束。下面分别介绍这两个方面的应用。

一 导光束

导光束可由刚性或柔性的光纤束构成。光纤束中光纤在入射端和出射端的排列顺序可以是任意的。导光束一般用于目标的照明。

导光束的输入端和输出端，光纤可以排列成不同的截面形状，以满足各种特殊的照明需要。例如用一个点状光源照明一个长狭缝，可以把导光束的输入端排成圆形，通过

透镜把光源发出的光聚焦在导光束的输入端面上。而把光纤束的输出端排列成线状，以照明整个狭缝。如果用一般光学系统，直接把光源成像在狭缝上，则像的直径必须大于狭缝长度，如图13-7所示，这样大部分光线都不能进入狭缝而被浪费了。

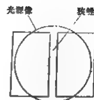


图 13-7

导光束的另一种应用是用于扫描系统，把光纤的一端与扫描头联结，另一端与光能接收器联结，可以进行大面积的扫描，它比用一般光学系统来完成同样的任务要简单得多。

二 传 像 束

用于传像束的光纤必须有很好的外包层，并且输入端和输出端的排列顺序应完全相同。用传像束传像有许多特殊的优点，如长度和空间无严格限制，具有很大的数值孔径，没有像差。它的缺点是：光纤束中的少数光纤可能被折断，使输出像面上出现盲点；输入输出端的排列形状可能有变形，引起像的变形；只存在一对共轭面，而且景深很小；分辨率受光纤直径的限制。

传像光纤束的用处很多，下面分别介绍几种主要的应用。

1 内窥镜

内窥镜的主要结构是在光纤束输入端前面用一个物镜把观察目标成像在光纤束的输入端面上，通过光纤束把像传至输出端，然后通过目镜来观察输出端的像，或者通过透镜组把像成到感光底片上。

由于光纤束能任意弯曲，可以用来观察人眼无法直接看到的目标。例如检查涡轮发动机的叶片，观察人体内部的组织和器官，如胃、肠等。这些内窥镜往往还须要同时进行照明，可用另一条导光束，把光从外部引入到内部目标上。一般把导光束和传像束装在同一根软管内，图13-8是一个实际内窥镜的外形。

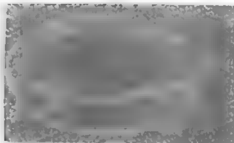


图 13-8

内窥镜使用的传像束端面直径一般在10～25mm，长度最大可以达到4～5m。如果要传送更长的距离，也可以把两根传像束联结起来使用，不过这将增加光的损失和降低分辨率。如果将若干条传像束联结起来使用，则最后的分辨率 R（以每毫米能分辨的线对数表示——lp/mm）与每条光纤束分辨率 $R_1, R_2, \cdots$(lp/mm)之间近似符合以下关系。

$$\frac{1}{R^2}=\frac{1}{R_1^2}+\frac{1}{R_2^2}+\cdots \tag{13-5}$$

前面说过传像束的景深比较小，可以近似按以下公式计算

$$\Delta l=\frac{B}{2\operatorname{tg}U_{max}} \tag{13-6}$$

以上公式中Δl为景深，B为允许的弥散斑直径，U_{max}为光纤的最大孔径角。

用作传像束的单根光纤的直径大约为0.01mm，光纤束的分辨率可能超过50 lp/mm。

在计算光纤束的光能损失时，除了前面已经提到的单根光纤端面的反射损失和光纤内部的损失而外，还要考虑实际导光面积和光纤端面总面积的比，如图13-9所示。实际导光面积只是每条光纤的芯料面之和，它显然要比光纤束端面的总面积小。

2 光纤面板

光纤面板是把很多光纤通过加温，加压熔接在一起的光纤棒，然后把它切成片状。它的截面构造如图 13-10 所示。光纤面板中光纤的直径一般为 5～7μm，适当选择光纤的芯料和外包层玻璃的折射率，数值孔径可达 0.2～0.85。如果把输入和输出端浸在液体中，好像显微镜的浸液物镜那样，数值孔径可达1.4。

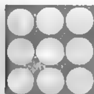


图 13-9

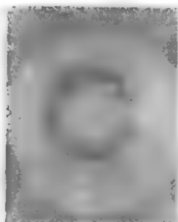


图 13-10

光纤面板的最大用途是作为各种电子束成像器件的输出、输入面板使用。图 13-11为一种使用光纤面板作为输出端的阴极射线管记录装置。光纤面板封接在管子的输出端，荧光层直接镀在光纤面板的内侧，电子束打在荧光层上产生的像，通过光纤面板直接传递到紧贴在光纤面板外侧的感光胶片上，被记录下来。如果不用光纤面板，而用透镜把荧光屏成像到感光胶片上，光能的利用率只有前一种装置的1/20～1/40。而且整个装置的体积加大。

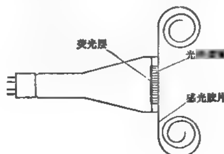


图 13-11

图 13-12 是把光纤面板使用在像增强器的输入和输出端，通过光纤面板可以把若干个像增强器联结起来使用，使整个系统获得极大的增益。光纤面板的内侧做成球面，可以用来补偿电子光学系统的像面弯曲，外侧做成平面，以便多级耦合使用。用于上述电真空器件的光纤面板一个最重要的要求是保证不能漏气。

3 光学系统平场器

光纤面板的另一个用途是在普通光学系统中，作为补偿像面弯曲的平场器。在设计大视场大孔径的光学系统时，经常遇到系统像面弯曲的校正和其他像差的校正发生矛盾。如果光学系统不校正像面弯曲，则往往可以使其他像差达到更好的校正，这样的光学系统可以在一个曲面上得到清晰的像。如果直接用感光底板来接收，仍然不能使整个像面清晰。假如在系统的像面上放置一块光纤面板，把光纤面板的一面磨成和弯曲的像面相一致，另一面磨成平面，如图 13-13 所示。我们就可以在光纤面板的平面上得到一个清晰的平面像。当然光纤面板的加入，会带来附加的光能损失和分辨率下降。

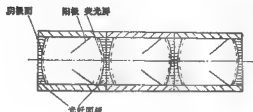


图 13-12

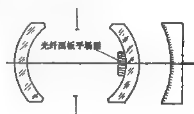


图 13-13

§13-4 梯度折射率光纤

在全反射光纤中，不同入射角的光线，在光纤内部所走的路程和全反射的次数都不相同，因此每条光线的光程都不相等。由同一点进入光纤的光线，在输出端将产生位相差。如果我们输入的是瞬时的光脉冲，则同一个脉冲中以不同入射角入射的光线，到达输出端的时间不同，瞬时脉冲将被展宽，即同一脉冲的延续时间增加。如果我们把光纤用来作为传递信息的导体，能够传递的信息量就会受到限制。因为信息都是以脉冲的形式来传递的，脉冲的时间宽度越大，单位时间内能够传递的信息越少。为了克服上述缺点，产生了梯度折射率光纤。梯度折射率光纤的折射率在光纤截面内是不均匀分布的，中心折射率最高，随着半径增加，折射率逐步下降，折射率分布近似符合以下关系

$$n^2=n_0^2(1-\alpha^2r^2) \tag{13-7}$$

公式中 n_0 为光纤中心的折射率，α 为常数，r 为光纤截面内的半径，如图 13-14（a）所示。梯度折射率光纤也叫变折射率光纤，图 13-14（b）就表示折射率随半径 r 变化的曲线。

下面讨论光线在变折射率光纤中的传播路径。这是一个非均匀介质中光线的传播问题。根据§1-10 非均匀介质中光线的微分方程式（1-15）有

$$\frac{d}{ds}\left(n\frac{d\boldsymbol{r}}{ds}\right)=\nabla n \tag{13-8}$$

以上方程在大多数情况下很难求解，如果光线和光纤对称轴之间的夹角很小，这样的光线称为近轴光线，和第三章中共轴系统的近轴光线相类似。对这类光线我们可以用dx代替ds，如图 13-15 所示。将$ds=dx$代入公式（13-8）就得到近轴光线的微分方程式

$$\frac{d}{dx}\left(n\frac{dr}{dx}\right)=\nabla n \tag{13-9}$$

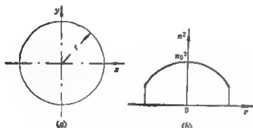


图 13-14

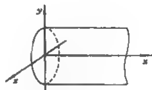


图 13-15

在梯度折射率光纤中，折射率n与x无关，上式可以写作

$$n\frac{d^2r}{dx^2}=\nabla n \tag{13-10}$$

设$r=xi+yj+zk$，得到

$$\frac{d^2r}{dx^2}=\frac{d^2y}{dx^2}j+\frac{d^2z}{dx^2}k$$

由于n与x无关，因此∇n简化为

$$\nabla n=\frac{\partial n}{\partial y}j+\frac{\partial n}{\partial z}k$$

将d^2r/dx^2和∇n代入公式（13-10），对y轴方向的分量有

$$n\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{\partial n}{\partial y} \tag{13-11}$$

把公式（13-7）中的r^2用（y^2+z^2）代替得

$$n^2=n_0^2[1-\alpha^2(y^2+z^2)]$$

上式两边对y求偏导数得到

$$2n\frac{\partial n}{\partial y}=-2n_0^2\alpha^2y$$

或者

$$\frac{\partial n}{\partial y}=\frac{-n_0^2\alpha^2y}{n}$$

将$\partial n/\partial y$代入公式（13-11），并将公式左边的n移至右边得

$$\frac{d^2y}{dx^2}=-\frac{n_0^2}{n^2}\alpha^2y$$

对近轴光线可以近似地认为$n^2\approx n_0^2$，因此上式变为

$$\frac{d^2y}{dx^2}=-\alpha^2y$$

上述微分方程的通解为

$$y(x)=A\cos(\alpha x)+B\sin(\alpha x) \tag{13-12}$$

对 z 坐标轴方向可以得到相似的关系

$$z(x)=C\cos(\alpha x)+D\sin(\alpha x) \tag{13-13}$$

以上公式（13-12）和（13-13）即为梯度折射率光纤中近轴光线的轨迹方程。公式中的常数 A、B、C、D由入射光线的位置坐标和方向余弦确定。

下面我们讨论一种特例，假定光线位在过光纤对称轴线 x 轴的平面内。由于光纤对 x 轴对称，不失一般性可以假定光线位在 xy 坐标面内，并假定通过坐标原点 O 入射，如图 13-16 所示。

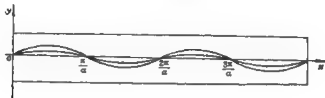


图 13-16

将 $x=y=0$ 代入公式（13-12）得到 $A=0$，因此这样的近轴光线的轨迹方程为

$$y(x)=B\sin(\alpha x) \tag{13-14}$$

上式说明，光线的轨迹为一条过原点的正弦曲线，如图 13-16 所示。正弦曲线的周期为：

$$p=\frac{2\pi}{\alpha} \tag{13-15}$$

p 和振幅 B（光线离开光轴的最大距离）无关。由 O 点发出的近轴光线沿着周期相同，振幅不同的正弦曲线传播，它们都通过 x 轴上的以下各点

$$x=\frac{\pi}{\alpha},\ \frac{2\pi}{\alpha},\ \frac{3\pi}{\alpha},\ \cdots\cdots$$

换句话说，这些点都是近轴光线的聚焦点。所以这种光纤也称为自聚焦光纤。根据等光程条件，这些聚焦点之间所有光线的光程应该相等。当然与 x 轴成较大夹角的非近轴光线，不再聚焦于同一点，而且光程也不相等，好像一般光学系统中，轴上点边缘光线存在球差一样。

根据上面的讨论结果，自聚焦光纤中，当光线限制在光纤对称轴周围较小范围之内时，光线不再与光纤表面接触，当然也没有全反射。在光纤内部的各聚焦点上，所有光线的光程相同，即传播时间相同。因此瞬时光脉冲通过自聚焦光纤时，输出脉冲的展宽很小，这就大大提高了光纤在单位时间内可能传递的信息总量。所以自聚焦光纤是通讯光纤的发展方向。

第十四章　激光束光学

§14-1　概　　述

本世纪六十年代激光的出现给人类带来了一种崭新的强相干光源，使光学领域的面貌焕然一新。同时，它对现代科学技术的发展也产生了巨大的影响。

激光具有光亮度高、单色性好、方向性强、相干性好的优点，因而应用在很多领域。激光可用于加工难熔和硬质材料，可进行微细加工和无接触加工；激光可进行超远距离的精密测量和高精度零件线性尺寸和几何形状的测量；激光进入通信领域，使可用的电磁波范围大大拓宽，通信容量大大增加；用激光做光源，可拍摄和再现物体的全息相，全息照相术已用于全息干涉计量、全息存贮等多个方面。此外，激光用于信息处理、图像识别等其它方面，有力地促进了现代科学技术的发展。激光技术在工农业生产、医疗卫生和国防建设等众多的领域内正在发挥越来越大的作用，发展前景是十分广阔的。

由于激光的出现，产生了很多新的光学领域，激光束光学就是其中之一。激光束光学研究激光束在各种介质中的传播形式、传播规律以及利用这些规律解决工程应用问题的方法。在应用光学课程中研究激光束光学，主要是讨论激光束的传输和通过光学系统的变换规律。激光仪器中大都含有光学系统，激光器发射的激光要通过光学系统输出，这类光学系统的设计与一般光学仪器如望远镜、显微镜中光学系统的设计是有差别的。学习激光束光学的知识，了解激光束传输和变换的规律，将会帮助我们解决这类光学系统设计和计算的问题。至于有关激光原理、各种激光器等其它问题，不是本课程的内容，必要时可参看有关的专著。

§14-2　激光束在均匀介质中的传播规律

激光器谐振腔的结构不同，产生不同波面的激光束。输出端为平面反射镜的谐振腔产生平面波激光束，如图 14-1（a）所示。输出端为球面反射镜的谐振腔产生球面波激光束，如图 14-1（b）所示。激光束和一般光束比较，除了单色性好，相干性强这

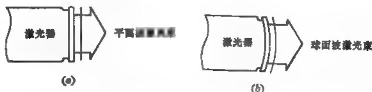


图　14-1

些突出的优良物理性质而外，作为一种光源它和一般光束的差别主要有两个方面，第一，激光束的光亮度大大高于一般光束，第二，光束截面内的强度分布是不均匀的。前面我们研究光学系统成像时，都假定物点发出的光束在各方向上的光亮度是相同的，即光束

波面上各点的振幅相等，但激光束波面上各点的振幅是不同的。振幅 A 与光束截面半径 r 之间的函数关系为

$$A=A_0e^{-\frac{r^2}{\omega^2}} \tag{14-1}$$

以上公式中 A_0 为光束中心的振幅，ω 为一个与光束截面半径有关的常数。图 14-2 为激光束截面内的振幅分布曲线图。中心振幅最大，离开中心振幅迅速下降，到光束边缘振幅下降又变得十分缓慢，一直延伸到无限远。因此整个光束不存在一个鲜明的光束边界，也就是没有一个确定的光束截面半径。但是由公式（14-1）可以得到，当 $r=\omega$ 时，振幅 A 为

$$A=\frac{A_0}{e}$$

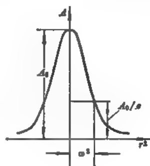


图 14-2

由此可以看到，常数 ω 的物理意义为：当振幅下降到中心振幅 A_0 的 $1/e$ 时，对应的光束截面半径等于 ω。一般把 ω 作为激光束的名义光束截面半径，简称为光束截面半径或光斑半径。激光束在均匀透明介质中传播时，光束截面半径 ω 和中心振幅 A_0 同时变化，但是在任意一个截面内振幅分布函数保持不变。公式（14-1）表明，振幅分布函数是一个高斯函数，因此这样的光束也称为高斯光束。

高斯光束的传播问题不能用几何光学的方法进行研究，必须用物理光学中的衍射理论来研究，上述问题超出了本书的内容范围，因此我们不进行这方面的详细讨论。但是激光束的传播规律对于设计激光光学系统来说又是十分必要的。所以在下面我们将直接给出用衍射理论研究激光束传播问题所得到的某些主要结论，作为今后设计激光光学系统的基础。正如前面第九章中我们直接给出理想光学系统衍射成像的有关结果作为研究光学系统分辨率的基础一样。

在一般同心光束中光束截面半径 ω 与传播距离 x 之间符合线性关系，如图 14-3（a）所示。但高斯光束在传播过程中光束半径 ω 与 x 之间不符合线性关系，它们之间的关系如图 14-3（b）所示。由图可以看到光束截面半径 ω 随传播距离 x 的变化是一条曲线，

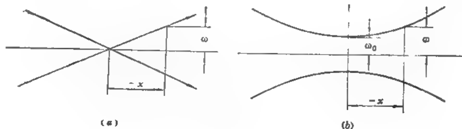


图 14-3

而且不存在聚焦点。光束中截面最小的位置称为高斯光束的束腰，最小的光束截面半径

称为束腰半径，用 ω_0 代表。距离束腰为 x 处的光束截面半径可由下式计算

$$\omega^2 = \omega_0^2\left[1+\left(\frac{\lambda x}{\pi\omega_0^2}\right)^2\right] \tag{14-2}$$

公式中 λ 为激光的波长，ω_0 为束腰半径。

输出端为平面镜的谐振腔，输出激光的波面为平面，束腰位在谐振腔的输出端上，如图 14-4（a）所示。球面谐振腔输出的激光波面为球面，束腰位于激光器内部，如图 14-4（b）所示。无论是平面谐振腔还是球面谐振腔，在它们所产生的激光束的束腰位置上，波面均为平面。离开束腰，波面就不再是平面而变成了曲面，如图 14-4 中

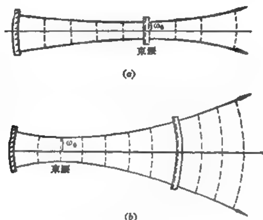


图 14-4

虚线所示。波面中心部分的曲率半径 R 与波面顶点到束腰的距离 x 之间，符合以下关系

$$R = x\left[1+\left(\frac{\pi\omega_0^2}{\lambda x}\right)^2\right] \tag{14-3}$$

根据公式（14-2）和（14-3），如果已知激光束的束腰位置 x 和束腰半径 ω_0 就可以计算出任意指定位置的光束截面半径 ω 和波面曲率半径 R。

在实际工作中，有时已知某一位置的光束截面半径 ω 和波面半径 R，需要求此激光束的束腰位置 x 和束腰半径 ω_0。为此可由公式（14-2）、(14-3）解出 ω_0 和 x，得到

$$\omega_0^2 = \frac{\omega^2}{1+\left(\frac{\pi\omega^2}{\lambda R}\right)^2} \tag{14-4}$$

$$x = \frac{R}{1+\left(\frac{\lambda R}{\pi\omega^2}\right)^2} \tag{14-5}$$

当已知高斯光束某个位置的光束截面半径 ω 和波面半径 R，代入公式（14-4），（14-5）即可求出束腰位置 x 和束腰半径 ω_0。

以上公式中 ω 和 ω_0 都是以平方形式出现的，因此它们的正负并不影响计算结果，我

们可以把它作为绝对值看待。R与x的符号规则和前面规定的球面半径符号规则相似。

R——从波面顶点到曲率中心，向右为正向左为负。

x ——从波面顶点到束腰，向右为正向左为负。

应用上面得到的四个公式，公式（14-2），（14-3），（14-4），（14-5），就可以用来解决高斯光束在均匀透明介质中的各种传播问题。

在一般光束中，不同位置光束截面边界的连线可以看作为一条实际光线，在均匀透明介质中它是一条直线。在高斯光束中，如果我们也把由光束截面半径ω所确定的光束截面边界的连线，设想为一条光线，那么，此假想光线并不是直线而是一条曲线，由公式（14-2）可以知道，这是一条双曲线。此假想光线不符合均匀介质中的直线传播定律。

双曲线是以两条直线为渐近线的，所以当高斯光束离开束腰较远时，此假想光线近似成为一条直线。因此在远离束腰的条件下，高斯光束的传播问题可以近似用几何光学方法进行研究。

渐近线和光束对称轴的夹角，可以用来代表高斯光束的孔径角，如图 14-5 所示。在

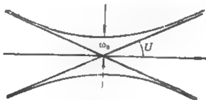


图 14-5

一般激光束光学的文献中，孔径角又称为束散角。下面我们求孔径角U的公式，由图得

$$\lim_{x\to\infty}\frac{d\omega}{dx}=\mathrm{tg}U$$

把公式（14-2）对x求导数，并经适当简化可以得到

$$\mathrm{tg}U=\frac{\lambda}{\pi\omega_0}\tag{14-6}$$

这是激光束孔径角与束腰半径之间的关系式。在远离束腰的情形，可以直接利用以上公式由孔径角求束腰半径，或者反之由束腰半径求孔径角。下面我们举两个实例，说明前面公式的应用。

计算举例一　设有一台氦氖激光器，其光束束腰位于平面镜输出端，束腰半径 $\omega_0=0.3$mm。求距激光器 1m 处的光束截面半径ω、波面曲率半径R和孔径角U。

氦氖激光器激光波长 $\lambda=0.0006328$mm，又已知 $\omega_0=0.3$mm，$x=-1000$mm，将ω_0、x和λ代入（14-2）式有

$$\omega^2=\omega_0^2\left[1+\left(\frac{\lambda x}{\pi\omega_0^2}\right)^2\right]=(0.3)^2\times\left[1+\left(\frac{-1000\times0.0006328}{3.1416\times0.3^2}\right)^2\right]=0.540807$$

$$\omega=0.7354\text{mm}$$

将λ、ω_0和x代入（14-3）式有

$$R = x\left[1+\left(\frac{\pi\omega_0^2}{\lambda x}\right)^2\right]=(-1000)\times\left[1+\left(\frac{3.1416\times0.3^2}{-1000\times0.0006328}\right)^2\right]=-1199.64\text{mm}$$

将λ、ω_0代入孔径角公式（14-6）得

$$\text{tg}U=\frac{\lambda}{\pi\omega_0}=\frac{0.0006328}{3.1416\times0.3}=0.0006714$$

由于U角很小，对应的弧度值与其正切近似相等，所以孔径角U为 0.6714 mrad。

计算举例二　设有一输出波长为$\lambda=0.000488$mm 的 Ar^+ 离子激光器，其谐振腔由两球面反射镜构成。已知输出端处光束截面半径为 0.7225 mm，且波面半径 $R=-1600$ mm，求束腰位置 x 和束腰半径 ω_0。

将已知的ω、R和λ代入（14-4）得

$$\omega_0^2=\frac{\omega^2}{1+\left(\frac{\pi\omega^2}{\lambda R}\right)^2}=\frac{(0.7225)^2}{1+\left(\frac{3.1416\times0.7225^2}{-1600\times0.000488}\right)^2}=0.096465$$

$$\omega_0=0.3106\text{mm}$$

将ω、R和λ代入（14-5）得

$$x=R\bigg/\left[1+\left(\frac{\lambda R}{\pi\omega^2}\right)^2\right]=-1600\bigg/\left[1+\left(\frac{-1600\times0.000488}{3.1416\times0.7225^2}\right)^2\right]=-1304.33\text{mm}$$

由 x 的符号可知，束腰位于激光器内部，离输出端 1304.33 mm处。束腰半径 为 0.3106 mm。

§14-3　高斯光束的透镜变换

上节介绍了高斯光束在均匀介质中的传播规律，在实际应用中需要把高斯光束通过透镜进行变换，以改变光束的束腰位置，束腰半径，或改变光束的光束截面半径和孔径角等。本节讨论高斯光束通过透镜时的特性。

在近轴光学中，认为由同一物点A发出的同心光束，经过透镜以后仍为一同心光束，聚交于A'点。A和A'分别为入射波面和出射波面的球心，如图 14-6（a）所示。对高斯光束来说，在近轴区域，它的波面可以看作是一个球面波，通过物方主点H的波面的曲率中心C，可以看作透镜的物点，波面半径R等于物距 l 如图 14-6（b）所示。通过透镜以后，过像方主点H'的出射波面的曲率中心C'，可以看作C点通过透镜以后所成的像，出射波面半径 R' 等于像距 l'。C和C'对透镜来说是一对共轭点，应该符合共轭点方程式，将 $l=R$，$l'=R'$代入透镜成像公式

$$\frac{1}{l'}-\frac{1}{l}=\frac{1}{f'}$$

得到

$$\frac{1}{R'}-\frac{1}{R}=\frac{1}{f'}\tag{14-7}$$

由于光束在物方主面和像方主面上的口径相等，因此入射光束的光束截面半径ω和出射光束的光束截面半径ω'，应该相等，即

$$\omega'=\omega\tag{14-8}$$

公式（14-7）、（14-8）就是高斯光束通过透镜变换的基本公式。利用以上公式即可由入

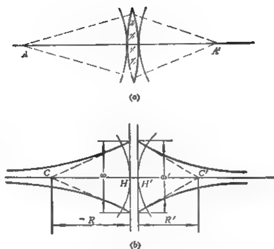


图 14-6

射高斯光束的光束截面半径ω和入射波面半径R，求得出射光束的截面半径ω′和出射波面半径R'。有了ω′和R'，则像空间高斯光束的全部性质就确定了。出射高斯光束在像空间的传播问题就可以用前面的公式(14-2)～(14-5)解决。总之应用公式(14-2)～(14-8)就可以解决有关高斯光束通过透镜变换的各种问题。

在实际应用中经常遇到这样的问题，已知激光束的束腰到透镜的距离x和束腰半径ω_0，以及透镜的焦距f'，求出射激光束的束腰位置和束腰半径。解决上述问题可以分三个步骤：

1 根据束腰位置x和束腰半径ω_0应用公式（14-2）、（14-3）求出激光束在透镜上的光束截面半径ω和波面半径R。

2 利用公式（14-7）、（14-8）由入射波面的R，ω求得出射波面的R'，ω′。

3 利用公式（14-4）、（14-5）由R'，ω′计算出射光束的束腰位置x'和束腰半径ω_0'。

下面我们举两个实例，说明如何应用上述方法解决高斯光束的透镜变换问题。

计算举例一 已知一台氦氖激光器输出的激光束束腰半径ω_0为0.5 mm，在离束腰100 mm处放置一个焦距f'为100 mm的单透镜，试求经透镜变换后的束腰大小及束腰位置。

按照前面指出的三个步骤，我们先根据束腰位置x和束腰半径ω_0，求出激光束在透镜上的光束截面半径ω和波面半径R。将$\omega_0=0.5$ mm和$x=-100$ mm代入式(14-2)可得

$$\omega^2=\omega_0^2\left[1+\left(\frac{\lambda x}{\pi\omega_0^2}\right)^2\right]=0.5^2\times\left[1+\left(\frac{-100\times0.0006328}{3.1416\times0.5^2}\right)^2\right]=0.251623$$

$$\omega=0.5016\text{mm}$$

将ω_0和x代入（14-3）得

$$R = x\left[1+\left(\frac{\pi\omega_0^2}{\lambda x}\right)^2\right] = -100\times\left[1+\left(\frac{3.1416\times0.5^2}{-100\times0.0006328}\right)^2\right] = -15504.5\text{mm}$$

根据求得的入射波面的R和ω，代入（14-7）和（14-8）就可求得经透镜变换后出射波面的R'和ω'。

代入（14-7）

$$\frac{1}{R'}-\frac{1}{R}=\frac{1}{f'}$$

有

$$\frac{1}{R'}=\frac{1}{-15504.5}+\frac{1}{100}$$

$$R'=100.65\text{mm}$$

由于在透镜两主面上光束截面相等，即$\omega'=\omega$，所以$\omega'=0.5016$mm。

根据已求得的R'和ω'，利用公式（14-4）和（14-5）即可求出出射光束的束腰位置x'和束腰半径ω_0。

先将$R'=100.65$mm及$\omega'=0.5016$mm代入（14-4），得

$$\omega_0^2=\omega^2\bigg/\left[1+\left(\frac{\pi\omega^2}{\lambda R}\right)^2\right]=0.5^2\bigg/\left[1+\left(\frac{3.1416\times0.5016^2}{0.0006328\times100.65}\right)^2\right]=0.001613$$

$$\omega_0=0.04016\text{mm}$$

再将R'、ω'代入（14-5），得

$$x=R\bigg/\left[1+\left(\frac{\lambda R}{\pi\omega^2}\right)^2\right]=100.65\bigg/\left[1+\left(\frac{0.0006328\times100.65}{3.1416\times0.5016^2}\right)^2\right]$$

$$x=100.00\text{mm}$$

从上面的计算可以看出，当入射光束的束腰位于透镜前焦点时，出射光束的束腰位于透镜的后焦点，这与几何光学中物位于透镜前焦点，像在无限远的规律是截然不同的。因此不能简单地把束腰当作物点或像点用几何光学的方法进行激光束的计算。

计算实例二　利用伽里略望远镜对红宝石激光器发射的激光束进行扩束。激光器输出端为束腰位置，束腰半径为 1 mm，输出波长为 694.3 nm，激光器输出端离望远镜目镜 100 mm，目镜焦距 −20 mm，物镜焦距 80 mm。望远镜目镜后焦点与物镜前焦点重合。试求扩束后出射光束的束腰位置和束腰半径。

伽里略望远镜由一负目镜和一正物镜组合而成。我们可先求出入射光束通过负目镜的出射光束束腰，由此束腰位置和大小再求出通过物镜后最后的出射光束束腰位置和大小。

下面我们先来求激光束通过目镜后的束腰位置和大小。仍然按照前面所说的三个步骤。

已知入射激光束束腰半径$\omega_{01}=1$mm，束腰到目镜的距离$x_1=-100$mm，输出波长$\lambda=0.0006943$ mm。将ω_{01}、x_1和λ代入（14-2）式可求出目镜前主面上的光束截面半径。

$$\omega_1^2=\omega_{01}^2\left[1+\left(\frac{\lambda x_1}{\pi\omega_{01}^2}\right)^2\right]=1\times\left[1+\left(\frac{-100\times0.0006943}{3.1416\times1^2}\right)^2\right]=1.000488$$

$$\omega_1=1.000244$$

将ω_{01}、x_1和λ代入（14-3）式得

$$R_1=x_1\left[1+\left(\frac{\pi\omega_{01}^2}{\lambda x_1}\right)^2\right]=-100\times\left[1+\left(\frac{3.1416\times1^2}{0.0006943\times(-100)}\right)^2\right]=-204841.3\ \text{mm}$$

将$R_1=-204841.3$ mm 和 $f'_a=-20$ mm 代入（14-7），求出经透镜变换后目镜像方主面上的波面半径 R'_1。

$$\frac{1}{R'_1}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{f'}=\frac{1}{-204841.3}+\frac{1}{-20}$$

$$R'_1=-19.998\text{mm}$$

由（14-8）有 $\omega'_1=\omega_1=1.000244$ mm 再根据已求出的 ω'_1 和 R'_1，利用公式（14-4）、（14-5）求出经目镜后出射光束的束腰位置 x'_1 和束腰半径 ω_{02}。

$$\omega_{02}^2=1.000244^2\bigg/\left[1+\left(\frac{3.1416\times1.000244^2}{-19.998\times0.0006943}\right)^2\right]$$

$$\omega_{02}=0.0044185\ \text{mm}$$

$$x'_1=-19.998\bigg/\left[1+\left(\frac{-19.998\times0.0006943}{3.1416\times1.000244^2}\right)^2\right]=-19.998\ \text{mm}$$

这样，我们求出了经目镜后的激光束束腰在目镜后主面左侧 19.998 mm处，束腰半径为 0.0044185 mm。这束激光对物镜来说是入射光束，采用上面同样的步骤，可以求出通过整个望远镜扩束系统后的束腰大小和位置。

入射光束束腰离物镜距离为

$$x_2=x'_1-d=-19.998-(80-20)=-79.998\ \text{mm}$$

由 x_2 和 ω_{02} 可以求出物镜前主面上的光束截面半径 ω_2和波面半径 R_2。

$$\omega_2^2=0.0044185^2\times\left[1+\left(\frac{-79.998\times0.0006943}{3.1416\times0.0044185^2}\right)^2\right]$$

$$\omega_2=4.0013066\ \text{mm}$$

$$R_2=-79.998\times\left[1+\left(\frac{3.1416\times0.0044185^2}{-79.998\times0.0006943}\right)^2\right]=-79.998\text{mm}$$

对光束进行物镜变换，求出物镜后主面上的光束截面半径 ω'_2 和波面半径 R'_2。

$$\omega'_2=\omega_2=4.0013066\ \text{mm}$$

$$\frac{1}{R'_2}=\frac{1}{-79.998}+\frac{1}{80}$$

$$R'_2=-3199920\ \text{mm}$$

由 R'_2 和 ω'_2 可求出最后的束腰位置 x'_2 和束腰半径 ω_{03}。

$$x'_2=-3199920\bigg/\left[1+\left(\frac{-3199920\times0.0006943}{3.1416\times4.0013066^2}\right)^2\right]=-1639.27\text{mm}$$

$$\omega_{03}^2=4.0013066^2\bigg/\left[1+\left(\frac{3.1416\times4.0013066}{-3199920\times0.0006943}\right)^2\right]$$

$$\omega_{03}=4.0002816\ \text{mm}$$

至此为止，我们根据已知的激光束束腰位置和束腰半径，连续运用传输和变换公式，求出了经望远镜扩束后激光束的束腰位置和束腰半径。在实际设计光学系统时，一般还需要确定各透镜的通光口径大小。根据光束截面半径ω的定义，在以ω为半径的圆内并没有包含激光束的全部光能，因此不能以透镜表面上光束截面半径ω的两倍确定透

镜的通光口径。由积分计算可得，当实际光束截面半径 $r=\omega$ 时，以 ω 为半径的圆内通过的光能为激光束总光能的 86.4%，当实际光束截面半径 $r=1.5\omega$ 时，以 1.5ω 为半径的圆内通过的光能为总光能的 98.8%。所以透镜的通光口径至少应取为光束截面半径 ω 的三倍。本例中目镜和物镜上的光束截面半径分别为 1.000244 mm 和 4.0013066 mm，因此目镜和物镜的通光口径可取为 3.1 mm和 12.1 mm。这个尺寸要求一般是很容易满足的。考虑到加工和装配等其它因素，实际口径还要取大一些。

从这一实例的计算结果可知，束腰半径为 1 mm的激光束经过 4ˣ 望远镜的扩束，出射激光束的束腰半径约为 4 mm。对于这种目镜后焦点与物镜前焦点重合的望远镜，出射光束束腰半径与入射光束束腰半径之比等于望远镜的视放大率 Γ。由孔径角公式 $\mathrm{tg}U=\lambda/\pi\omega_0$ 可知，孔径角与束腰半径成反比，显然，由于扩束后束腰半径为入射束腰半径的 Γ 倍，所以扩束后的孔径角为入射光束孔径角的 Γ 分之一，或称为压缩 Γ 倍。

§14-4 激光谐振腔的计算

从激光器出射的激光束的束腰位置和束腰半径，取决于谐振腔的结构。在激光仪器的设计中往往会遇到由谐振腔的结构参数计算激光束的束腰位置和束腰半径，或者反之根据要求的束腰位置和束腰半径，确定谐振腔的结构参数。这一节就介绍解决上述问题的计算公式。

下面求谐振腔的结构参数与激光束的束腰位置和束腰半径之间的关系。图 14-7 为一个由半径分别为 R_1 和 R_2 的两球面反射镜所构成的谐振腔，第一个反射镜 O_1 要求反射率尽可能高，第二个反射镜 O_2 则要求大部分光反射，一小部分光透射，激光束正是

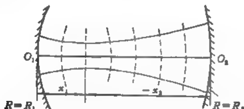


图 14-7

透过反射镜 O_2 出射的。

下面找寻该谐振腔产生的激光束的束腰半径和束腰位置。

设激光束在谐振腔两端 O_1 和 O_2 处的波面半径分别为 $R(x_1)$ 和 $R(x_2)$。x_1 和 x_2 为两波面到束腰的距离。要求激光束能在谐振腔内形成往复振荡的条件是球面反射镜面与波面一致，即要求 $R_1=R(x_1)$，$R_2=R(x_2)$。根据公式 (14-3) 有

$$R_1=R(x_1)=x_1\left[1+\left(\frac{\pi\omega_0^2}{\lambda x_1}\right)^2\right]$$

$$R_2=R(x_2)=x_2\left[1+\left(\frac{\pi\omega_0^2}{\lambda x_2}\right)^2\right]$$

假定谐振腔的长度 $O_1O_2=d$，由图14-7可得如下关系：

$$x_1 - x_2 = d \tag{14-9}$$

把上面三个公式联立，求解x_1，x_2，ω_0。并设

$$g_1 = 1 - \frac{d}{R_1}, \quad g_2 = 1 + \frac{d}{R_2} \tag{14-10}$$

得到以下的公式。

$$x_1 = \frac{d g_2(1 - g_1)}{g_1 + g_2 - 2g_1 g_2} \tag{14-11}$$

$$x_2 = \frac{-d g_1(1 - g_2)}{g_1 + g_2 - 2g_1 g_2} \tag{14-12}$$

$$\omega_0^4 = \frac{\lambda^2}{\pi^2} \frac{d^2 g_1 g_2(1 - g_1 g_2)}{(g_1 + g_2 - 2g_1 g_2)^2} \tag{14-13}$$

根据公式（14-2）有

$$\omega^2 = \omega_0^2\left[1 + \left(\frac{\lambda x}{\pi \omega_0^2}\right)^2\right]$$

将 x_1，ω_0 代入公式（14-2），并经化简以后得到

$$\omega_1^2 = \frac{\lambda d}{\pi}\sqrt{\frac{g_2}{g_1(1 - g_1 g_2)}} \tag{14-14}$$

把 x_2，ω_0 代入公式（14-2）并化简以后得到

$$\omega_2^2 = \frac{\lambda d}{\pi}\sqrt{\frac{g_1}{g_2(1 - g_1 g_2)}} \tag{14-15}$$

利用公式（14-9）～（14-15）就可以根据谐振腔的结构参数 R_1、R_2、d，求得出射的激光束的全部特性参数。

由公式（14-13）可以看到，只有使 $\omega_0^4 > 0$ 的解才具有实际意义。也就是说，要求

$$g_1 g_2(1 - g_1 g_2) > 0$$

满足上述不等式的解有两种可能的情况

第一种情况，$g_1 g_2 > 0$；$(1 - g_1 g_2) > 0$

第二种情况，$g_1 g_2 < 0$；$(1 - g_1 g_2) < 0$

第二种情况显然不存在，因此只能有第一种情况。由它的两个不等式求解得到$(g_1 g_2)$应满足的条件为

$$0 < g_1 g_2 < 1 \tag{14-16}$$

满足以上不等式的 g_1 和 g_2 必须位在图 14-8 中划有斜线的区域之内。

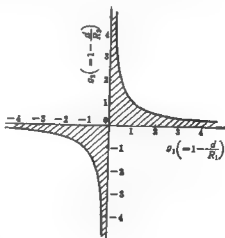


图 14-8

在设计谐振腔时，一般不要把 g_1 和g_2正好取在斜线区域的边界上。因为这些边界上的点对应的谐振腔稳定性较差。下面我们举一个谐振腔计算的实例。

计算举例　设计一个氦-氖激光器的谐振腔，输出端为平面反射镜，要求束腰直径 $2\omega_0$等于 0.2 mm，确定该谐振腔的长度 d 和第一反射镜的半径 R_1。

由于 $R_2=\infty$，由公式（14-10）得 $g_2=1$。将 $g_2=1$，$\omega_0=0.1$ mm，$\lambda=0.0006328$ mm代入公式（14-13）得到

$$0.0001=\left(\frac{0.0006328}{3.1416}\right)^2\frac{d^2g_1}{1-g_1}$$

由上式求得

$$\frac{d^2g_1}{1-g_1}=2464.727$$

如果我们取 $d=500$ mm，代入上式求解 g_1，得到

$$g_1=0.0098589$$

将 g_1 和 d 代入公式（14-10）即可求得

$$R_1=504.92\text{mm}$$

将 d，g_1，g_2 代入公式（14-11）、(14-12) 得

$$x_1=500,\quad x_2=0$$

将 λ，d，g_1，g_2 代入公式（14-14）得

$$\omega_1^2=\frac{0.0006328\times500}{3.1416}\sqrt{\frac{1}{0.0098589\times(1-0.0098589)}}=1.01935$$

$$\omega_1=1.00963\text{ mm}$$

由于输出端反射镜为平面，束腰和反射镜重合，因此 $\omega_2=\omega_0=0.1$ mm。

习　题

1　已知一波长为 1.06 μm的高斯光束束腰半径为1.14 mm，试求与束腰相距 1 m、10 m、100 m、1km处的光束截面半径和波面曲率半径各为多少？

2　使用He-Ne激光器发射激光束，要求在 1 km处照射 1 m 直径的圆。问激光束的束腰半径应为多少？

3　已知某He-Ne激光谐振腔结构参数为 R_1 等于 1000mm，R_2 为平面，腔长 d 为 250mm，求束腰位置和束腰大小。

第十五章　光谱仪器

§15-1　光谱仪概述

光谱仪的基本功能是把光源发出的各种波长的辐射，展开成一个按波长顺序排列的光谱，进行不同波长辐射强度的测量。整个仪器由三个主要系统构成，如图15-1所示。

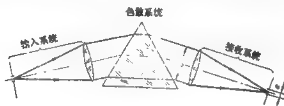


图　15-1

这三个系统是：

1　输入系统——它由一个入射狭缝和一个准直物镜构成。入射狭缝位在准直物镜的物方焦面上，通过物镜，成像在无穷远。光源照明入射狭缝，经准直物镜出射，进入色散系统。

2　色散系统——由输入系统出射的不同波长的光，通过色散系统，以不同角度出射。色散系统有两大类，一类是色散棱镜，另一类是衍射光栅。

3　接收系统——从色散系统以不同方向出射的各色光，进入接收系统。通过接收物镜在像方焦面上成像。不同波长的光，由于入射的角度不同，对应的像高不同，因此在焦面上形成一个按波长排列的光谱。然后用接收器接收。

根据接收器不同，光谱仪分为摄谱仪和光度计两大类。摄谱仪的接收器是感光底片，把底片放在接收物镜焦面上，不同波长的谱线，同时在底片上曝光。把经过曝光的底片显影处理后，用光密度计来测量不同波长的强度分布。在光电器件发明以前，感光底片是光谱仪中唯一使用的接收器。光度计则在接收物镜的焦面上和入射狭缝的像平行的方向，放置一出射狭缝。使不同波长的光依次通过出射狭缝，在出射狭缝后面用光电器件进行接收，以确定不同波长光的强度分布。通常把没有光电接收器件的光度计称为单色仪，它的作用是产生各种波长的单色光。它往往是复杂仪器系统的组成部分。

不同波长范围的辐射能，要求用不同类型的光电器件进行接收，表15-1中给出了各种接收器所能接收的波长范围。

光谱仪的主要性能指标有两个，一是色散率，二是分辨率，下面分别进行介绍。

色散率　它表示仪器对不同波长辐射色散作用的大小。假定波长为λ和$\lambda+\delta\lambda$这两种光，由光谱仪色散系统出射时，它们之间的色散角为$\delta\alpha$，则称$\delta\alpha/\delta\lambda$为仪器对两种指定波长的平均角色散率。当$\delta\lambda$趋近于零时，有：

$$\lim_{\delta\lambda \to 0} \frac{\delta\alpha}{\delta\lambda} = \frac{d\alpha}{d\lambda} \tag{15-1}$$

式中　$d\alpha/d\lambda$ 称为仪器对 λ 波长的角色散率。

表　15-1

探　　测　　器　　名　　称	波长范围 (μm)
热探测器	1000～1
锗掺杂光电探测器 (Ge: Cu, Sn, Zn, …)	24～2
碲镉汞光电探测器 (Hg-Cd-Te)	20～0.4
碲锡铅光电探测器 (Pb-Sn-Te)	18～0.5
锑化铟光电探测器 (InSb)	7～0.7
硫化铅光电探测器 (PbS)	4.5～0.5
砷化铟光电探测器 (InAs)	3.8～1
电荷耦合器件 (CCD)	1～0.4
光电倍增管	1～0.01
感光乳胶	1～0.01
人眼	0.7～0.4

光谱仪的色散，除了用色散角表示而外，有时也用接收物镜焦面上，λ 和 λ + δλ 两种波长的光所成像之间的距离表示，称为线色散。假定接收物镜的焦距为 f'_2，则线色散和角色散之间符合以下关系：

$$dy = f'_2 d\alpha \tag{15-2}$$

因此线色散率为：

$$\frac{dy}{d\lambda} = f'_2 \cdot \frac{d\alpha}{d\lambda} \tag{15-3}$$

上式为光谱仪角色散率和线色散率之间的关系式。

分辨率　假定光谱仪能够分辨的两条最靠近的谱线的波长为 λ 和 λ + δλ，则称：

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} \tag{15-4}$$

为光谱仪的分辨率。

下面导出光谱仪的理想分辨率公式。所谓理想分辨率，就是假定光谱仪的入射狭缝宽度趋近于零，并且输入系统、色散系统、接收系统都没有像差时仪器的分辨率。

在系统没有像差的条件下，由入射狭缝上一点发出的球面波，经准直物镜、色散系统和接收物镜以后，仍为一球面波，在接收物镜的像方焦面上将产生一个理想球面波的衍射像。和一般光学仪器不同的是，光谱仪的通光孔一般是方的，而不是圆的，因此，像面上的衍射强度分布和圆孔衍射不同。如果子午方向上光束的宽度为 b，则衍射光斑的第一个暗纹对应的角宽度 $\delta\alpha$ 为：

$$\delta\alpha = \frac{\lambda}{b} \tag{15-5}$$

根据瑞利准则，该光谱仪的理想衍射分辨角就等于 $\delta\alpha$，因此公式 (15-5) 即为光谱仪的理想角分辨率公式。

光谱仪的分辨率前面已经介绍用 $R = \lambda/\delta\lambda$ 表示。如果 λ 和 λ + δλ 这两种波长的光，

经色散系统后，对应的色散角恰好与衍射分辨角 $\delta\alpha$ 相等，则仪器刚能分辨这两种波长。设光谱仪的角色散率为$d\alpha/d\lambda$，则色散角为

$$\delta\alpha=\frac{d\alpha}{d\lambda}\cdot\delta\lambda \tag{15-6}$$

根据公式（15-5）和（15-6）得到

$$\frac{\lambda}{b}=\frac{d\alpha}{d\lambda}\delta\lambda$$

由上式求得光谱仪的理想分辨率公式如下：

$$R_0=\frac{\lambda}{\delta\lambda}=b\cdot\frac{d\alpha}{d\lambda} \tag{15-7}$$

上式为光谱仪的理想分辨率公式。实际仪器由于入射狭缝有一定宽度，以及光谱仪光学系统存在像差，实际分辨率总要比理想分辨率低。

当入射狭缝的宽度不等于零时，光谱仪的分辨率就会降低，假定入射狭缝在接收物镜焦面上对应的像宽为 e，它对应的角宽度 ε 为：

$$\varepsilon=\frac{e}{f'_2}$$

一般情况下，为了保证有足够的光能量，狭缝的角宽度不小于理想分辨角 $\delta\alpha$，当 $\varepsilon=\delta\alpha$ 时，实际分辨率大约等于 0.65 的理想分辨率，即 $R=0.65R_0$。

当狭缝宽度大大地超出衍射分辨角时，即

$$K=\frac{\varepsilon}{\delta\alpha}\gg 1$$

此时实际分辨率直接由狭缝宽度决定，因此有：

$$\frac{R_0}{R}=K \tag{15-8}$$

R_0/R与K的关系曲线如图 15-2 所示。

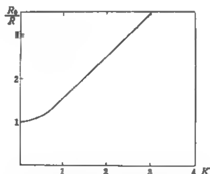


图 15-2

§15-2 光谱棱镜主截面内光线的折射

棱镜是光谱仪中最早使用的色散系统。它是一个由透明介质做成的三角柱体，垂直于柱体各条棱的截面称为主截面，如图15-3所示。使光线产生折射的两个平面之间的夹角

A称为"棱镜角"，棱镜角所对的面称为棱镜的底面。位在棱镜主截面内的光线，通过棱镜折射时，永远位在同一主截面内。由图15-3，根据折射定律，光线在两个平面上发生折射，符合以下关系。

$$\sin I_1 = n \sin I_1'$$
$$\sin I_2' = n \sin I_2$$

以上两式中 n 为构成棱镜介质的折射率。棱镜的入射光线和出射光线之间的夹角 α 称为棱镜的偏向角，由图15-3可以见到：

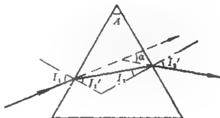


图 15-3

$$\alpha = (I_1 - I_1') + (I_2' - I_2)$$
$$= I_1 + I_2' - (I_1' + I_2)$$

由于 $(I_1' + I_2)$ 等于棱镜角 A，代入上式得到：

$$\alpha = I_1 + I_2' - A$$

按以下顺序，依次应用上面的公式，即可由入射光线的方向 I_1，棱镜角 A，以及棱镜介质的折射率 n，求得该光线通过棱镜时产生的偏向角 α。

$$\sin I_1' = \frac{\sin I_1}{n} \tag{15-9}$$

$$I_2 = A - I_1' \tag{15-10}$$

$$\sin I_2' = n \sin I_2 \tag{15-11}$$

$$\alpha = I_1 + I_2' - A \tag{15-12}$$

偏向角 α 随着光线入射角 I_1 的改变而改变，在某一特定的入射角时偏向角达到极小值，称为棱镜的"最小偏向角"。下面我们来寻求最小偏向角位置。

把公式（15-9）～（15-12）对 I_1，I_1'，I_2，I_2'，α 取微分，得到：

$$\cos I_1 \mathrm{d}I_1 = n \cos I_1' \mathrm{d}I_1'$$
$$\mathrm{d}I_1' + \mathrm{d}I_2 = 0$$
$$\cos I_2' \mathrm{d}I_2' = n \cos I_2 \mathrm{d}I_2$$
$$\mathrm{d}\alpha = \mathrm{d}I_1 + \mathrm{d}I_2'$$

由上面最后一个公式得到：

$$\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}I_1} = 1 + \frac{\mathrm{d}I_2'}{\mathrm{d}I_1}$$

再从前面三个微分公式可以求得：

$$\frac{\mathrm{d}I_2'}{\mathrm{d}I_1} = -\frac{\cos I_1 \cos I_2}{\cos I_1' \cos I_2'}$$

将 $\mathrm{d}I_2'/\mathrm{d}I_1$ 代入上式得到：

$$\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}I_1} = 1 - \frac{\cos I_2 \cos I_1}{\cos I_1' \cos I_2'}$$

由图 15-3 可以见到，当棱镜内部的入射角和折射角 $I_2 = I_1'$ 时，棱镜外部的入射角和折射角 $I_1 = I_2'$，代入上式得到 $\mathrm{d}\alpha/\mathrm{d}I_1 = 0$。此时对应的偏向角 α 应为极小值。由此可知当

$$I_1' = I_2, \quad I_2' = I_1 = \frac{1}{2}$$

时为棱镜的最小偏向角位置。对应光线在第一面上的入射角I_1用I_m代表，则有：

$$\sin I_m = n\sin\frac{A}{2}$$

棱镜的最小偏向角 α_{min}为

$$\alpha_{min} = 2I_m - A \qquad (15\text{-}13a)$$

由上式得到：

$$I_m = (A+\alpha_{min})/2 \qquad (15\text{-}13b)$$

代入前面公式得：

$$n = \frac{\sin\dfrac{A+\alpha_{min}}{2}}{\sin\dfrac{A}{2}} \qquad (15\text{-}14)$$

以上公式常用来测量介质的折射率。将要求测量其折射率的介质，做成棱镜，首先用测角仪测出该棱镜的棱镜角A，然后再测出光线的最小偏向角α_{min}，代入公式(15-14)就能计算出该介质的折射率n。

§15-3 光谱棱镜的基本特性

光谱仪中作为色散系统的棱镜，通常处在下列条件下工作：

1 射入棱镜的光束为平行光束，其出射光束同样为平行光束。

2 输入系统中，准直仪焦面上的入射狭缝和棱镜的棱平行。

3 棱镜处于最小偏向角位置，入射光和出射光相对于棱镜处于对称位置。

在上述条件下工作的光谱棱镜，形成的光谱谱线质量最好。下面我们就在最小偏向角的位置，讨论光谱棱镜的基本特性。

一 棱镜的色散率

根据公式（15-14）

$$n = \frac{\sin\dfrac{A+\alpha_{min}}{2}}{\sin\dfrac{A}{2}}$$

把上式对α_{min}求导数得：

$$\frac{dn}{d\alpha} = \frac{\cos\dfrac{A+\alpha_{min}}{2}}{2\sin\dfrac{A}{2}}$$

将上式颠倒得到：

$$\frac{d\alpha}{dn} = \frac{2\sin\dfrac{A}{2}}{\cos\dfrac{A+\alpha_{min}}{2}}$$

利用以下关系对上式进行简化

$$\cos\frac{A+\alpha_{min}}{2}=\sqrt{1-\sin^2\frac{A+\alpha_{min}}{2}}=\sqrt{1-n^2\sin^2\frac{A}{2}}$$

得到：

$$\frac{d\alpha}{dn}=\frac{2\sin\frac{A}{2}}{\sqrt{1-n^2\sin^2\frac{A}{2}}}$$

根据角色散率的定义由上式得

$$\frac{d\alpha}{d\lambda}=\frac{d\alpha}{dn}\cdot\frac{dn}{d\lambda}=\frac{2\sin\frac{A}{2}}{\sqrt{1-n^2\sin^2\frac{A}{2}}}\cdot\frac{dn}{d\lambda} \qquad (15\text{-}15)$$

此式是光谱棱镜的角色散率公式，对不同波长来说，公式（15-15）右边的前一项近似为一常数，但是第二项 $dn/d\lambda$ 则随波长不同变化较大。长波部分近似为一常数，而短波部分则随着波长的减小而迅速增加。因此光谱棱镜的角色散率，短波大，长波小。

二　光谱棱镜的分辨率

根据公式（15-7）光谱仪的理想分辨率R_0为

$$R_0=\frac{\lambda}{\delta\lambda}=b\cdot\frac{d\alpha}{d\lambda}=b\cdot\frac{d\alpha}{dn}\cdot\frac{dn}{d\lambda}$$

将前面得到的 $d\alpha/dn$的公式代入上式得到：

$$R_0=b\cdot\frac{2\sin\frac{A}{2}}{\cos\frac{A+\alpha_{min}}{2}}\cdot\frac{dn}{d\lambda}$$

利用公式（15-13b），上式可改写为

$$R_0=\frac{b}{\cos I_m}\cdot 2\sin\frac{A}{2}\cdot\frac{dn}{d\lambda}$$

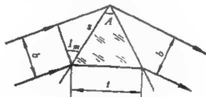


图　15-4

由图15-4可以见到：

$$\frac{b}{\cos I_m}=s,\quad 2s\cdot\sin\frac{A}{2}=t$$

将以上关系代入R_0公式得到：

$$R_s=\frac{\lambda}{\delta\lambda}=t\cdot\frac{dn}{d\lambda} \tag{15-16}$$

上式即为光谱棱镜的理想分辨率公式，此公式不仅可以用于单个棱镜，也能推广至任意个棱镜。对多个棱镜，公式中的 t 代表各个棱镜中，整个光束的上、下两条边缘光线在各棱镜内部光路长度之差的总和。以上为光谱棱镜的色散率和分辨率公式。

前面说过光谱仪的入射狭缝与棱镜的棱平行，在主截面内，光束处于最小偏向角位置。由于狭缝有一定长度，那些不位在输入系统准直物镜光轴上的点，对应的出射平行光束与棱镜主截面之间有一定夹角，因此它们在棱镜折射面上的入射角将大于主截面内光束的入射角 I_m。这些斜光束通过棱镜以后的偏向角也将大于主截面内的最小偏向角 α_{min}，因此在接收物镜的像方焦面上形成的入射狭缝的像将不再是直的，而是具有少量弯曲的弧线，弯向偏向角增大的方向，即弯向光谱的短波方向。因为短波光线的折射率高，偏向角大。因此高精度的光谱仪往往把出射狭缝做成弧形，使它和入射狭缝所成的像相一致。

§15-4　光谱棱镜的材料和型式

对棱镜材料的一般要求是：适用的波长范围大、透明度高，容易获得大块均匀的各向同性的材料、工艺性和化学稳定性好、色散 $dn/d\lambda$ 尽量大。上述要求对同一种材料来说，不可能都满足。因此只能对不同的波长范围使用不同的材料来解决。表15-2为不同介质所适用的波长范围。

表　15-2

介质名称		适用波长 (μm)
玻璃	冕玻璃 (K)	2~0.34
	火石玻璃 (F)	2~0.34
	重火石玻璃 (ZF)	2~0.4
	石英玻璃 (SiO_2)	3.5~0.2
晶体	氟化钙 (CaF_2)	8~0.2
	氯化钠 (NaCl)	15~8
	溴化钾 (KBr)	25~8
	溴化铯 (CsBr)	25~8
	碘化铯 (CsI)	45~8

光谱棱镜的型式很多，但是棱镜角 A 大多采用 60°，或者相当于 60°。最常用的棱镜型式是等边三角棱镜，如图 15-3 所示。目前光谱仪中用得较多的棱镜型式有以下几种。图 15-5 为一个自准式的 30° 棱镜，它等价于一个 60° 棱镜，但可以节省一半棱镜材料。图 15-6 为一种使入射光束和出射光束成 90° 的棱镜，称为白林-布洛加棱镜。它除了产生色散外，同时使光路改变 90°，用在某些光谱仪中，使仪器体积缩小。

图 15-7 和图 15-8 是棱镜和平面反射镜的组合系统。图 15-7 在 60° 棱镜后加入一个平面反射镜使入射光束和出射光束平行。图 15-8 为一个60° 棱镜加一个自准平面反射镜，使棱镜的入射光束和出射光束自准直，同时使色散增加一倍。

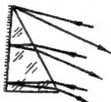


图 15-5

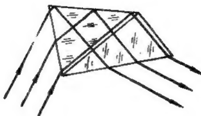


图 15-6

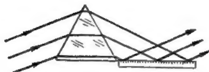


图 15-7

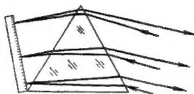


图 15-8

§15-5 光栅的基本性质

光栅是光谱仪中使用的另一种色散系统，特别是对波长小于0.2μm和大于45μm的辐射，由于没有适用的棱镜材料，必须使用光栅。由于光栅制造技术的不断提高，目前光谱仪中大部分都采用光栅代替棱镜作为色散系统。

最常用的光栅是平面光栅，如图15-9所示。平面光栅的入射光束和衍射光束都是平行光束。当光束方向满足以下方程时：

$$\mathscr{L}=PA+PB=a(\sin I_1+\sin I_2)=m\lambda \quad (15\text{-}17)$$

这时对应的衍射方向为强度的极大值方向，上式称为光栅方程，公式中m为整数。

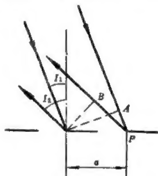


图 15-9

当一束含有各种波长光线的白光，以I_1角投射在光栅上，不同λ的光满足光栅方程(15-17)时，对应的I_2不同，因此不同波长的极大值方向不同，在接收物镜焦面上形成一个按波长排列的光谱。

一 衍射光栅的色散率

将公式(15-17)对I_2和λ取微分，得到：

$$a\cos I_2 \mathrm{d}I_2=m\mathrm{d}\lambda$$

衍射光栅的角色散率$\mathrm{d}\alpha/\mathrm{d}\lambda$等于$\mathrm{d}I_2/\mathrm{d}\lambda$，因此有：

$$\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}\lambda}=\frac{m}{a\cos I_2} \quad (15\text{-}18)$$

一般都使用一级光谱，$m=\pm 1$。由于λ改变时$\cos I_2$变化较小，因此光栅的角色散率近似为一常数，而不像棱镜那样，长波和短波的色散率差别很大。

二　衍射光栅的理想分辨率

根据光谱仪理想分辨率公式（15-7）有：

$$R_0=\frac{\lambda}{\delta\lambda}=b\cdot\frac{d\alpha}{d\lambda}$$

将公式（15-18）代入上式得：

$$R_0=\frac{mb}{a\cos I_2}$$

以上公式中b为光束宽度，因此$b/\cos I_2$等于光栅的宽度d，因此有：

$$R_0=\frac{md}{a}=mN \tag{15-19}$$

以上公式中N为光栅面上的总刻线数。

目前光谱仪上使用的光栅几乎全部是反射光栅。近代光栅技术的最大改进是把光栅刻成如图15-10所示的形式，称为闪耀光栅。当符合光栅方程的入射光束和衍射光束的角平分线和光栅刻槽表面的法线重合时，即衍射光束的方向正好就是刻槽表面的反射光方向，此时衍射光束的强度最大，称此入射光束处于闪耀状态。光栅平面的法线ON与刻槽表面的法线ON_1之间的夹角φ，称为光栅的闪耀角。当入射光线和衍射光线都和刻槽表面的法线ON_1重合时，$I_1=I_2=\varphi$，这时满足光栅方程（15-17）的波长λ_B称为光栅的闪耀波长。根据公式（15-17）有：

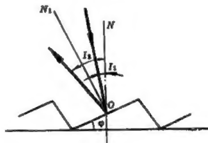


图 15-10

$$\lambda_B=2a\sin\varphi \tag{15-20}$$

在闪耀光栅的产品说明中所给出的闪耀波长λ_B，就是按公式（15-20）计算的。也可以根据给出的闪耀波长λ_B，由上式计算闪耀角φ。

如果入射光和衍射光之间的夹角不为零，等于2θ，则此时的实际闪耀波长按下式计算：

$$\lambda_B=a\left[\sin(\varphi-\theta)+\sin(\varphi+\theta)\right] \tag{15-21}$$

闪耀光栅的优点是它能把大部分光能量都集中在一个衍射级内，因此大大提高了光能的利用率。使光栅的衍射率有可能超过70%，接近于棱镜系统的光能利用率。

对波长不等于λ_B的光来说，不完全符合闪耀条件，衍射效率将随之下降。

在光栅光谱仪中，还存在一个不同级光谱重叠的问题，当λ波长满足光栅方程时，波长为λ/2，λ/3，…，λ/m光的高级光谱同样满足光栅方程，它们将重叠在λ谱线上，形成杂光，必须在仪器中设法消除。消除高级光谱的方法有两种，一种方法是加入滤光镜。当仪器在λ_{min}到λ_{max}波长范围工作时，要求使用滤光镜，使：

$$\lambda \leqslant \frac{\lambda_{max}}{2}$$

的光被吸收，只能通过 $\lambda > \lambda_{max}/2$ 的光。显然 λ_{min} 必须大于 $\lambda_{max}/2$。

另一种方法是在光栅光谱仪前面，加入一个棱镜单色仪，把棱镜单色仪的出口，作为光栅光谱仪的入口。这样显然不再产生高级光谱重叠的问题了。

在光栅光谱仪中，要求入射狭缝的方向平行光栅的刻线方向，如果入射狭缝是直的，则在接收物镜焦面上所成的入射狭缝的像也是弯的，和棱镜光谱仪相似，也是弯向短波谱线的方向。

§15-6　光谱仪光学系统的型式

现代光谱仪一般要求有较大的波长范围，而光学玻璃的透过波长范围较小，不能满足要求，而且要使透镜系统获得优良的像质，系统的结构也比较复杂。因此目前大多数光谱仪均采用球面或非球面的反射镜作为输入和输出系统的物镜，既能简化系统的结构，又使系统能够在较大波长范围内工作。目前使用得较多的光谱仪光学系统有以下几种。

一　立脱罗系统

这种型式光谱仪光学系统的特点是，输入和输出系统共用一个物镜，色散系统（棱镜或光栅）处于自准工作位置，如图 15-11 所示。

这种系统的优点是结构简单，能在较大波长范围内较好地符合光栅的闪耀条件。它的缺点是反射面的轴外像差无法得到补偿。对于相对孔径比较小的系统，一般使用反射球面，相对孔径比较大时，则使用抛物面，他可以消除球差。

二　艾伯特系统

艾伯特系统如图 15-12 所示。它使用同一个球面的不同部分作为输入和输出系统的物镜。该系统的优点是能部分补偿反射球面镜的轴外彗差。由于反射镜只能做成球面，因而无法消除球差，所以这种系统只能用于相对孔径较小的情形。

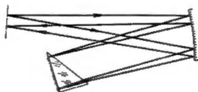


图　15-11

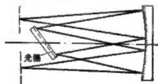


图　15-12

三　C-T系统（Czerny-Turner）

C-T系统如图 15-13 所示，它使用两个分离的反射面作为输入和输出系统的物镜，由于输入和输出系统对称分布，因此能部份补偿系统的彗差。为了消除球差可以把反射面做成离轴抛物面，这种系统能获得较大的相对孔径和较好的像质。

上面介绍的都是使用棱镜或平面光栅的光谱仪光学系统。[illegible]单的光谱仪光学系统是直接把光栅刻在一个凹球面上，如图 15-14 所示。该球面光[illegible]也就能完成输入和输出物镜的作用。

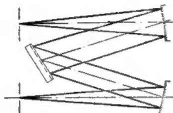


图 15-13

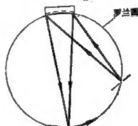


图 15-14

以光栅球面半径为半径所作的圆称为罗兰圆。如果把入射狭缝放在罗兰圆上，则输出光谱也位在同一圆周上。

上面介绍的都是单个光谱仪系统，在一些高精度的光谱仪中，往往把两个单色仪系统串联起来，前一个系统的出射狭缝，就是后一个系统的入射狭缝。这样可以使整个系统的分辨率提高一倍。如前所述，把棱镜系统和光栅系统联合还可以消除高级光谱。另外，这种双单色仪系统的杂光比单个系统也要小得多。